ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΥ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ 1ο

1. 2.1. Να αποδειχθεί η σχέση $G\rho_m = \frac{3g}{4\pi R}$ (2.1) και να εφαρμοσθεί για τον υπολογισμό της μέσης πυκνότητας της Γης.
2. 2.2. Να υπολογισθούν η μέση πυκνότητα και η μέση ταχύτητα των εγκαρσίων κυμάτων: α) σε κάθε ένα από τα τρία στρώματα του ωκεάνιου φλοιού, β) σε κάθε ένα από τα τρία στρώματα του ηπειρωτικού φλοιού.
3. 2.3 Να αποδειχθεί η σχέση $dP/d\rho = (3\alpha^2 - 4\beta^2)/3$.
4. 2.4 Να υπολογιστεί ο χρόνος Maxwell, τ, στον εξωτερικό και τον εσωτερικό πυρήνα της Γης και να σχολιαστεί το αποτέλεσμα, σε σχέση με τον ανώτερο μανδύα.
5. 2.7. Να υπολογιστεί ο χρόνος Maxwell, τ, στον πυθμένα του άνω και του κάτω μανδύα και να σχολιαστεί το αποτέλεσμα.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ 2ο

1. 2.5. Να εκφραστεί ο λόγος Poisson, σ, σε συνάρτηση με το λόγο της ταχύτητας των επιμήκων προς την ταχύτητα των εγκαρσίων κυμάτων, α/β, και να δειχθεί ότι η εκτίμησή του είναι ευαίσθητη σε μικρά σφάλματα του λόγου α/β.
2. 2.6. Αν η Γη θεωρηθεί ως ομογενής σφαίρα ακτίνας R, μάζας M και πυκνότητας ρ, να αποδειχθεί ότι η πίεση, P, στο κέντρο της δίνεται από τις σχέσεις: α) $P = 3GM^2/8\pi R^4$ και, β) $P = 3g^2/8\pi G$, όπου g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης.
3. 2.8 Αν η Γη θεωρηθεί ότι αποτελείται από δύο στρώματα (πυρήνα και μανδύα) με ίδιο πάχος, όπως στο σχήμα 2.8. Εάν γνωρίζουμε ότι η ροπή αδρανείας ομογενούς σφαίρας ακτίνας R και μάζας M γύρω από άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο της είναι $0.4MR^2$, τότε: Α) Εκφράστε τη συνολική ροπή αδρανείας της Γης που περιγράφεται στο σχήμα. Β) Αποδείξτε ότι εάν ο πυρήνας έχει διπλάσια πυκνότητα από τον μανδύα η ροπή αδρανείας της Γης θα ήταν περίπου $0.367MR^2$. Γ) Εάν γνωρίζετε ότι η πραγματική ροπή αδρανείας της Γης είναι $0.33MR^2$ και η μέση πυκνότητα της Γης είναι $5.51 gr/cm^3$, βρείτε τις πυκνότητες του μανδύα και του πυρήνα.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ 3ο

2.9 Τα πειραματικά δεδομένα έχουν δείξει ότι σε βάθη μεγαλύτερα από την ασυνέχεια των 660km, ο κατώτερος μανδύας αποτελείται από σχεδόν μόνο δύο πετρώματα: τον περοβσκίτη (perovskite-$(Mg,Fe)SiO_3$) και τον μαγνησιοβουστίτη (magnesiowustite-$(Mg,Fe)O$), δηλαδή οξείδια του μαγνησίου και του σιδήρου.

Η πυκνότητα του κατώτερου μανδύα, σε μηδενική θερμοκρασία και πίεση (σαν να ήταν στην επιφάνεια της Γης), θα ήταν $\rho=4.18\ gr/cm^3$ και το αντίστοιχο μέτρο κυβικής διαστολής, K, θα ήταν περίπου ίσο με K=236 GPa.

Από τη μελέτη μιγμάτων Mg-Fe βρέθηκε ότι στην επιφάνεια της Γης οι πυκνότητες του περοβσκίτη, ρ_P, και του μαγνησιοβουστίτη, ρ_M, εξαρτώνται από την αναλογία των δύο ορυκτών σε σίδηρο και μαγνήσιο, δηλαδή τον παράγοντα x = Fe/(Fe+Mg), σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$\rho_P = 4.108 + 1.112\, x_P \quad \text{και} \quad \rho_M = 3.583 + 2.477\, x_M \qquad (35)$$

Οι ίδιες μετρήσεις έδειξαν ότι η περιεκτικότητα σε Fe του ενός ορυκτού συνδέεται με την αντίστοιχη περιεκτικότητα του άλλου ορυκτού, με τη σχέση:

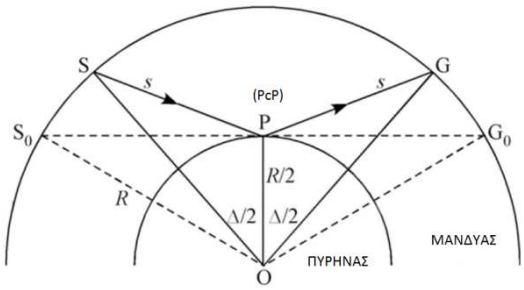
$$x_M = 0.12 + 8.7\,(x_P - 0.04) \qquad (36)$$

Τα αντίστοιχα μέτρα κυβικής διαστολής για τα δύο ορυκτά είναι K_P=246 GPa και K_M=155 GPa.

Με βάση τα παραπάνω στοιχεία βρείτε:

Α) Ποια είναι η περιεκτικότητα του κατώτερου μανδύα στα δύο κύρια ορυκτά από τα οποία αποτελείται;

Β) Ποια η αναλογία σιδήρου και μαγνησίου στα ορυκτά αυτά;

Γ) Εγκλείσματα σε διαμάντια έχουν δείξει ότι ο μαγνησιοβουστίτης που περιέχουν έχει 88% Mg και ο ενσταντίτης που περιέχουν (από τη μετατροπή του περοβσκίτη λόγω «αποσυμπίεσης») έχει 95% Mg. Είναι οι μετρήσεις αυτές σε συμφωνία με τα προηγούμενα αποτελέσματα;

2.10 Σε μια Γη δυο στρωμάτων ο μανδύας και ο πυρήνας είναι ο καθένας ομογενής και η ακτίνα του πυρήνα είναι ½ της ακτίνας της Γης. α) Να βρεθεί η εξίσωση της καμπύλης-χρόνου διαδρομής για τον χρόνο άφιξης *t* της φάσης PcP (φάση ανάκλασης στον πυρήνα) σε επικεντρική απόσταση Δ. β) Να επαληθευθεί η εξίσωση για την μέγιστη δυνατή τιμή της επικεντρικής απόστασης Δ σε αυτό το μοντέλο. (*Η γεωμετρία του προβλήματος φαίνεται στο σχήμα 2.10).*