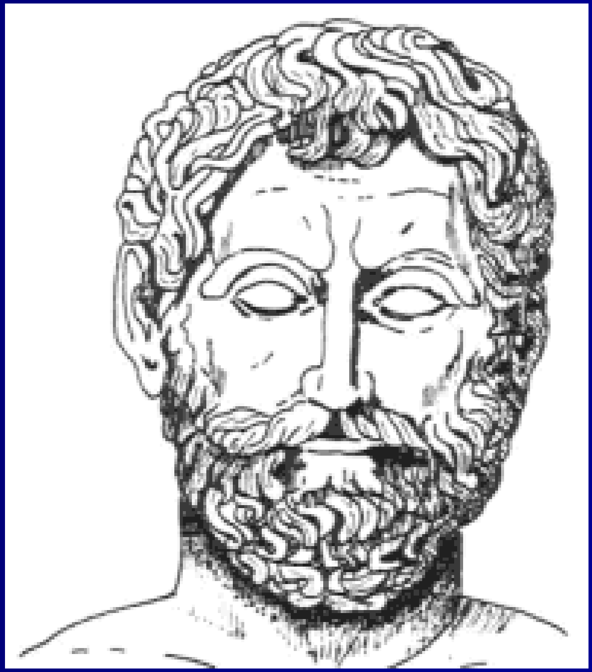
Ενημέρωση

Η διδασκαλία του μαθήματος, πολλά από τα σχήματα και όλες οι ασκήσεις προέρχονται από το βιβλίο:

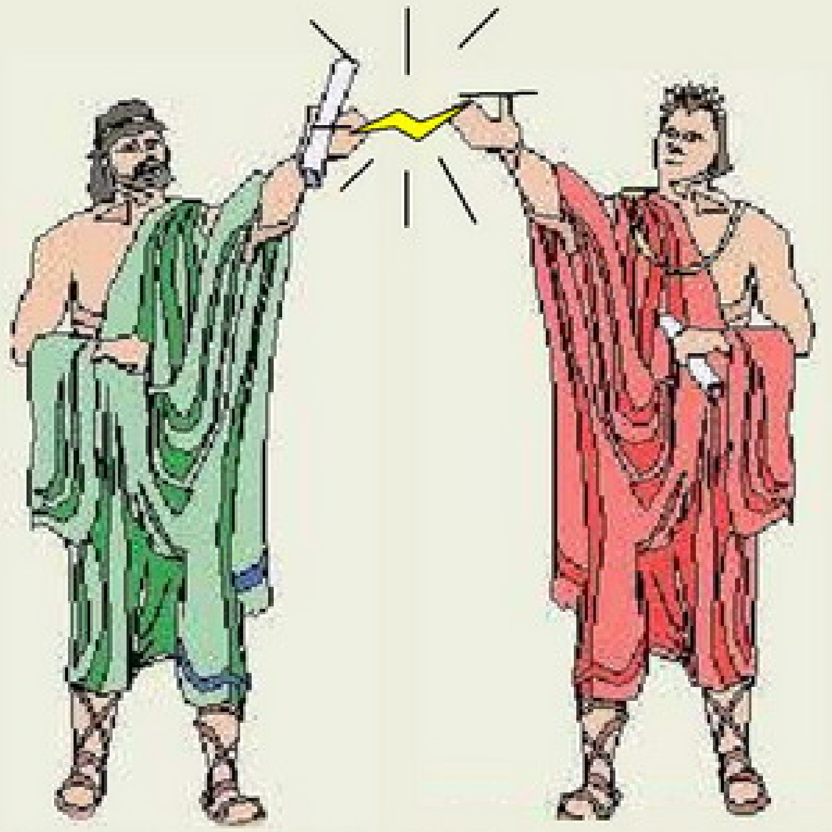
«Πανεπιστημιακή Φυσική» του Hugh Young των Εκδόσεων Παπαζήση, οι οποίες μας επέτρεψαν τη χρήση των σχετικών σχημάτων και ασκήσεων

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ

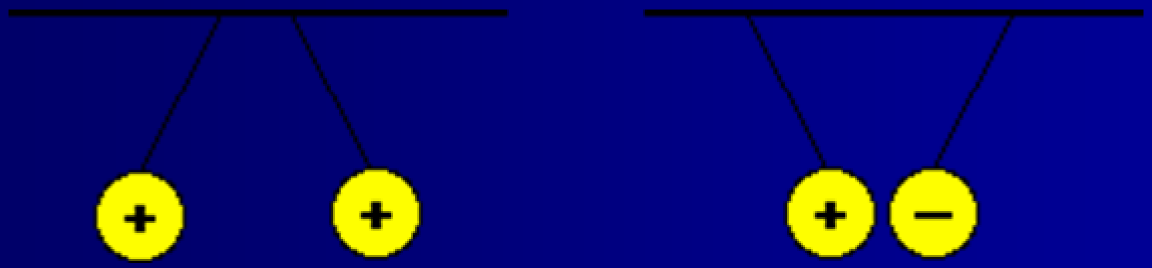
Οι αρχαίοι Έλληνες ανακάλυψαν το 600 π.Χ. Ότι όταν έτριβαν το κεχριμπάρι (=ήλεκτρον) με μαλλί τότε το κεχριμπάρι μπορούσε να έλξει μικρά αντικείμενα. Η παράδοση μας μετέφερε ότι αυτή την παρατήρηση έκανε ο Θαλής ο Μιλήσιος (640-546 π.Χ.).



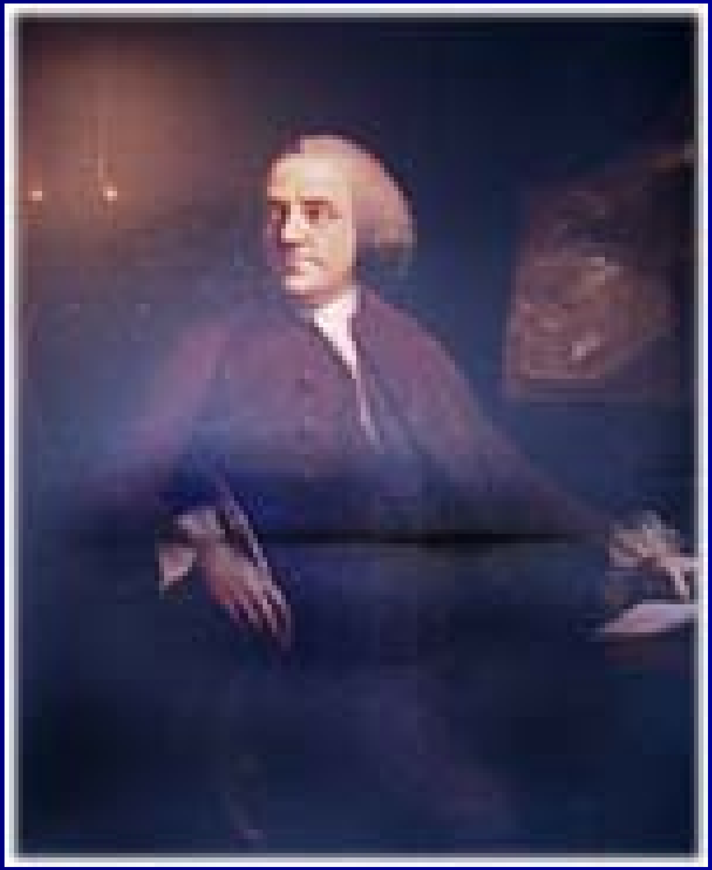
The static electricity built up by the robes gives the men a small electric shock.



Σήμερα γνωρίζουμε ότι αυτό συμβαίνει γιατί μεταφέρονται ηλεκτρόνια από το ένα υλικό στο άλλο. Στο υλικό που θα χάσει ηλεκτρόνια θα υπάρχει περίσσεια θετικού φορτίου.



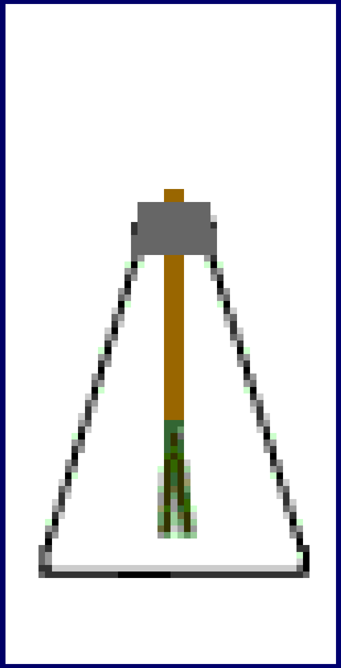
Τα πειράματα έδειξαν ότι υπάρχουν μόνο δύο είδη ηλεκτρικού φορτίου τα οποία ο Benjamin Franklin (1706-1790) ονόμασε θετικό και αρνητικό



Μερικά υλικά επιτρέπουν στα ηλεκτρικά φορτία να μετακινούνται από μια περιοχή τους σε μια άλλη, αυτά λέγονται αγωγοί

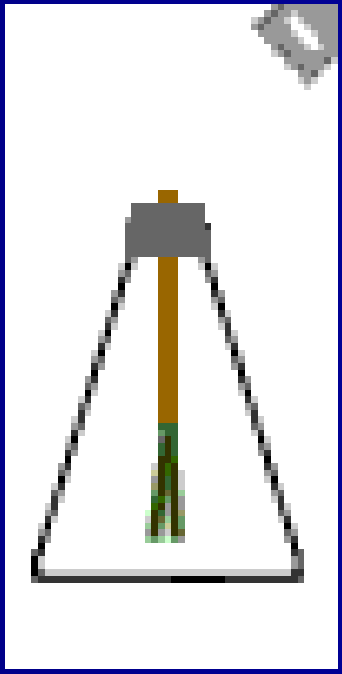
- Αγωγοί – Μονωτές - Ημιαγωγοί

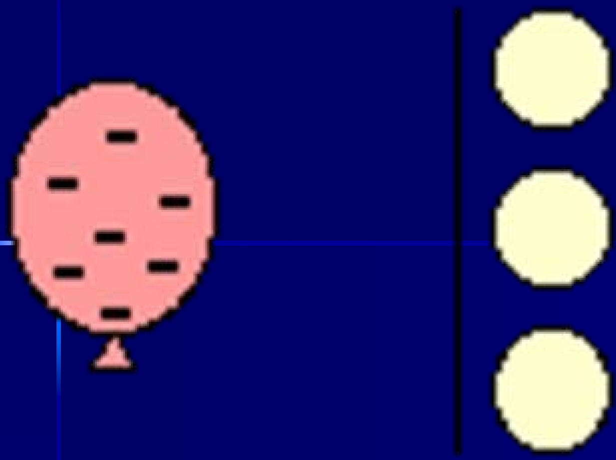
Φόρτιση με επαφή

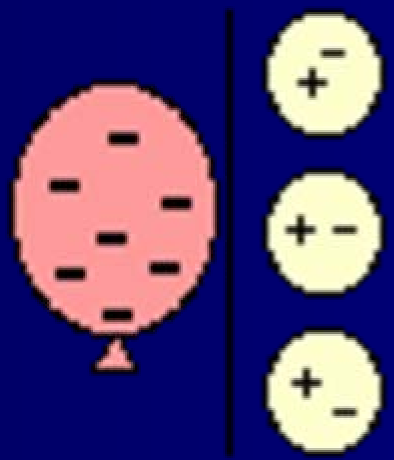


Φόρτιση με επαγωγή

Δεν μεταφέρονται φορτία







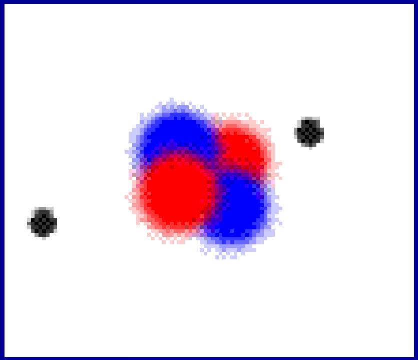
Αν τρίψουμε το μπαλόνι, αυτό κολλάει στον τοίχο γιατί επάγει φορτία σε αυτόν και έτσι δημιουργείται ένα στρώμα αντιθέτων φορτίων στη φλούδα πού είναι κοντά

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΚΑΙ ΚΒΑΝΤΩΣΗ ΦΟΡΤΙΟΥ

ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΥΛΗΣ

Πρωτόνια
Νετρόνια → Πυρήνας: Διαστάσεις της τάξης 10^{-15} m

Ηλεκτρόνια → Περιφέρονται σε απόσταση 10^{-10} m από τον πυρήνα



Μάζα ηλεκτρονίου= m_e=9,1093897(54) X 10^{-31} Kgr

Μάζα πρωτονίου = m_p=1,6726231(10) X 10^{-27} Kgr

Μάζα νετρονίου = m_n=1,6749286(10) X 10^{-27} Kgr

ΔΗΛΑΔΗ Η ΜΑΖΑ ΤΟΥ ΠΡΩΤΟΝΙΟΥ ΕΙΝΑΙ 2000 ΦΟΡΕΣ ΠΕΡΙΠΟΥ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ ΑΥΤΗΣ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΟΥ

Αν όλο το άτομο είχε διαστάσεις μερικών χιλιομέτρων

Ο Πυρήνας θα ήταν σαν μια μπάλα του τένις

Το αρνητικό φορτίο του ηλεκτρονίου είναι ακριβώς ίσο με το θετικό φορτίο ενός πρωτονίου

1) Το άτομο έχει συνολικό φορτίο 0

2) Η βασική μονάδα φορτίου (κβάντο) είναι το φορτίο του πρωτονίου ή του ηλεκτρονίου

Ατομικός αριθμός = ο αριθμός των πρωτονίων ή των ηλεκτρονίων

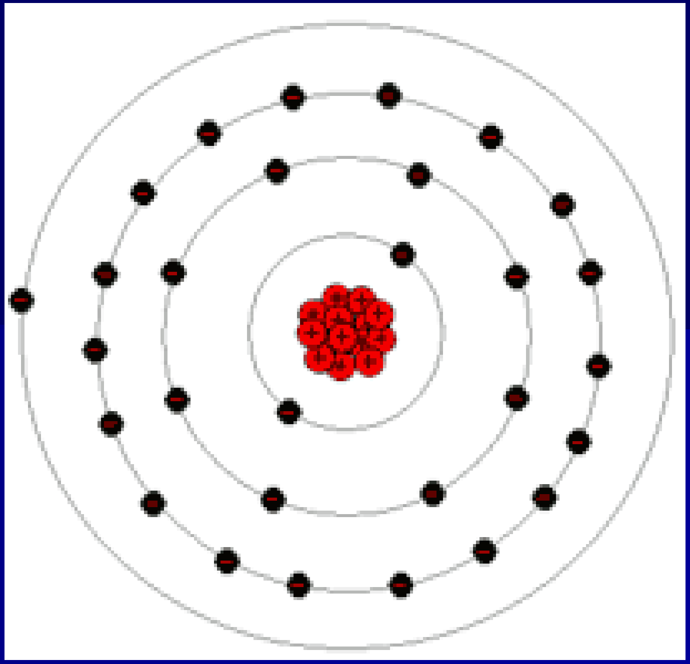
Αν προστεθεί ένα ηλεκτρόνιο → Αρνητικό ιόν

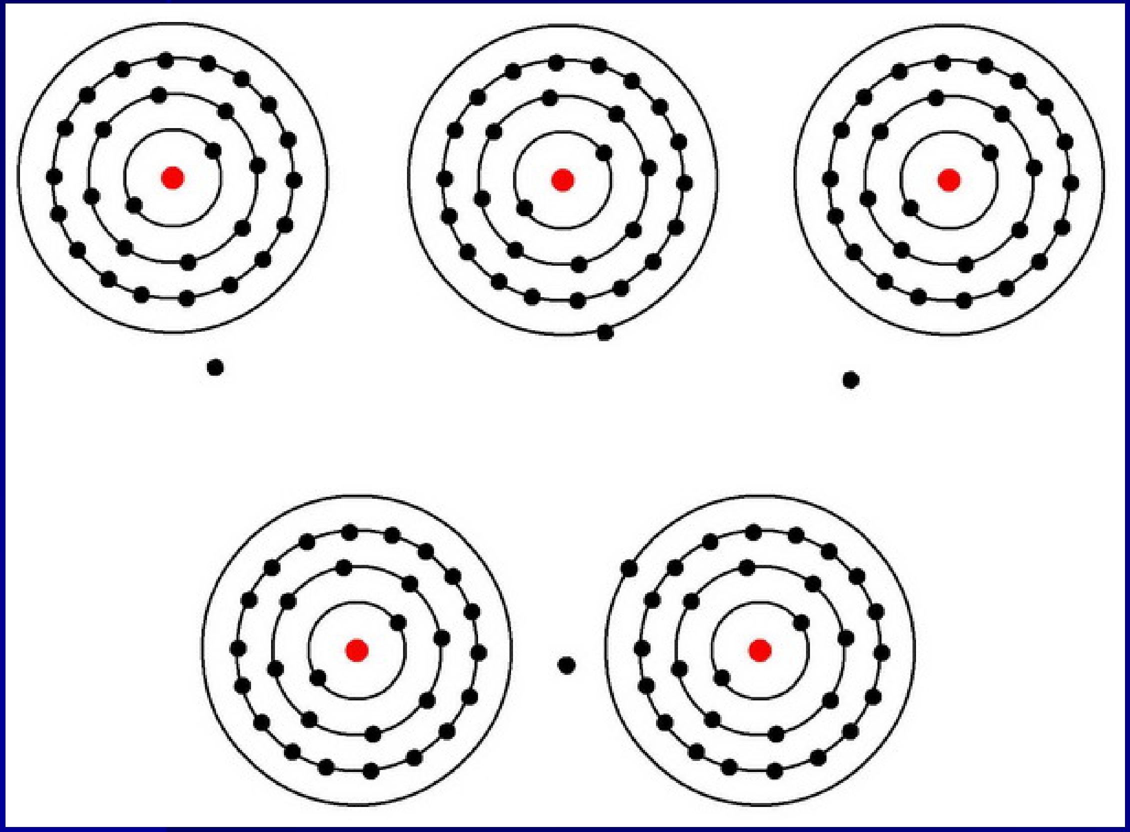
Αν αφαιρεθεί ένα ηλεκτρόνιο → Θετικό ιόν

ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

Το αλγεβρικό άθροισμα όλων των ηλεκτρικών φορτίων οποιουδήποτε κλειστού συστήματος είναι σταθερό

Άτομο Χαλκού
(Ατομικός αριθμός 29)





Όταν αναφερόμαστε στο φορτίο σώματος εννοούμε πάντοτε το αλγεβρικό άθροισμα των φορτίων του

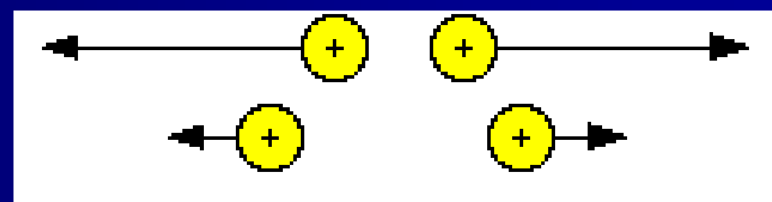
Αυτό είναι σχετικά πολύ μικρό ως προς το συνολικό φορτίο θετικό η αρνητικό ενός σώματος

ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ COULOMB

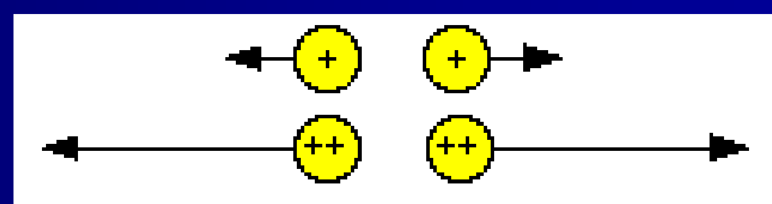
Ο Coulomb χρησιμοποίησε ζυγό στρέψης και βρήκε ότι για σημειακά φορτία ισχύει:
(ΟΤΑΝ ΜΕΜΕ ΣΗΜΕΙΑΚΑ ΦΟΡΤΙΑ ΕΝΝΟΥΜΕ ΟΤΙ ΑΥΤΑ ΕΙΝΑΙ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΑ ΣΩΜΑΤΑ ΜΕ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΠΟΛΥ ΜΙΚΡΟΤΕΡΕΣ ΤΗΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ)

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Αν διπλασιάσουμε την μεταξύ των φορτίων απόσταση τότε η δύναμη μειώνεται στο ¼ της αρχικής .

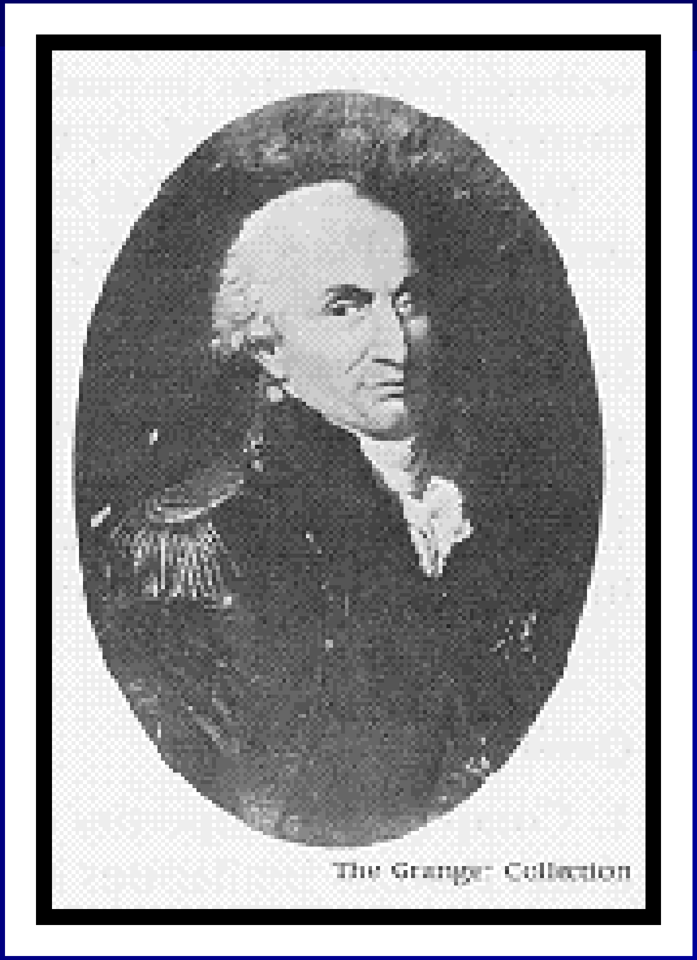


Αν διπλασιάσουμε τα φορτία τότε η δύναμη τετραπλασιάζεται



Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$



ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ COULOMB

Όπως ορίστηκε ισχύει για το κενό και μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ισχύει και όταν μεταξύ των φορτίων παρεμβάλλεται αέρας
(μεταβολή της ηλεκτρικής δύναμης μόνο 1/2000 αυτής που θα είχε στο κενό).

$$k = 8{,}987551787 \times 10^9 N \cdot m^2 / C^2 \cong 8{,}988 \times N \cdot m^2 / C^2$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12} \mathrm{C}^2 / \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2$$

Κβάντο ηλεκτρικού φορτίου= φορτίο ηλεκτρονίου ή πρωτονίου $e=1{,}60217733 \times 10^{-19}$ C

ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑΣ

Ισχύει για κάθε αριθμό φορτίων

Όταν ένας αριθμός φορτίων ασκεί συγχρόνως δυνάμεις σε κάποιο άλλο φορτίο, τότε η συνολική δύναμη που εξασκούν στο φορτίο αυτό είναι το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων που εξασκεί κάθε μονάδα του συνόλου χωριστά.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Υποθέτουμε ότι το ρεύμα στο πίσω φως του αυτοκινήτου μας είναι 2,8 A=2,8 C/s . Πόσο φορτίο διαρρέει το νήμα της λάμπας ανά ώρα; Σε πόσα ηλεκτρόνια αντιστοιχεί αυτό ;

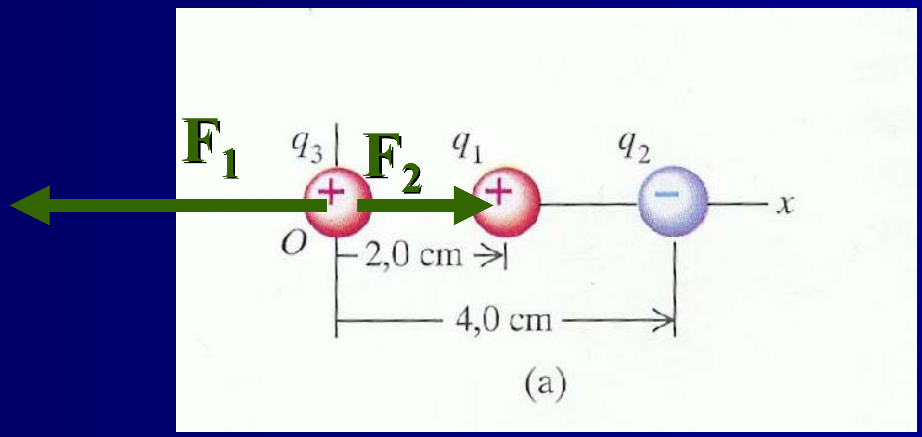
---

q=(2,8x3600) (C/sxs)=1x10^4 C

$$n = \frac{1\times10^{4}}{1,6\times10^{-19}}\left(\frac{C}{C\,/\,\eta\lambda\varepsilon\kappa\tau\rho\acute{o}\nu\iota o}\right) = 6,3\times10^{22}\,\eta\lambda\varepsilon\kappa\tau\rho\acute{o}\nu\iota\alpha$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

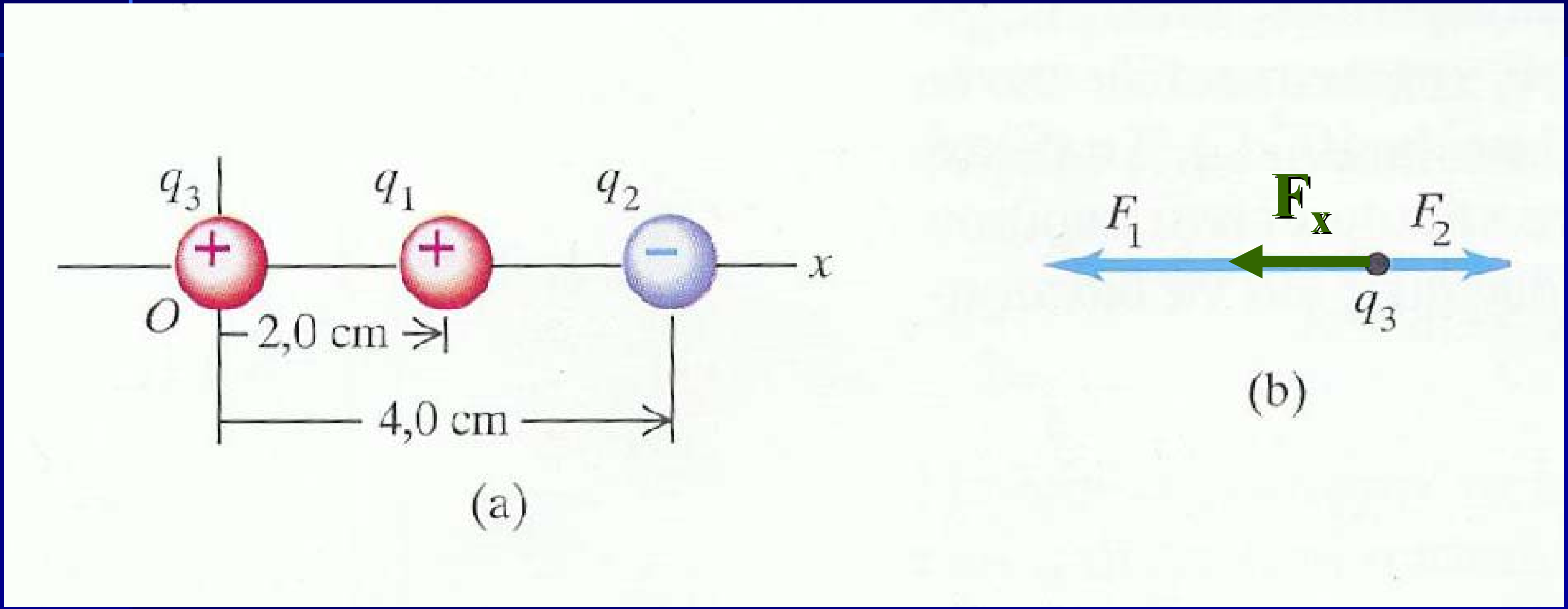
Δύο σημειακά φορτία βρίσκονται πάνω στον θετικό άξονα x ενός συστήματος συντεταγμένων. Το φορτίο q_1=2 nC απέχει 2 cm από την αρχή του άξονα και το φορτίο q_2= -3 nC απέχει 4 cm προς την ίδια διεύθυνση. Πόση δύναμη ασκείται σε φορτίο q_3= 5 nC, το οποίο είναι στην αρχή των αξόνων.



$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_3|}{r^2} = 9\times10^9\,\frac{(2\times10^{-9})(2\times10^{-9})}{0.02^2}\left(\frac{Nm^2}{C^2}\times\frac{CC}{m^2}\right) = 2{,}25\times10^{-4}\,N$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_2 q_3|}{r^2} = 9\times10^9\,\frac{(3\times10^{-9})(5\times10^{-9})}{0.04^2}\left(\frac{Nm^2}{C^2}\times\frac{CC}{m^2}\right) = 0{,}84\times10^{-4}\,N$$

Οι δυνάμεις έχουν μόνο χ συνιστώσα αλλά η μια είναι απωστική και η άλλη ελκτική, επομένως



F_x=(-2,25x10^{-4})N+(0,84x10^{-4})N=-1,41N

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Το σωματίδιο α έχει μάζα $6{,}64 \times 10^{-27}$Kg και φορτίο +2e ή $3{,}2 \times 10^{-19}$C.
Να συγκριθούν τα μέτρα της βαρυτικής έλξης και της ηλεκτροστατικής Άπωσης μεταξύ δύο σωματιδίων α.

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^2}$$

$$F_g = G\frac{m^2}{r^2}$$

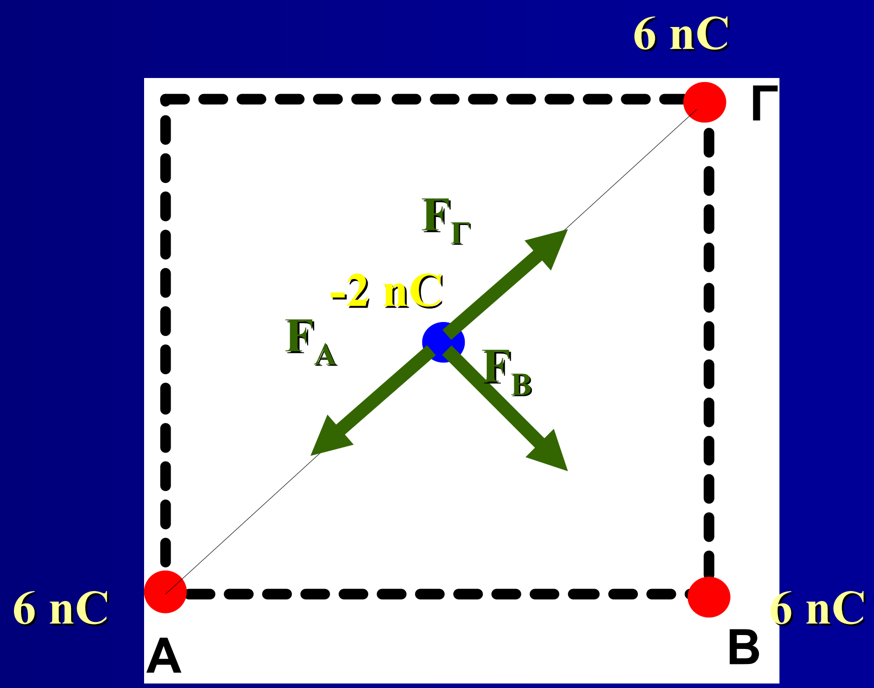
$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 G}\frac{q^2}{m^2} = \frac{\left(9\times10^{9}\right)\times\left(3{,}2\times10^{-19}\right)^2}{\left(6{,}67\times10^{-11}\right)\times\left(6{,}64\times10^{-27}\right)}\left(\frac{\frac{Nm^2}{C^2}C^2}{\frac{Nm^2}{kg^2}kg^2}\right) = 3{,}1\times10^{35}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Έστω ότι βάζουμε σημειακά φορτία q_1=6 nC στις τρεις κορυφές τετραγώνου πλευράς 0,2 m. Ποιά είναι η δύναμη σε σημειακό φορτίο q_2=-2 nC τοποθετημένο στο κέντρο του τετραγώνου και ποια θα είναι αν το βάλουμε στην τέταρτη κορυφή;

$$\overline{F}_A = -\overline{F}_\Gamma$$

$$F_B = F_{total} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{(a\sqrt{2}/2)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q_1 q_2}{a^2}$$

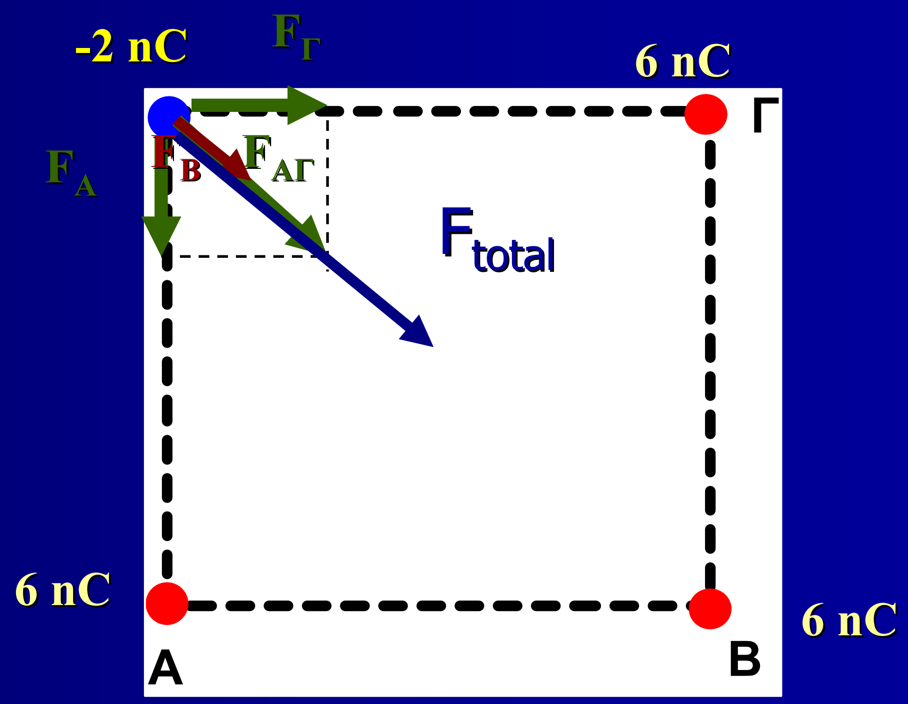


$$F_B = F_{total} = \frac{2\times 8{,}99\times 10^{9}\times 6\times 10^{-9}\times 2\times 10^{-9}}{(0{,}2)^2}\;\frac{\dfrac{N\cdot m^2}{C^2}C^2}{m^2} = 5{,}39\times 10^{-6}\,N$$

$$F_A = F_\Gamma = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{a^2}$$

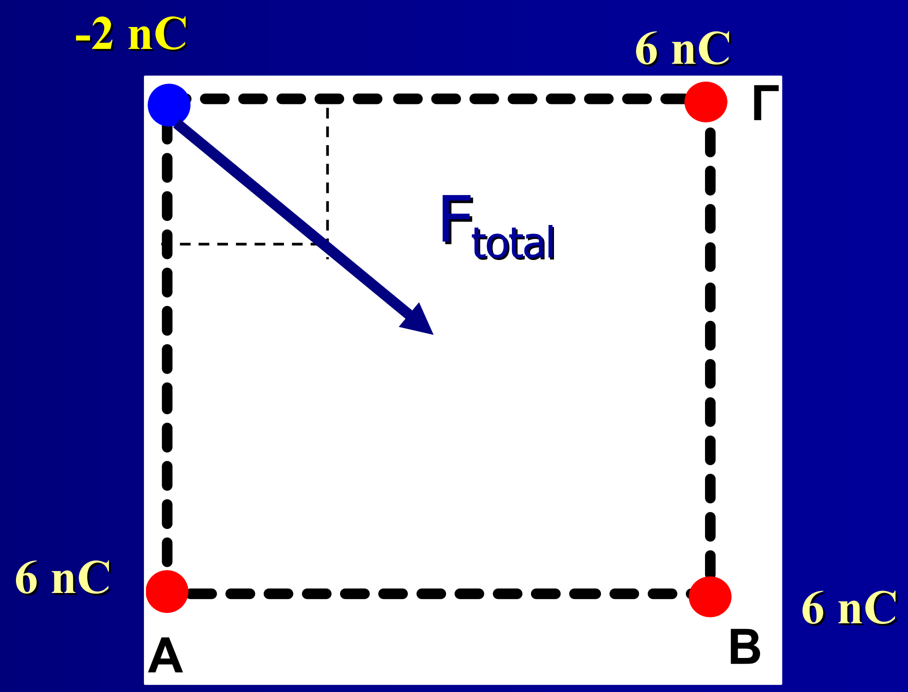
$$F_{A\Gamma} = \frac{F_A}{\cos\phi} = \frac{F_A}{\frac{a}{a\sqrt{2}}} = \sqrt{2}F_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{a^2}\sqrt{2}$$

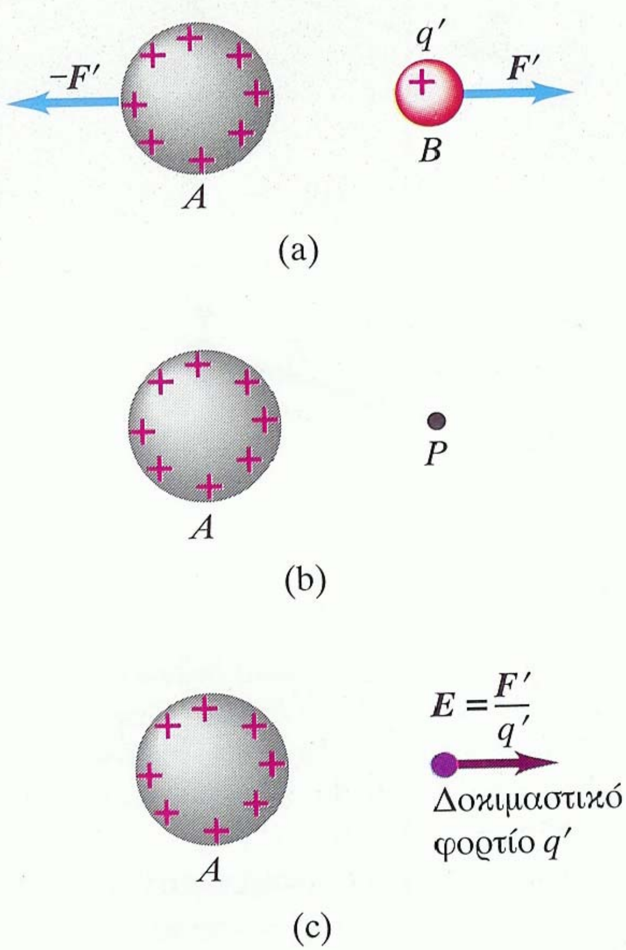
$$F_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{2a^2}$$



$$F_{total} = F_B + F_{A\Gamma} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{2a^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{a^2}\sqrt{2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{a^2}\left(\frac{1}{2}+\sqrt{2}\right)$$

$$F_{total} = \frac{8{,}99 \times 10^{9} \times 6 \times 10^{-9} \times 2 \times 10^{-9}}{(0{,}2)^2} \times (1{,}91) \frac{\frac{N \cdot m^2}{C^2} C^2}{m^2} = 5{,}15 \times 10^{-6}\,N$$





22–9 Ένα φορτισμένο σώμα δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο στον γύρω χώρο.

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F'}}{q'}$$

E και F’ ομόρροπα ή αντίρροπα ανάλογα του προσήμου του q’

Μονάδα 1N/C

Μικρό πρόβλημα:

Η δύναμη που εξασκεί το δοκιμαστικό φορτίο q’ στην κατανομή Α που θεωρούμε γενεσιουργό αιτία του πεδίου μπορεί να αλλοιώσει την κατανομή ιδιαίτερα αν το Α είναι αγωγός.

$$\mathbf{E} = \lim_{q' \to 0} \frac{\mathbf{F'}}{q'}$$

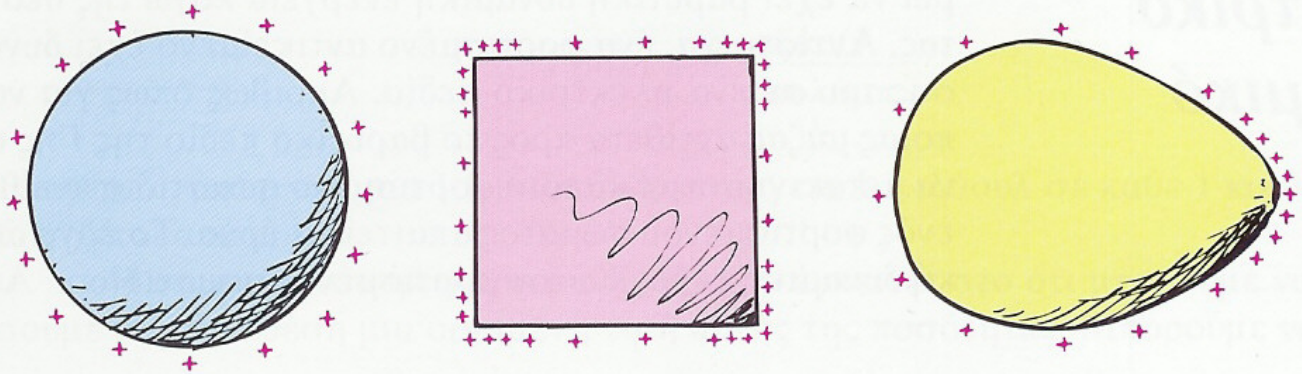
Αν στο εσωτερικό ενός αγωγού υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο τότε αυτό εξασκεί δύναμη σε κάθε φορτίο του αγωγού και αναγκαστικά προκαλεί κίνηση των ελεύθερων φορτίων

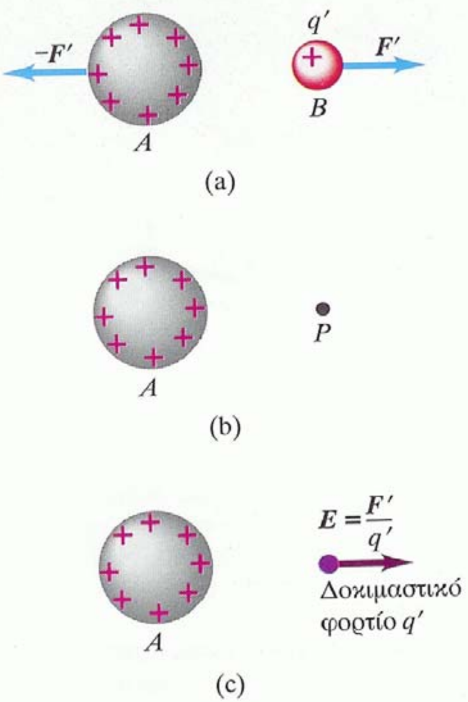
Μελετάμε όμως περιπτώσεις όπου τα φορτία δεν κινούνται = ηλεκτροστατική

Το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό αγωγού πρέπει να είναι πάντα 0

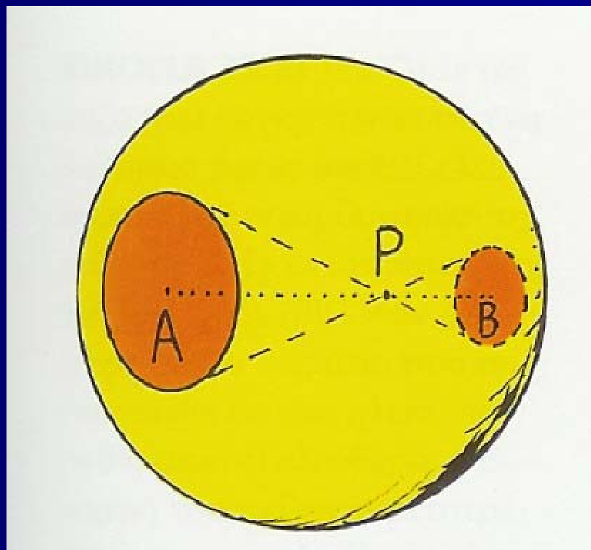
ΠΡΟΣΟΧΗ δεν λέμε ότι είναι αναγκαστικά 0 μέσα σε κοιλότητα στον αγωγό

Το ηλεκτρικό φορτίο κατανέμεται στην επιφάνεια οποιουδήποτε αγωγού με τέτοιον τρόπο ώστε το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του αγωγού να είναι μηδέν.





22–9 Ένα φορτισμένο σώμα δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο στον γύρω χώρο.

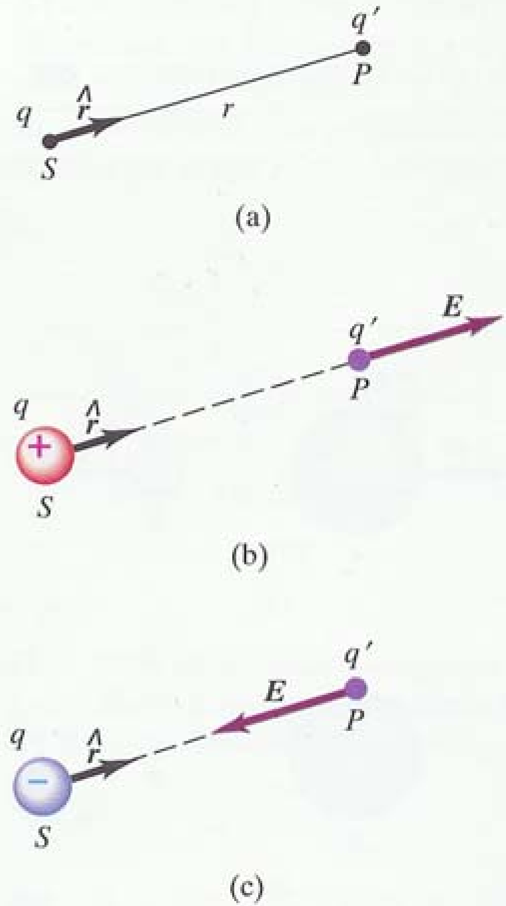


Το δοκιμαστικό φορτίο στο σημείο P έλκεται εξίσου προς το μεγαλύτερο και πιο απομακρυσμένο φορτίο της περιοχής A όπως και προς το μικρότερο και πλησιέστερο φορτίο της περιοχής B. Η ολική δύναμη στο δοκιμαστικό φορτίο είναι μηδέν – και αυτό ισχύει για οποιοδήποτε σημείο στο εσωτερικό του αγωγού. Το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του αγωγού είναι επίσης μηδέν.

Όταν το ηλεκτρικό πεδίο είναι σταθερό σε μέτρο και κατεύθυνση

→ **ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΠΕΔΙΟ**

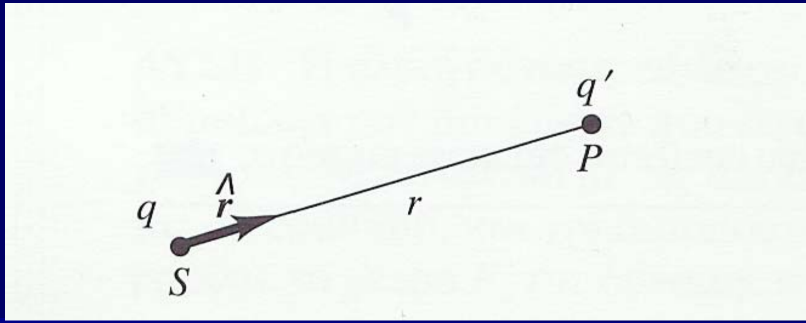
Το Ε λέγεται και «ένταση του ηλεκτρικού πεδίου». Εμείς όμως θα το λέμε απλά «ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ»



22–11 (a) Το μοναδιαίο διάνυσμα κατευθύνεται από το σημείο *S* της πηγής προς το σημείο *P* του πεδίου. (b) Το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου, που δημιουργεί ένα απομονωμένο θετικό σημειακό φορτίο, απομακρύνεται από το φορτίο. (c) Το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί ένα απομονωμένο αρνητικό σημειακό φορτίο κατευθύνεται προς το φορτίο.

Καλούμε σημείο πηγής S (=source/πηγή) τη θέση του φορτίου και σημείο P (=point/σημείο) εκεί όπου θα προσδιορίσουμε το ηλεκτρικό πεδίο.

ΘΕΤΟΥΜΕ ΥΠΟΘΕΤΙΚΑ ΕΝΑ ΔΟΚΙΜΑΣΤΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ q' **(απειροελάχιστο) στο σημείο P , δηλαδή σε απόσταση r από την πηγή**



$$F' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|qq'|}{r^2}$$

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F'}}{q'}$$

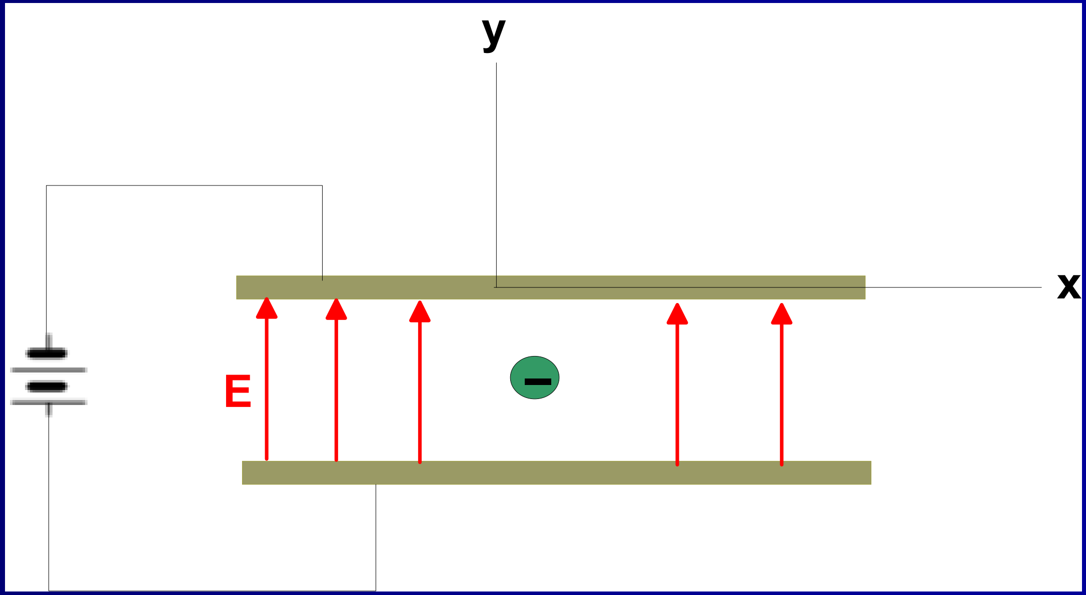
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{r^2}$$

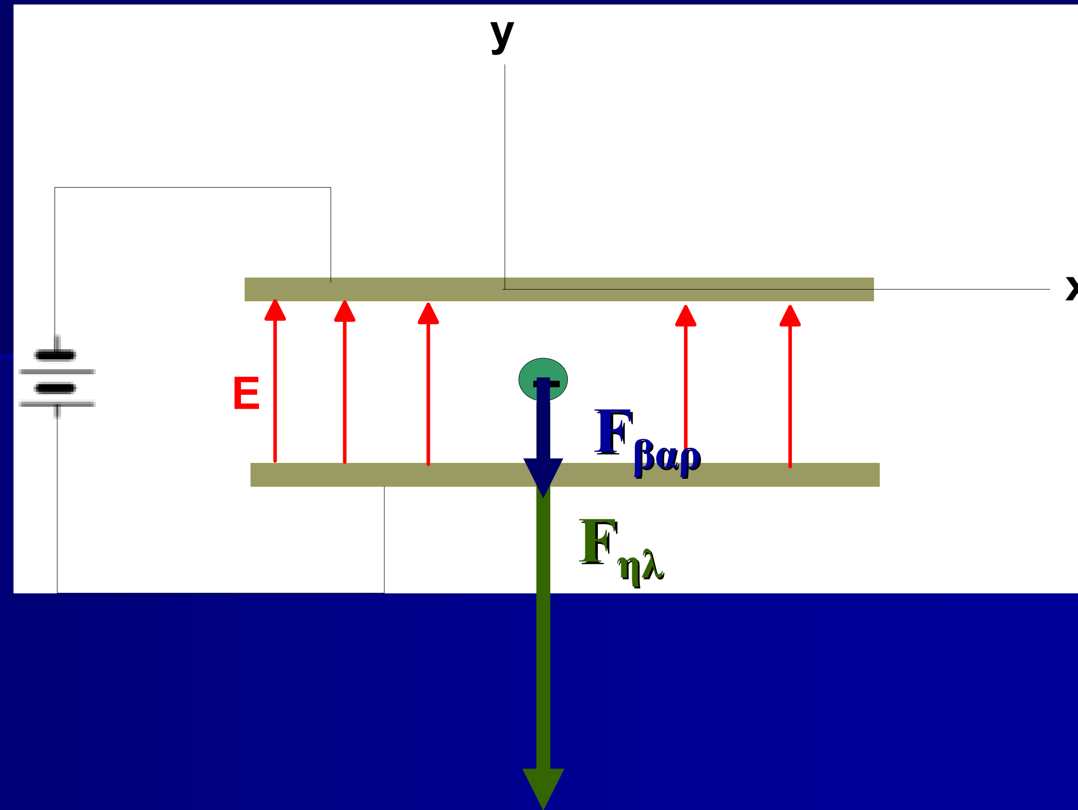
$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

Όπου $\hat{\mathbf{r}}$ είναι το μοναδιαίο διάνυσμα από την πηγή του πεδίου προς το σημείο του πεδίου

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Έχουμε μια μπαταρία 100 V και τη συνδέουμε με δύο μεγάλες οριζόντιες πλάκες που απέχουν 1 cm μεταξύ τους. Προκαλείται έτσι ένα ομογενές πεδίο $E=10^4$ N/C. Να υπολογιστεί η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται σε ένα ηλεκτρόνιο το οποίο βρίσκεται μέσα στο πεδίο. Να υπολογιστεί επίσης η βαρυτική έλξη και να συγκριθεί με την ηλεκτρική δύναμη.





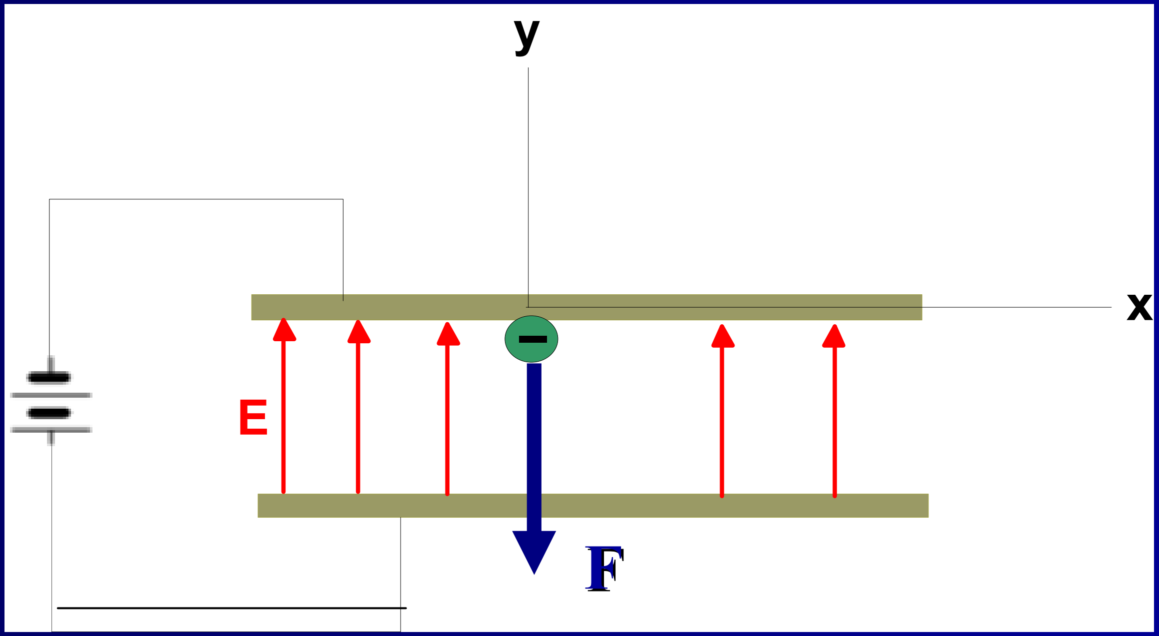
$$F_{ηλεκτρική} = qE = eE = 1{,}6 \times 10^{-19} \times 10^{4} (C \times N / C) = 1{,}6 \times 10^{-15}\, N$$

$$F_{βαρυτική} = mg = 9{,}11 \times 10^{-31} \times 9{,}8^{4} (kg \times m / s^{2}) = 8{,}93 \times 10^{-30}\, N$$

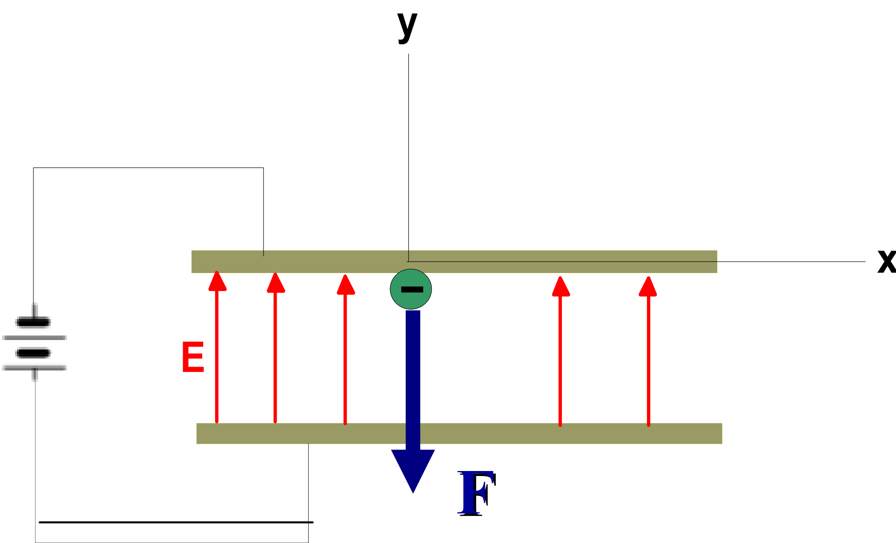
$$\frac{F_{ηλεκτρική}}{F_{βαρυτική}} = \frac{1{,}6 \times 10^{-15}\, N}{8{,}93 \times 10^{-30}\, N} = 1{,}8 \times 10^{14}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Αν το ηλεκτρόνιο ξεκινήσει από την πάνω πλάκα με τι ταχύτητα θα φτάσει στην κάτω; Τι κινητική ενέργεια θα έχει και πόσος χρόνος απαιτείται για να φτάσει;Θεωρούμε τη βαρυτική δύναμη αμελητέα όπως αποδείξαμε στο προηγούμενο παράδειγμα.



Η δύναμη έχει μόνο συνιστώσα κατά τον y άξονα και είναι σταθερή εφόσον το πεδίο είναι ομογενές. Από το δεύτερο νόμο του Newton έχουμε



$$\alpha_y = \frac{F_y}{m} = \frac{-eE}{m} = \frac{-1{,}6\times10^{-15}}{9{,}11\times10^{-31}}\left(\frac{N}{kg}\right) = -1{,}76\times10^{15}\,m/s^2$$

Αφού έχουμε σταθερή επιτάχυνση, η ταχύτητα είναι

$$\upsilon_y^2 = \upsilon_0^2 + 2\alpha_y(y-y_0) = 2\alpha_y y = -2\times1{,}76\times10^{15}\times(-0.01)(m/s^2\times m) \Rightarrow$$

$$\upsilon_y = 5{,}9\times10^6\,m/s$$

Η κινητική ενέργεια όταν το ηλεκτρόνιο φτάσει στην κάτω πλάκα είναι

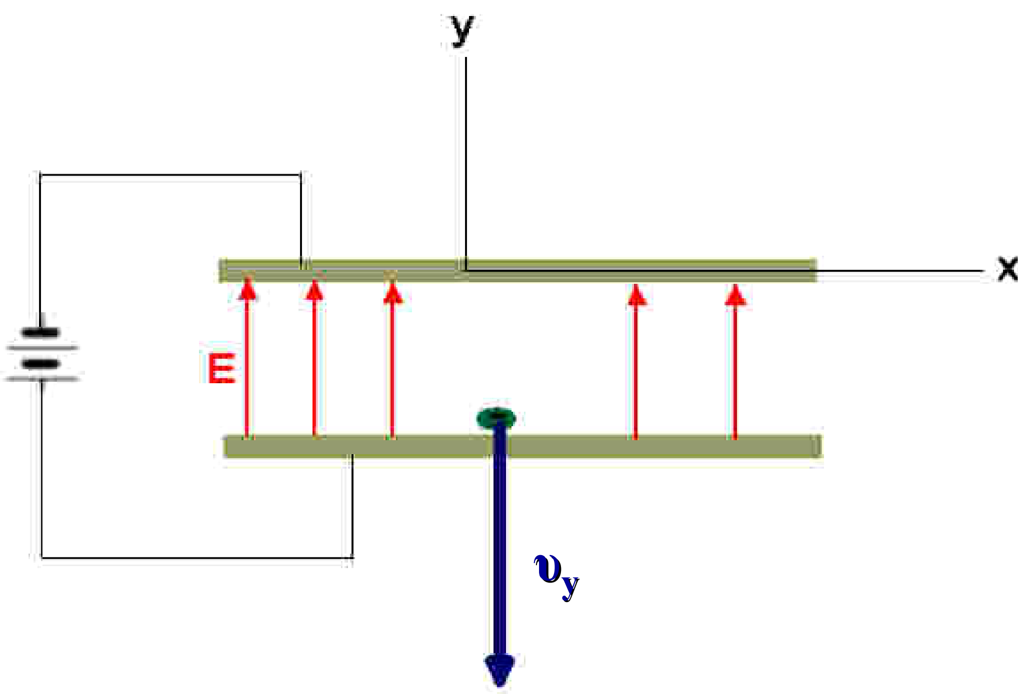
$$U = 1/2m\upsilon_y^2 = 1/2(9{,}11\times10^{-31}\times(5{,}9\times10^6)^2(Kg\cdot m/s) = 1{,}6\times10^{-17}\,J$$

Θα φτάσει μετά παρέλευση

$$t = \frac{\upsilon_y - \upsilon_0}{\alpha_y - \alpha_0} = \frac{\upsilon_y - 0}{\alpha_y - 0} = \frac{-5{,}9\times10^6\,m/s}{-1{,}76\times10^{15}\,m/s^2} = 3{,}4\times10^{-9}\,s$$

Η ταχύτητα που το ηλεκτρόνιο φτάνει στην κάτω πλάκα είναι

$$\upsilon_y = 5{,}9 \times 10^6 \, m/s$$



Αυτή είναι μια τρομακτικά μεγάλη ταχύτητα αφού για να την αποκτήσει ένα αυτοκίνητο 1000 kg πρέπει να υποστεί δύναμη 2×10^{18} N= 2×10^{14} τόνους

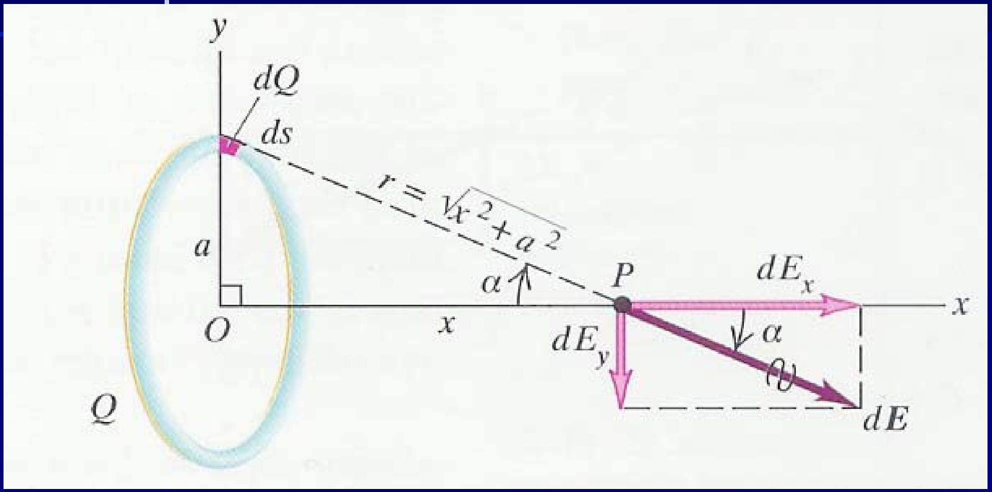
Από την άλλη μεριά θα φτάσει σε απειροελάχιστο χρόνο.

$$t = 3{,}4 \times 10^{-9} \, s$$

Με άλλα λόγια θα βομβαρδίσει την κάτω πλάκα, αν είχε μεγαλύτερες διαστάσεις θα άνοιγε τρύπα.

ΠΕΔΙΟ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ ΔΑΚΤΥΛΙΟΥ

Ένας αγωγός σε σχήμα δακτυλίου με ακτίνα α φέρει ολικό φορτίο Q ομογενώς κατανεμημένο επάνω του. Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο P του άξονα του δακτυλίου σε απόσταση x από το κέντρο του



$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{x^2 + a^2}$$

$$dE_x = dE\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{x^2 + a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

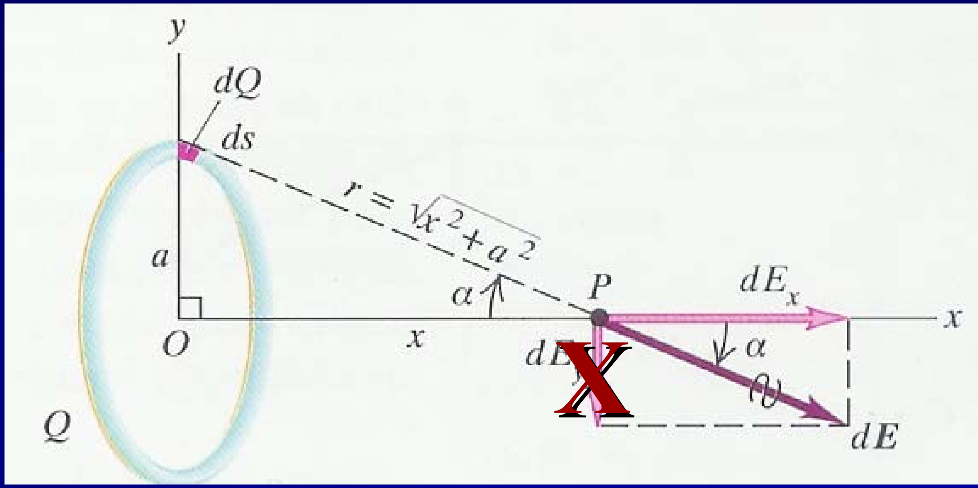
$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x\,dQ}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$\int E_x = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x\,dQ}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xQ}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

1. Από τη συμμετρία συνάγεται ότι δεν υπάρχει συνιστώσα του πεδίου κάθετα στον άξονα x.
2. Στο κέντρο του δακτυλίου, x=0, έχουμε μηδενικό πεδίο, πράγμα που μπορούμε να συμπεράνουμε και από τη συμμετρία του πεδίου.
3. Σε μεγάλη απόσταση από το κέντρο του δακτυλίου, δηλαδή όταν x>>α

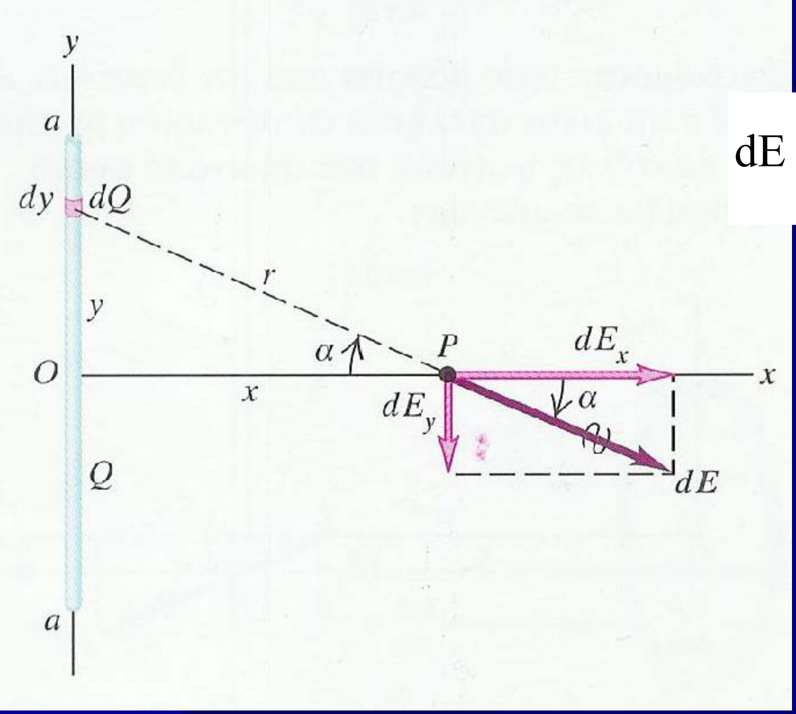


$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x^2}$$

Δηλαδή ο δακτύλιος σε μεγάλη απόσταση φαίνεται σαν σημειακό φορτίο

ΠΕΔΙΟ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

Ηλεκτρικό φορτίο Q κατανέμεται ομογενώς σε γραμμή μήκους 2α που βρίσκεται πάνω στον άξονα y συμμετρικά γύρω από το σημείο 0. Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο P του άξονα x.



Λόγω της ομογενούς κατανομής έχουμε ότι

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{dy}{2\alpha} \Rightarrow dQ = \frac{Qdy}{2\alpha}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{(x^2+y^2)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qdy}{2\alpha(x^2+y^2)}$$

$$dE_x = dE\cos\alpha = dE\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

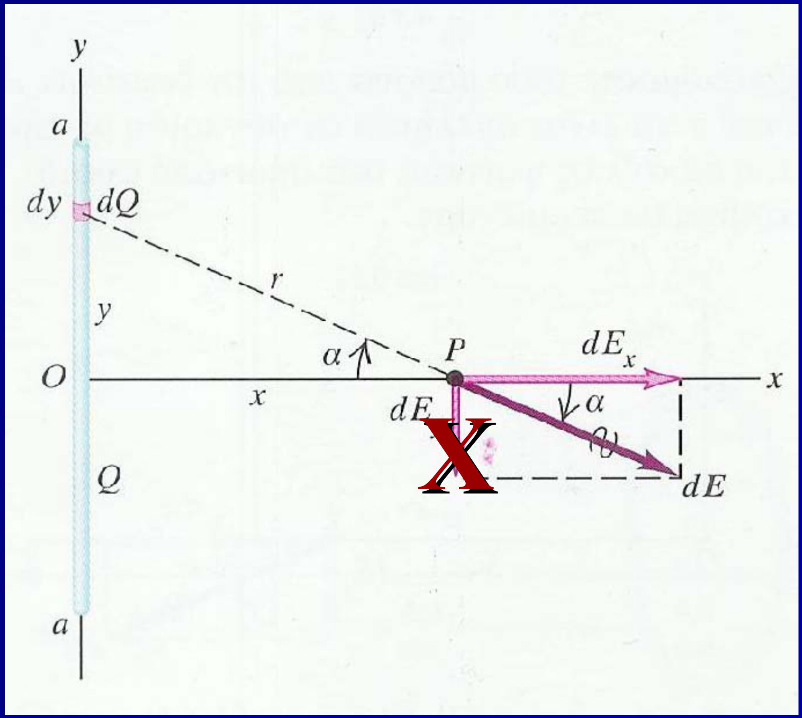
$$dE_y = -dE\sin\alpha = -dE\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$dE_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xdy}{2\alpha(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$dE_y = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ydy}{2\alpha(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \int_{-a}^{a} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x\,dy}{2\alpha(x^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{Qx}{8\pi\alpha\varepsilon_0} \int_{-a}^{a} \frac{dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{x(x^2 + \alpha^2)^{1/2}}$$

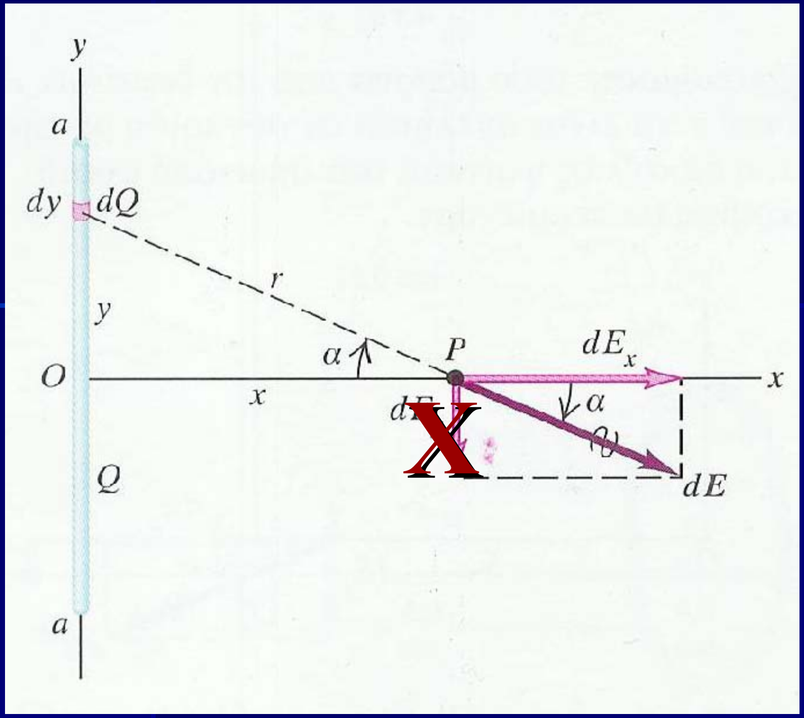
$$E_y = \int_{-a}^{a} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{y\,dy}{2\alpha(x^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{Q}{8\pi\alpha\varepsilon_0} \int_{-a}^{a} \frac{y\,dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = 0$$



Σε διανυσματική μορφή

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{x(x^2 + a^2)^{1/2}} \mathbf{i}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ



1. Από τη συμμετρία συνάγεται επίσης ότι δεν υπάρχει συνιστώσα του πεδίου κάθετα στον άξονα x.

2. Σε μεγάλη απόσταση από το γραμμικό φορτίο, δηλαδή όταν x>>α

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x^2}\mathbf{i}$$

Δηλαδή το φορτίο σε μεγάλη απόσταση φαίνεται σαν σημειακό

Αν χρησιμοποιήσουμε τη γραμμική πυκνότητα φορτίου λ=Q/2α η εξίσωση του πεδίου γίνεται

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{x\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2+1\right]^{1/2}}\mathbf{i}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

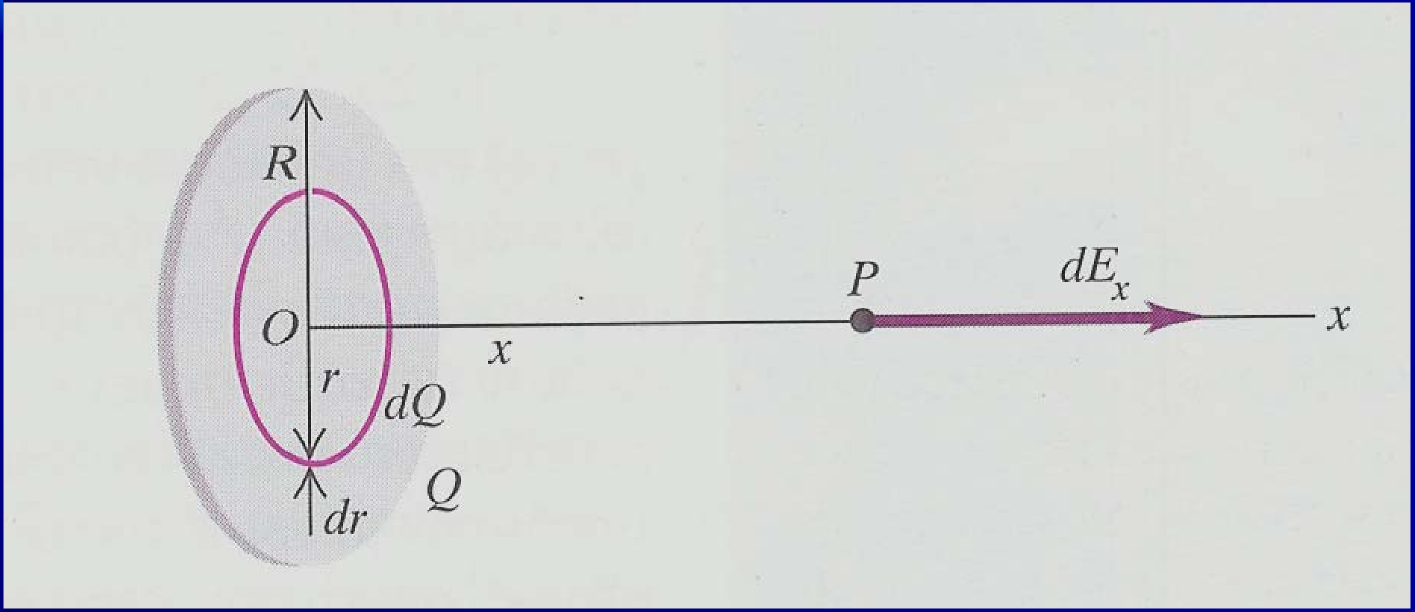
Όταν $\alpha \rightarrow \infty$ $\Rightarrow$ $\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\mathbf{i}$

δηλαδή $$\mathrm{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Μέτρο του πεδίου για οποιαδήποτε διεύθυνση σε απόσταση r από την κατανομή

ΠΕΔΙΟ ΟΜΟΓΕΝΩΣ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ ΔΙΣΚΟΥ

Να βρεθεί πεδίο που προκαλεί σταθερή επιφανειακή πυκνότητα φορτίου κατανεμημένη σε δίσκο με ακτίνα R, σε σημείο του άξονα του δίσκου σε απόσταση x από το κέντρο του (το x υποτίθεται θετικό)



Παριστάνουμε την κατανομή ως σύνολο φορτισμένων δακτυλίων :

Κάποιος δακτύλιος θα έχει εσωτερική ακτίνα r και εξωτερική r+dr

ΠΕΔΙΟ ΟΜΟΓΕΝΩΣ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ ΔΙΣΚΟΥ

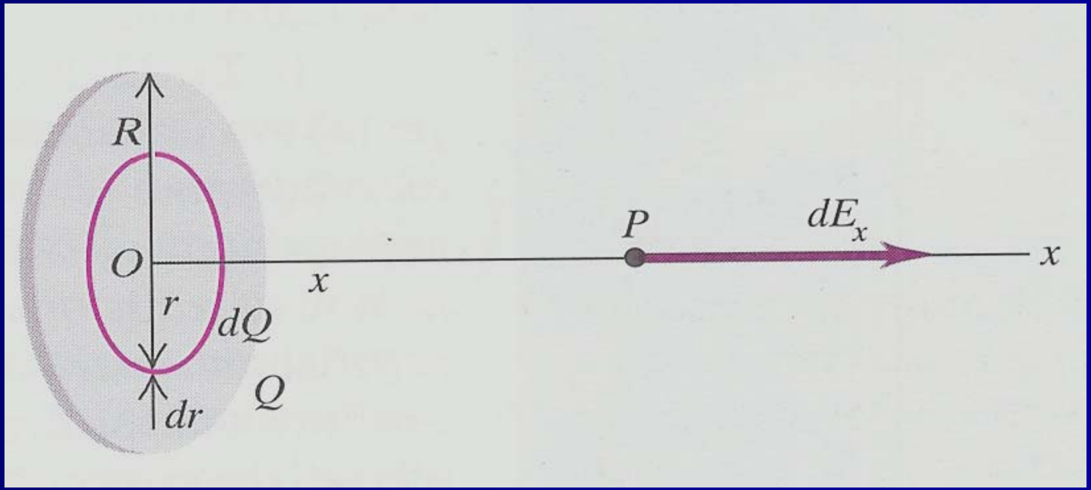
Στοιχειώδης δακτύλιος

Πάχος: dr

Εμβαδό: $dA = 2\pi r dr$

Φορτίο: $dQ = \sigma dA$

$= 2\pi\sigma r dr$



$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x(2\pi\sigma r dr)}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

Συνιστώσα στο x πεδίου δακτυλίου

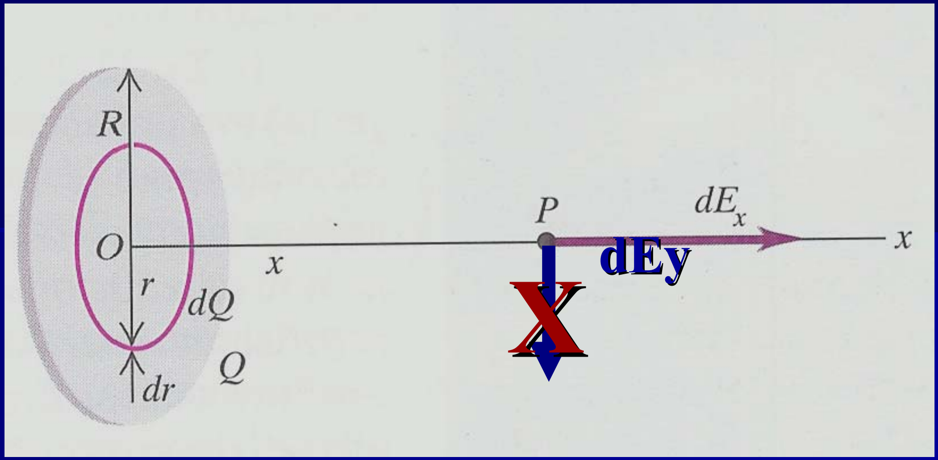
$$E_x = \int_0^R \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x(2\pi\sigma r dr)}{(x^2+r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}} + \frac{1}{x}\right] = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\frac{1}{x}\left[1 - \frac{\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}}{x}\right] \Rightarrow$$

$$E_x = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\frac{1}{x}\left[1 - \frac{\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}}{(\sqrt{x^2})}\right] = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\frac{1}{x}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{R^2}{x^2}}}\right] = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R^2}{x^2}\right)+1}}\right]$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

ΠΑΛΙ ΔΕΝ ΕΧΟΥΜΕ Υ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑ ΛΟΓΩ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ



Όταν $R \to \infty$

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

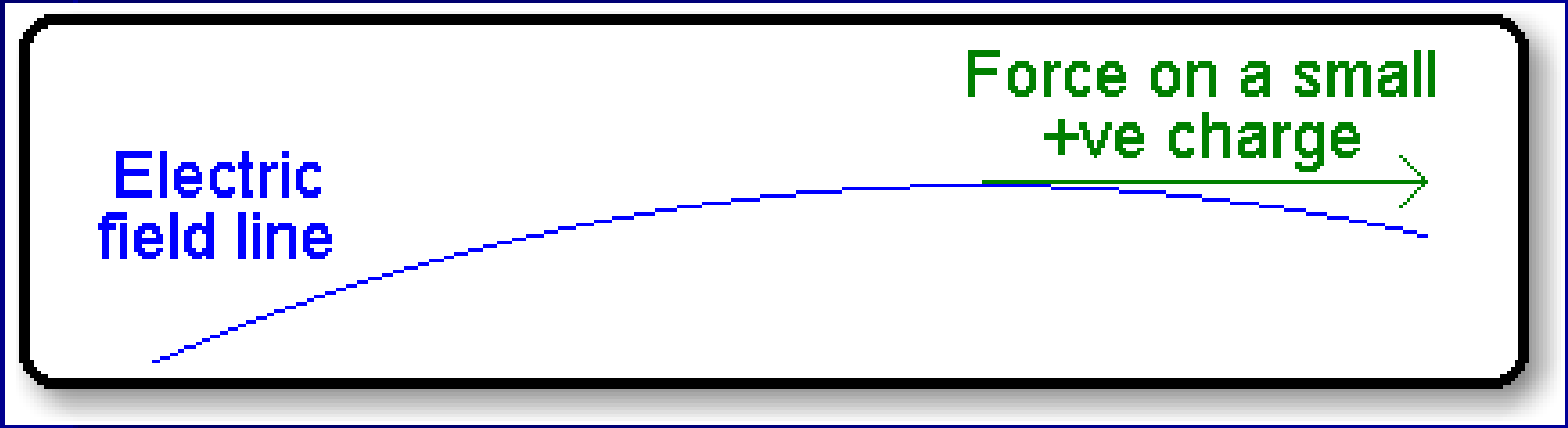
ΔΗΛΑΔΗ ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΠΟΥ ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ ΣΕ ΠΛΑΚΑ ΑΠΕΙΡΩΝ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ (ΠΟΛΥ ΜΕΓΑΛΩΝ) ΕΙΝΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΟ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΛΑΚΑ

ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΑΥΤΟ (ΟΠΩΣ ΚΑΙ ΟΛΑ ΤΑ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΑ) ΙΣΧΥΕΙ ΚΑΙ ΓΙΑ ΤΟ ΒΑΡΥΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΚΑΙ ΤΟ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕ ΣΕ ΜΕΓΑΛΟ ΒΑΘΜΟ ΣΤΗ ΓΕΩΦΥΣΙΚΗ (ΔΙΟΡΘΩΣΗ BOUGUER)

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ Η΄ ΓΡΑΜΜΕΣ ΠΕΔΙΟΥ

Το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου εφάπτεται σε κάθε σημείο μιας δυναμικής γραμμής

Δείχνουν την κατεύθυνση του **Ε** σε κάθε σημείο.

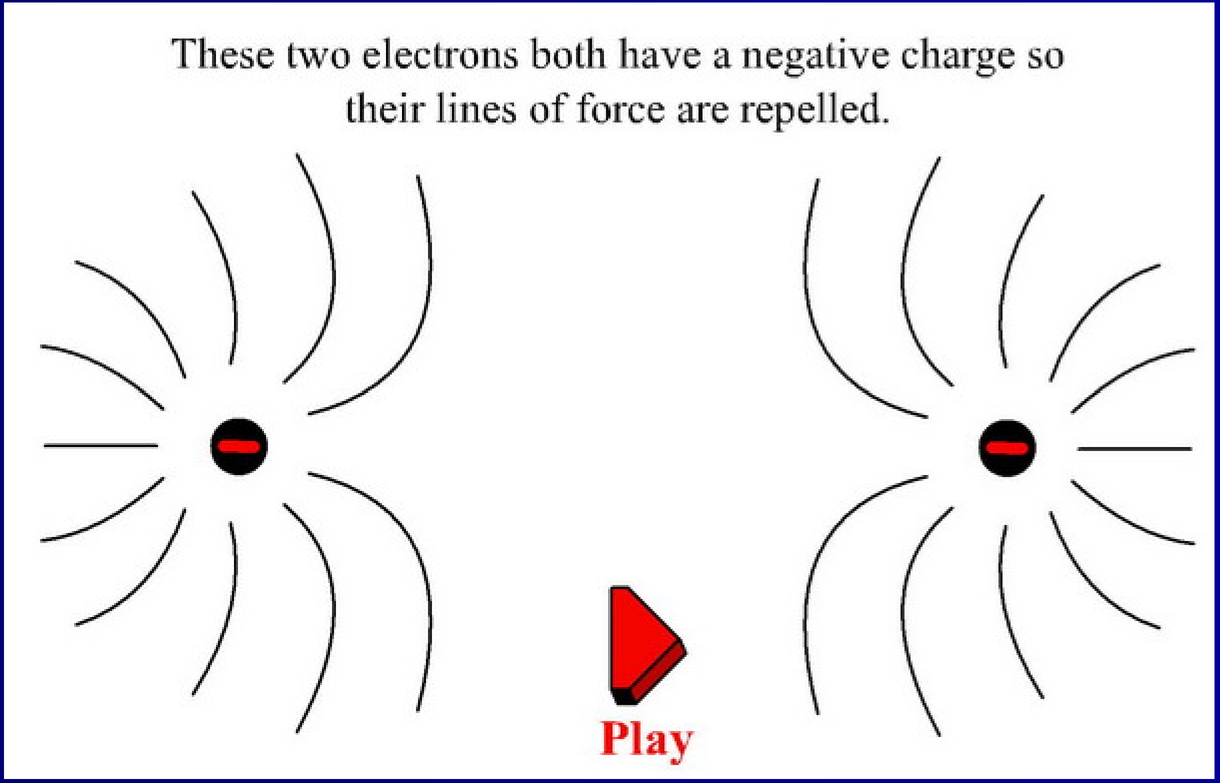


Η πυκνότητά τους δηλώνει το μέτρο του **Ε**

ΟΙ ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΜΑΣ ΒΟΗΘΟΥΝ ΝΑ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΟΥΜΕ ΤΟ ΠΕΔΙΟ

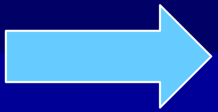
Σε κάθε σημείο το **E** έχει μοναδική τιμή (μέτρο, διεύθυνση, φορά)

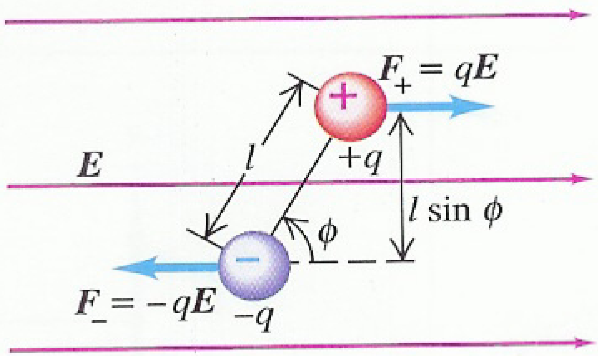
Από το σημείο περνάει μια και μοναδική γραμμή πεδίου



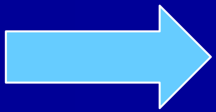
ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΔΙΠΟΛΑ

Ζεύγος ίσων ηλεκτρικών φορτίων με αντίθετα πρόσημα, έστω q και –q σε απόσταση l

Έστω ότι το δίπολο είναι μέσα σε ομογενές πεδίο Ε 



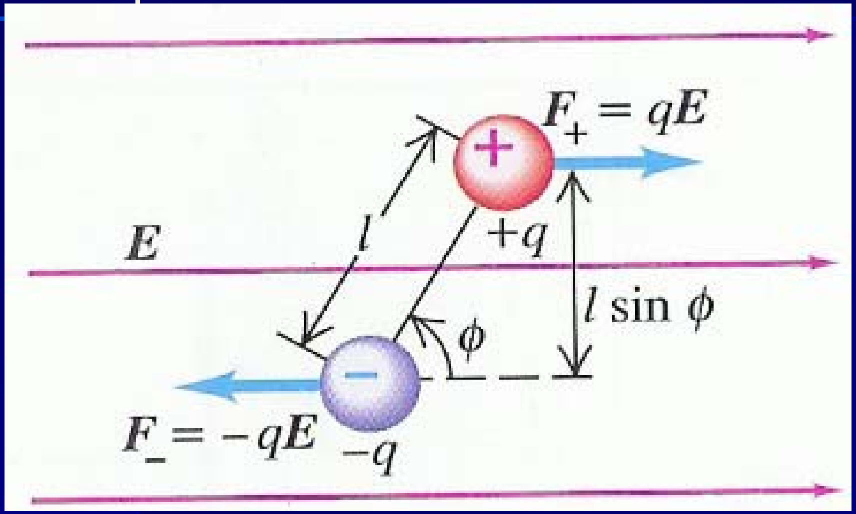
22–22 Η συνισταμένη δύναμη πάνω στο ηλεκτρικό δίπολο μηδενίζεται, αλλά παραμένει μια ροπή που κατευθύνεται προς τη σελίδα και τείνει να περιστρέψει το δίπολο δεξιόστροφα.

Στα δύο φορτία εξασκούνται δυνάμεις με ίσο μέτρο F=qE  αλλά σε αντίθετες κατευθύνσεις

Συνισταμένη δύναμη 0 αλλά συνισταμένη ροπή μη μηδενική. Έχουμε δηλαδή ζεύγος δυνάμεων

Αν φ είναι η γωνία μεταξύ του άξονα του δίπολου και του πεδίου, τότε η μηχανική ροπή που ασκείται στο δίπολο είναι

$$\tau = (qE)(l\sin\varphi)$$



Όπου lsinφ είναι η απόσταση των φορέων των δυνάμεων.

Το μέγεθος ql ονομάζεται ηλεκτρική διπολική ροπή και συμβολίζεται με p

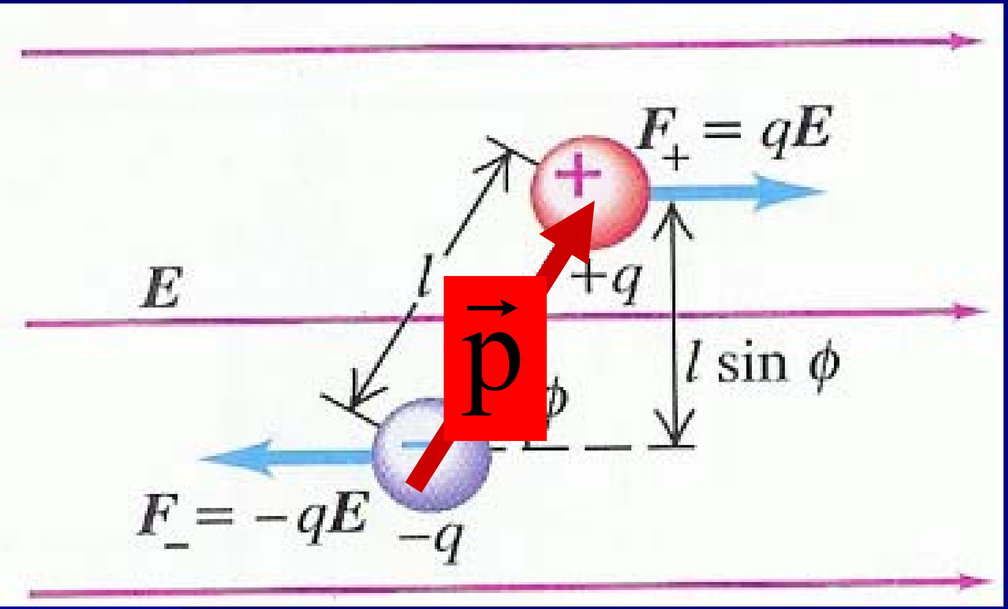
ΜΟΝΑΔΕΣ Cm

ΟΡΙΖΟΥΜΕ ΤΗ ΔΙΠΟΛΙΚΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΡΟΠΗ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΔΙΑΝΥΣΜΑ ΜΕ ΜΕΤΡΟ ql ΚΑΙ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΑΠΟ ΤΟΝ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΘΕΤΙΚΟ ΠΟΛΟ ΠΑΝΩ ΣΤΟΝ ΑΞΟΝΑ ΤΟΥ ΔΙΠΟΛΟΥ

Επομένως το μέτρο της μηχανικής ροπής είναι:

$$\tau = p\mathrm{E}\sin\varphi$$

Ως συνάρτηση του μέτρου της διπολικής ηλεκτρικής ροπής



Εφόσον φ είναι η γωνία μεταξύ του ηλεκτρικού πεδίου και της διπολικής ροπής.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p}\mathbf{E}$$

Η ροπή είναι μέγιστη όταν τα $\vec{\mathrm{p}}$ και $\vec{\mathrm{E}}$ είναι κάθετα και μηδενίζεται όταν είναι παράλληλα ή αντιπαράλληλα.

Για να αλλάξει η κατεύθυνση του διπόλου μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο η ροπή εκτελεί έργο και βέβαια μεταβάλλεται η δυναμική ενέργεια.

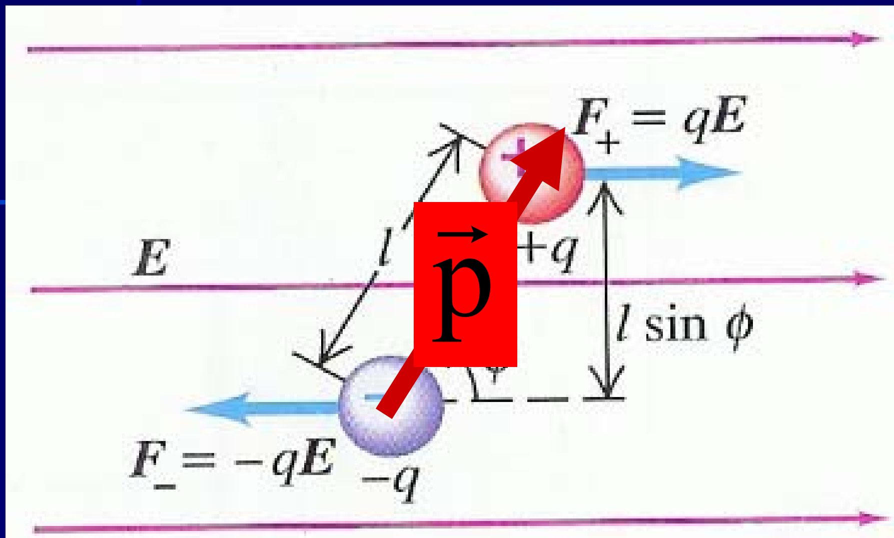
Η ροπή τείνει μειώσει τη γωνία φ, επομένως τ=-pEsinφ

$$dW = \tau d\varphi = -pE\sin\varphi d\varphi$$

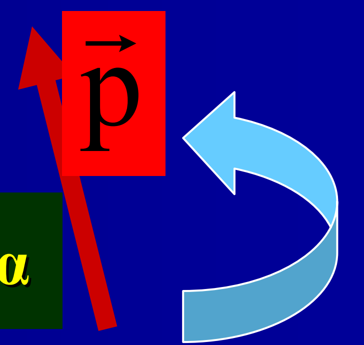
Για πεπερασμένη στροφή από φ_1 σε φ_2

$$W = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} -pE\sin\varphi d\varphi = pE\cos\varphi_2 - pE\cos\varphi_1$$

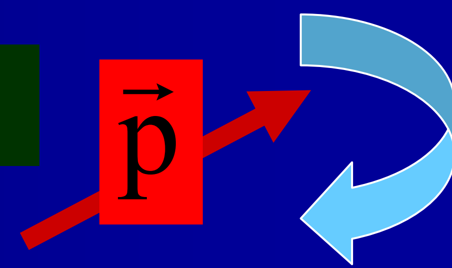
Το έργο είναι μεταβολή της δυναμικής ενέργειας W=U1-U2



Δαπανάται εξωτερικά όταν αυξάνει αυτή η ενέργεια



Εκτελείται από το πεδίο όταν μειώνεται η ενέργεια.



Επομένως είναι το αντίθετο της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας.

Επομένως ο κατάλληλος ορισμός της δυναμικής ενέργειας είναι

$$U(\varphi) = -pE\cos\varphi$$

$$U = -\vec{\mathbf{p}} \cdot \vec{\mathbf{E}}$$

Η δυναμική ενέργεια

είναι ελαχίστη στη θέση ευσταθούς ισορροπίας όταν φ=0

είναι μέγιστη στη θέση ασταθούς ισορροπίας όταν φ=π

και είναι 0 όταν φ=π/2

ΕΛΑΧΙΣΤΗ σημαίνει όσο πιο αρνητική γίνεται

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

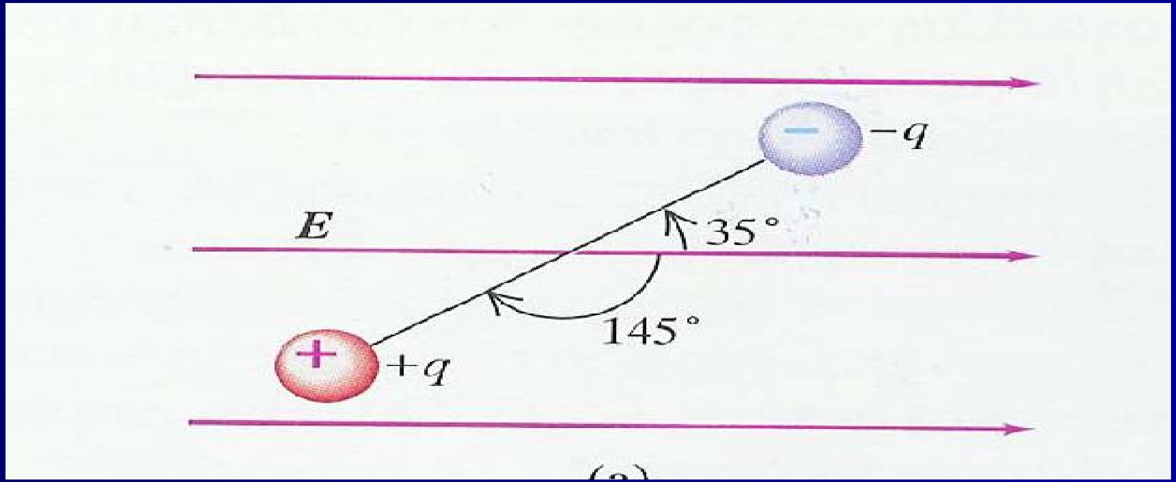
Έχουμε ηλεκτρικό δίπολο μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με μέτρο 5×10^5 N/C όπως φαίνεται στο σχήμα.
Τα φορτία είναι $1{,}6 \times 10^{-19}$ C και βρίσκονται σε απόσταση $0{,}125 \times 10^{-9}$ m. Να βρεθούν:

Α) Η συνολική δύναμη που εξασκείται από το πεδίο στο δίπολο.

Β) Το μέτρο και η κατεύθυνση της ηλεκτρικής διπολικής ροπής.

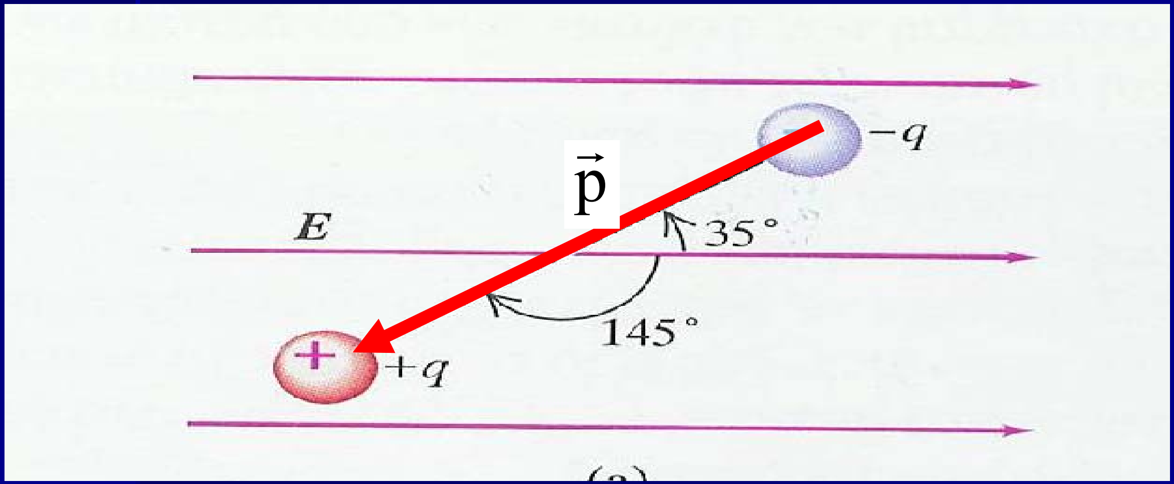
Γ) Το μέτρο και η κατεύθυνση της μηχανικής ροπής.

Δ) Η δυναμική ενέργεια του συστήματος στη θέση αυτή.



Α) Η συνολική δύναμη είναι μηδέν εφόσον ασκούνται δυο ίσες και αντίθετες δυνάμεις.

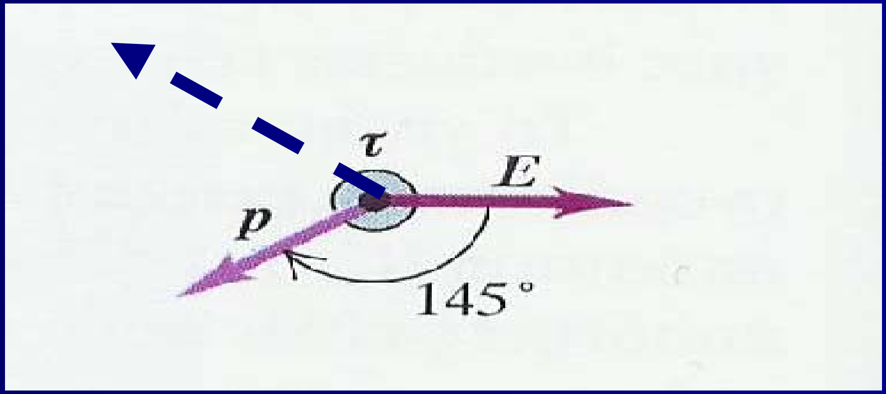
Β) Το διάνυσμα $\vec{p}$ κατευθύνεται από το αρνητικό προς το θετικό φορτίο. Επομένως σχηματίζει γωνία 145^0 με το ηλεκτρικό πεδίο.



$$p = ql = (1{,}6\times10^{-19}\times0{,}125\times10^{-9})Cm = 2\times10^{-29}\,Cm$$

Γ) $\tau = pE\sin\varphi = (2\times10^{-29}\times5\times10^{5})(\sin(145^0))(Cm\times N/C) = 5{,}7\times10^{-24}\,Nm$

Με τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε ότι η μηχανική ροπή κατευθύνεται έξω από το επίπεδο της διαφάνειας.

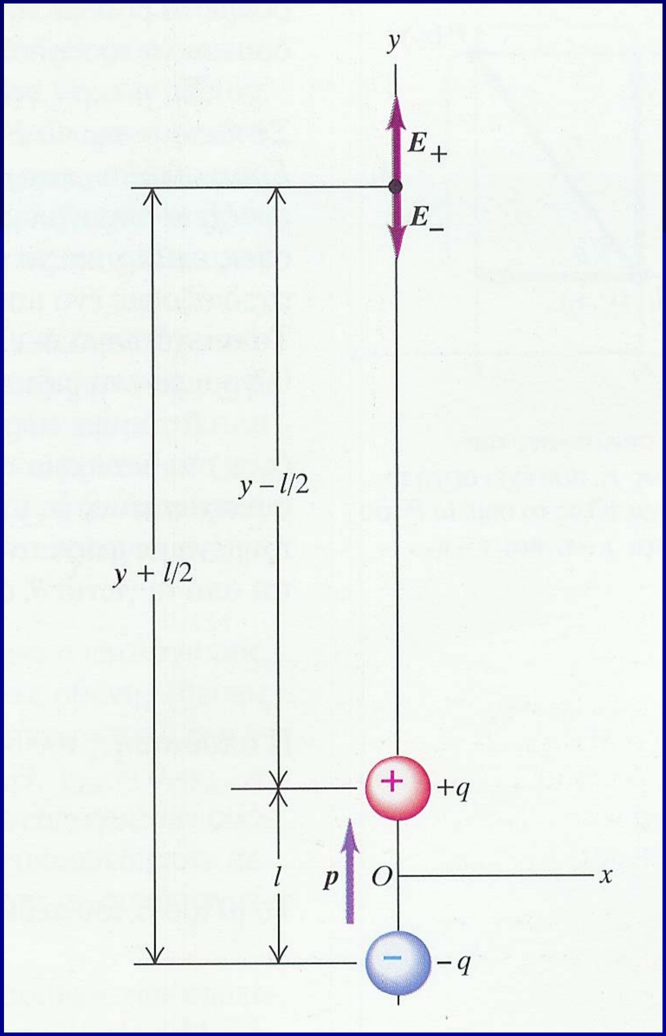


Δ)
$$U = -pE\cos\varphi =$$
$$= -(2\times10^{-29}\times5\times10^{5})(\cos(145^0))(Cm\times N/C)$$
$$= 8{,}2\times10^{-24}\,J$$

$$\cos(145^0) = -0{,}8192$$

ΠΕΔΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΠΟΛΟΥ

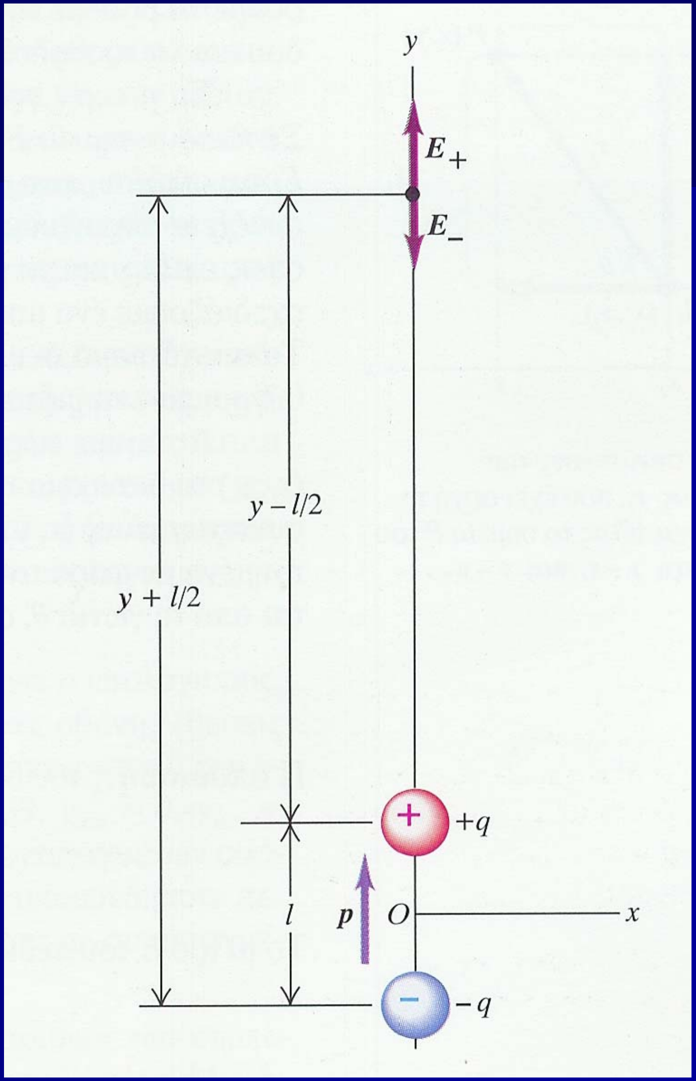
Έχουμε ένα ηλεκτρικό δίπολο και υιοθετούμε σύστημα συντεταγμένων όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν το μήκος του διπόλου είναι *l* να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο του άξονα y το οποίο απέχει πολύ μεγάλη απόσταση από το δίπολο (δηλαδή y είναι πολύ μεγαλύτερο από το *l*). Να χρησιμοποιηθεί το ανάπτυγμα του διωνύμου



$$(1+x)^n \approx 1 + nx + n(n-1)x^2/2 + \ldots\ldots.., \qquad \text{όταν } x \prec\prec 1$$

ΠΕΔΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΠΟΛΟΥ

Τα φορτία προκαλούν πεδία στο τυχαίο σημείο y κατά μήκος αυτού του άξονα εφόσον ο άξονας είναι και ακτινική διεύθυνση για τα δεδομένα του παραδείγματος.



$$E_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(y-l/2)^2} - \frac{1}{(y+l/2)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 y^2}\left[(1-l/2y)^{-2} - (1+l/2y)^{-2}\right]$$

ΠΕΔΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΠΟΛΟΥ

Επειδή η ποσότητα *l*/2y είναι πολύ μικρότερη της μονάδος εφόσον υπολογίζουμε το πεδίο πολύ μακριά από το δίπολο, εφαρμόζουμε το διωνυμικό τύπο για n=-2 και κρατάμε μόνο τους πρώτους όρους. Οι υπόλοιποι όροι είναι πολύ μικροί

$$(1-l/2y)^{-2} \cong 1+l/y$$
$$(1+l/2y)^{-2} \cong 1-l/y$$

$$E_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 y^2}\left[(1+l/y)-(1-l/y)\right]$$
$$= \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 y^3} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 y^3}$$

Για σημεία που δεν είναι στους άξονες, οι μαθηματικές εκφράσεις του πεδίου γίνονται περίπλοκες. Σε κάθε περίπτωση όμως το πεδίο μειώνεται αντίστροφα με την Τρίτη δύναμη της απόστασης

$$E \propto \frac{1}{r^3}$$

Όταν έχουμε δύο δίπολα σε μικρή απόσταση μεταξύ τους (τετράπολο)

$$E \propto \frac{1}{r^4}$$

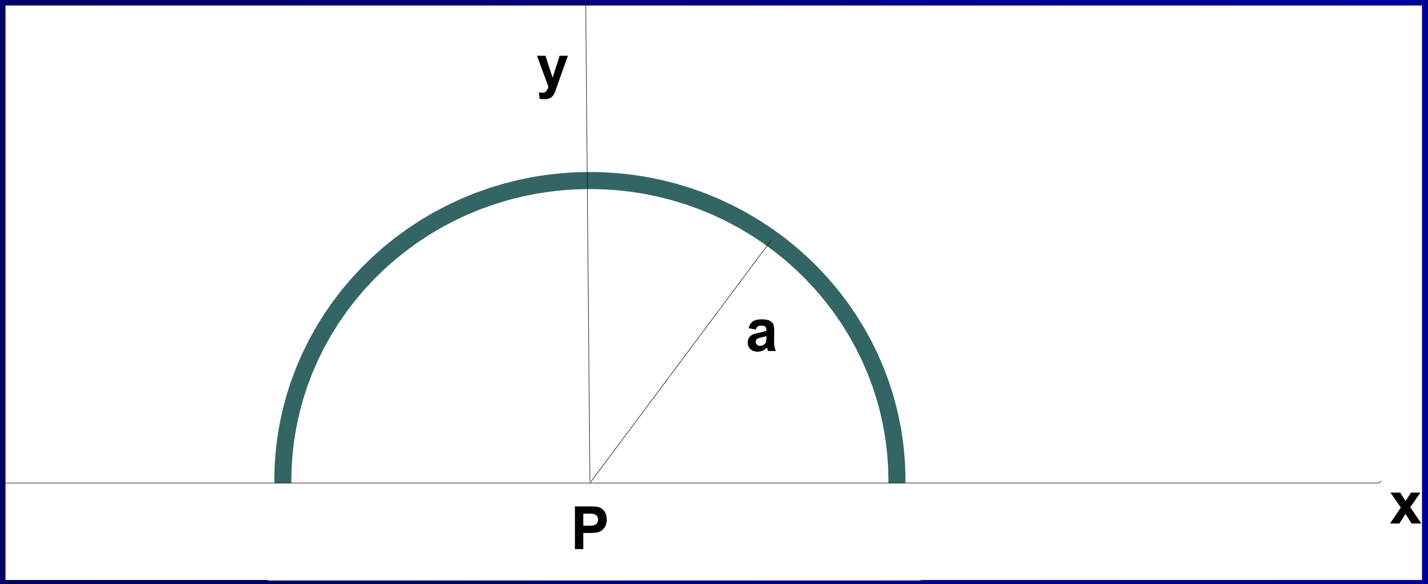
ΔΗΛΑΔΗ ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΠΕΔΙΑ ΕΧΟΥΜΕ

Πολύ μακριά από την πηγή το πεδίο μειώνεται ως εξής

ΕΙΔΟΣ ΠΗΓΗΣ	ΜΕΙΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΗ ΤΟΥ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ
ΔΙΠΟΛΟ	$1/r^3$
ΣΗΜΕΙΑΚΗ ΠΗΓΗ	$1/r^2$
ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΦΟΡΤΙΩΝ	$1/r$
ΕΠΙΠΕΔΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΦΟΡΤΙΩΝ	Ανεξάρτητη από το r

ΑΣΚΗΣΗ 22-48

Θετικό φορτίο είναι κατανεμημένο ομοιόμορφα πάνω σε ημικύκλιο με ακτίνα α. Ποίο είναι το ηλεκτρικό πεδίο στο κέντρο;



ΑΣΚΗΣΗ 22-43

Ηλεκτρόνιο βάλλεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με μέτρο 500 N/C και κατεύθυνση κατακόρυφα προς τα επάνω. Η αρχική ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι 4×10^6 m/s και το διάνυσμα της ταχύτητας σχηματίζει γωνία 30^0 με την οριζόντιο. Να βρεθούν:

Α) Το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το ηλεκτρόνιο πάνω από το αρχικό του ύψος.

Β) Μετά από πόση οριζόντια μετατόπιση επιστρέφει στο αρχικό του ύψος.

Επίσης να σχεδιαστεί η τροχιά του ηλεκτρονίου

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί αμελητέα

ΣΥΝΟΨΗ

- Το ολικό φορτίο κλειστού συστήματος είναι σταθερό (αρχή διατήρησης του φορτίου).
- Οι αγωγοί επιτρέπουν την κίνηση φορτίου δια μέσου τους ενώ οι μονωτές όχι. Οι ημιαγωγοί έχουν ενδιάμεσες ιδιότητες.
- Οι ηλεκτρικές αλληλεπιδράσεις είναι κατά πολύ ισχυρότερες της βαρυτικής και σ’ αυτές οφείλεται η δομή των ατόμων, των μορίων και των στερεών .
- Σημειακά φορτία αλληλεπιδρούν με το νόμο του Coulomb. Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται υπακούουν στον τρίτο νόμο του Newton (δράση-αντίδραση)

ΣΥΝΟΨΗ

- **Στις ηλεκτρικές αλληλεπιδράσεις ισχύει ο νόμος της επαλληλίας.**
- **Το ηλεκτρικό πεδίο είναι δύναμη ανά μονάδα φορτίου.**
- **Ισχύει η αρχή της επαλληλίας για πεδία συνδυασμού πηγών.**
- **Σε κάθε σημείο του χώρου μια δυναμική γραμμή εφάπτεται του διανύσματος του πεδίου στο σημείο.**
- **Αν ηλεκτρικό δίπολο βρεθεί μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο υφίσταται ροπή.**