

# ΦΥΣΙΚΗ

ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ

Κ. Παπαζάχος, Καθηγητής Γεωφυσικής  
Γ. Τσόκας, Καθηγητής Εφ. Γεωφυσικής

# ΦΥΣΙΚΗ

## ΚΑΙΝΟΥΡΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑ (ΣΧΕΤΙΚΑ !!!)

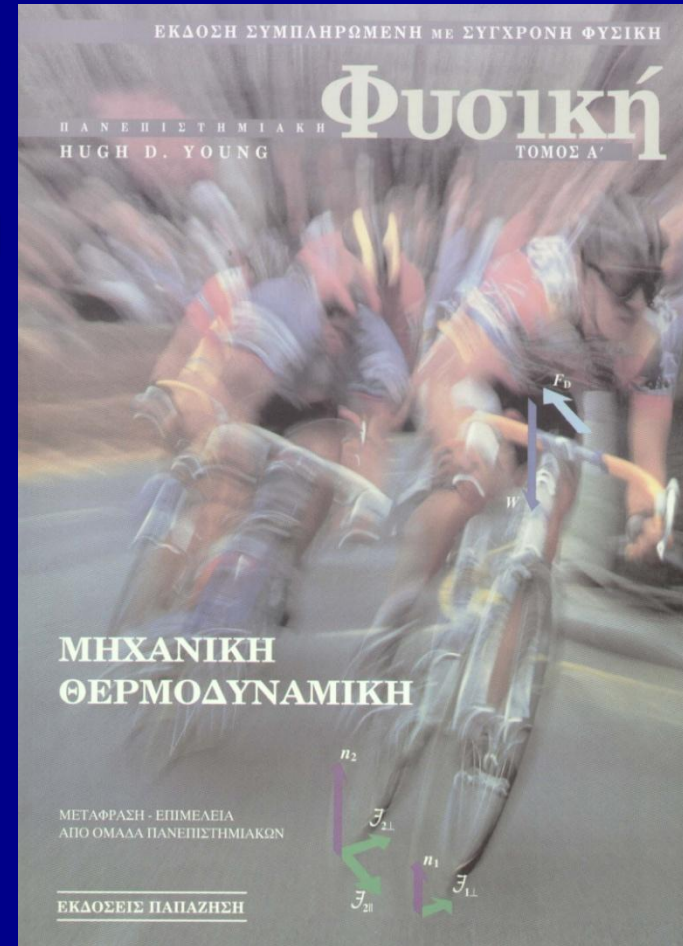
- ✓ Νέο βιβλίο (6<sup>ο</sup> έτος διδασκαλίας)
- ✓ Προσαρμογή στη διδακτέα ύλη
- ✓ Προσοχή στη διανομή των βιβλίων

# Ενημέρωση

Η διδασκαλία του μαθήματος, πολλά από τα σχήματα και όλες οι ασκήσεις προέρχονται από το βιβλίο:

«Πανεπιστημιακή Φυσική» του Hugh Young των Εκδόσεων Παπαζήση, οι οποίες μας επέτρεψαν τη χρήση των σχετικών σχημάτων και ασκήσεων

Φυσική



# ΦΥΣΙΚΗ

## ✓ Διδάσκοντες



***Τσόκας Γρηγόρης***

Καθηγητής Εφαρμοσμένης  
Γεωφυσικής, Τομέας Γεωφυσικής

**E-mail: [gtsokas@geo.auth.gr](mailto:gtsokas@geo.auth.gr)**



***Παπαζάχος Κωνσταντίνος***

Καθηγητής Γεωφυσικής, Τομέας  
Γεωφυσικής

**E-mail: [krapaza@geo.auth.gr](mailto:krapaza@geo.auth.gr)**

# ΦΥΣΙΚΗ

✓ Διδάσκοντες

**Επικοινωνία με E-mail**

*[krapaza@geo.auth.gr](mailto:krapaza@geo.auth.gr)*

*[gtsokas@geo.auth.gr](mailto:gtsokas@geo.auth.gr)*

# Email

- **Απαραίτητη** για την παρακολουθηση του μαθήματος είναι η απόκτηση **κωδικού Ηλ. Ταχυδρομείου (Email)** του Αριστοτελείου Παν/μίου Θεσ/νίκης.
- Ο κωδικός αυτός αποτελεί και τον μοναδικό κωδικό μέσω του οποίου ο φοιτητής έχει πρόσβαση σε όλες τις υπηρεσίες του ΑΠΘ που σχετίζονται με το Ηλ. Ταχυδρομείο, τη δυνατότητα σύνδεσης από το σπίτι μέσω Η/Υ, την πρόσβαση στις Νησίδες του ΑΠΘ, τη χρήση των λογισμικών του ΑΠΘ και κυρίως του πακέτου MSDN-AA και στο σπίτι, κλπ.

# Email

- Ο κωδικός πρόσβασης παρέχεται από το **Κέντρο Διαχείρισης και Λειτουργίας Δικτύου (ΚΛΔΔ) του ΑΠΘ ΜΕΣΩ ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΑΤΕΙΑΣ ΤΟΥ ΤΜ. ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ**. Οι λογαριασμοί χρήσης υπηρεσιών προσφέρουν:
  - Θυρίδα ηλεκτρονικού ταχυδρομείου (e-mail)
  - Σύνδεση μέσω τηλεφώνου (dial-up) για πρόσβαση σε υπηρεσίες Internet
  - Προσωπικός αποθηκευτικός χώρος
  - Φιλοξενία προσωπικών ιστοσελίδων
  - Συμμετοχή στις υπηρεσίες καταλόγου
  - ΠΡΟΣΒΑΣΗ ΣΤΗ ΝΗΣΙΔΑ Η/Υ ΤΟΥ ΤΜ. ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ

# Email

- Ο λογαριασμός χρήσης αποτελείται από το όνομα χρήστη (username) και τον κωδικό πρόσβασης (password), τα οποία είναι κοινά για όλες τις υπηρεσίες που προσφέρει το ΚΛΔΔ.
- Το ΚΛΔΔ στεγάζεται στον 1ο όροφο του κτιρίου Βιολογίας (09:00-15:00)
- Με ηλεκτρονικό ταχυδρομείο: [support@auth.gr](mailto:support@auth.gr)
- Επισκεπτόμενοι τον χώρο υποστήριξης στην: Κεντρική Βιβλιοθήκη του ΑΠΘ

<http://noc.auth.gr>



# Email

- **Η ΑΠΟΚΤΗΣΗ ΚΩΔΙΚΟΥ EMAIL ΕΙΝΑΙ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΗ ΠΡΟΫΠΟΘΕΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΚΤΗΣΗ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ ΧΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΝΗΣΙΔΑΣ ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ.**
- **Οι Νησίδες Η/Υ του ΑΠΘ εποπτεύονται από το Κέντρο Υποστήριξης Τεχνολογιών Πληροφορικής (ΚΥΤΠ), το οποίο είναι αρμόδιο και για το διαθέσιμο λογισμικό στο ΑΠΘ.**
- **Περισσότερες πληροφορίες για το ΚΥΤΠ, τις υπηρεσίες του, κλπ. μπορείτε να βρείτε στην ιστοσελίδα:**

**<http://www.itc.auth.gr>**

# Ηλεκτρονικές Σελίδες

<http://www.geo.auth.gr>

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης  
Σχολή Θετικών Επιστημών

## Τμήμα Γεωλογίας



Αρχική » Προπτυχιακά » Μαθήματα

- Αρχική Σελίδα
- Ιστορία
- Διοίκηση
- Γραμματεία
- Τομείς και Προσωπικό
- Έρευνα
- Προπτυχιακά
  - Πρόγραμμα Σπουδών
- Μαθήματα
  - Περιεχόμενα Μαθημάτων
  - Κατευθύνσεις
  - Πρόγραμμα Διδασκαλίας-Εξετάσεων
  - Οδηγός Σπουδών-Συγγράμματα
  - Ασκήσεις Υπαιθρου
  - Πρακτική Άσκηση
  - Πληροφορίες
- Ηλεκτρονική Διδασκαλία
- Μεταπτυχιακά
- Βιβλιοθήκη
- Κατάλογος
- Επικοινωνία
- Χρήσιμα



### Μαθήματα

Υ = Υποχρεωτικό, Ε = Επιλογή, Θ = Θεωρία, Α = Ασκήσεις, ΕΡ = Εργαστήρια (ώρες εβδομαδιαίως), ΔΜ = Διδακτικές Μονάδες, ΕΜ = Ευρωπαϊκές Μονάδες (ECTS). 1 ΔΜ αντιστοιχεί σε μία εβδομαδιαία ώρα διδασκαλίας είτε θεωρίας (Θ), είτε ασκήσεων (Α), είτε εργαστηρίων (ΕΡ) επί ένα εξάμηνο.  
Με (\*) συμβολίζονται τα μαθήματα που είναι προαπαιτούμενα άλλων μαθημάτων και με (\*\*) συμβολίζονται τα μαθήματα που έχουν προαπαιτούμενα.

A'	B'	Γ'	Δ'	Ε'	ΣΤ'	Ζ'	Η'
----	----	----	----	----	-----	----	----

#### A' ΕΞΑΜΗΝΟ

Κωδικός	Μάθημα	Θ	Α	ΕΡ	ΔΜ	ΕΜ
Υποχρεωτικά						
GGN 101Y	Γενικά Μαθηματικά I	2	2	-	4	5
GGN 102Y	Φυσική (*)	3	-	-	3	4
GGN 103Y	Χημεία (*)	2	-	2	4	5
GMO 104Y	Κρυσταλλογραφία	2	-	2	4	5
GGG 105Y	Εισαγωγή στη Γεωλογία (*)	2	1	-	3	4
GMO 106Y	Ορυκτολογία (*)	3	-	2	5	6
GGN 150Y	Ασκήσεις Υπαιθρου	-	2	-	2	1
Επιλογής						
GGN 107E	Αναλυτική Χημεία	2	-	2	4	4
GGP 108E	Ιστορία και Φιλοσοφία της Επιστήμης	2	-	-	2	2

(\*) Το μάθημα Φυσική (GGP 102Y, A' εξάμηνο) είναι προαπαιτούμενο του μαθήματος Εισαγωγή στη Γεωφυσική (GGP 319Y, Γ' εξάμηνο).

(\*) Το μάθημα Χημεία (GGN 103Y, A' εξάμηνο) είναι προαπαιτούμενο του μαθήματος Γενική Γεωχημεία (GMO 535Y, E' εξάμηνο).

(\*) Το μάθημα Εισαγωγή στη Γεωλογία (GGG 105Y, A' εξάμηνο) είναι προαπαιτούμενο των μαθημάτων Τεκτονική Γεωλογία (GGG 537Y, E' εξάμηνο), Στρωματογραφία και Ιστορική Γεωλογία (GGG 538Y, E' εξάμηνο) και Γεωλογικές Χαρτογραφίες (GGG 648Y, ΣΤ' εξάμηνο).

(\*) Το μάθημα Ορυκτολογία (GMO 106Y, A' εξάμηνο) είναι προαπαιτούμενο του μαθήματος Γενική Κοιτασματολογία (GMO 534Y, E' εξάμηνο).

# ΦΥΣΙΚΗ

✓ Τροποποίηση στη διδακτέα ύλη

**Έμφαση στη Μηχανική και στα δυναμικά πεδία  
(Ηλεκτρικό και Μαγνητικό)**

Εισαγωγικά στοιχεία διανυσματικού λογισμού, κίνηση στο επίπεδο, νόμοι του Νεύτωνα και εφαρμογές, έργο και κινητική ενέργεια, ορμή, περιστροφική κίνηση, ισορροπία και ελαστικότητα, τάση και παραμόρφωση, αρχές βαρύτητας, ηλεκτρικό φορτίο, διατήρηση και κβάντωση φορτίου, νόμος του Coulomb, ηλεκτρικά δίπολα, ηλεκτρική ροή, νόμος του Gauss, ηλεκτρική δυναμική ενέργεια, δυναμικό, βαθμίδα δυναμικού, πυκνωτές, ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου, διηλεκτρικά, ρεύμα αντίσταση και ηλεκτρεγερτική δύναμη, μαγνητικό πεδίο, κίνηση φορτισμένων σωματιδίων σε μαγνητικό πεδίο, μαγνητικό πεδίο κινουμένου φορτίου, εξισώσεις του Maxwell.

# ΦΥΣΙΚΗ

## Γιατί μαθαίνουμε Φυσική;

- ✓ Οι βασικές επιστήμες (όπως και η Φυσική) αποτελούν τα θεμέλια των τεχνολογικών επιστημών
- ✓ Είναι ενδιαφέρον (!) και η γνώση που προσφέρει επηρεάζει όχι μόνο το πώς ζούμε αλλά και το πώς σκεφτόμαστε.



**Νεύτων**  
**(Newton)**

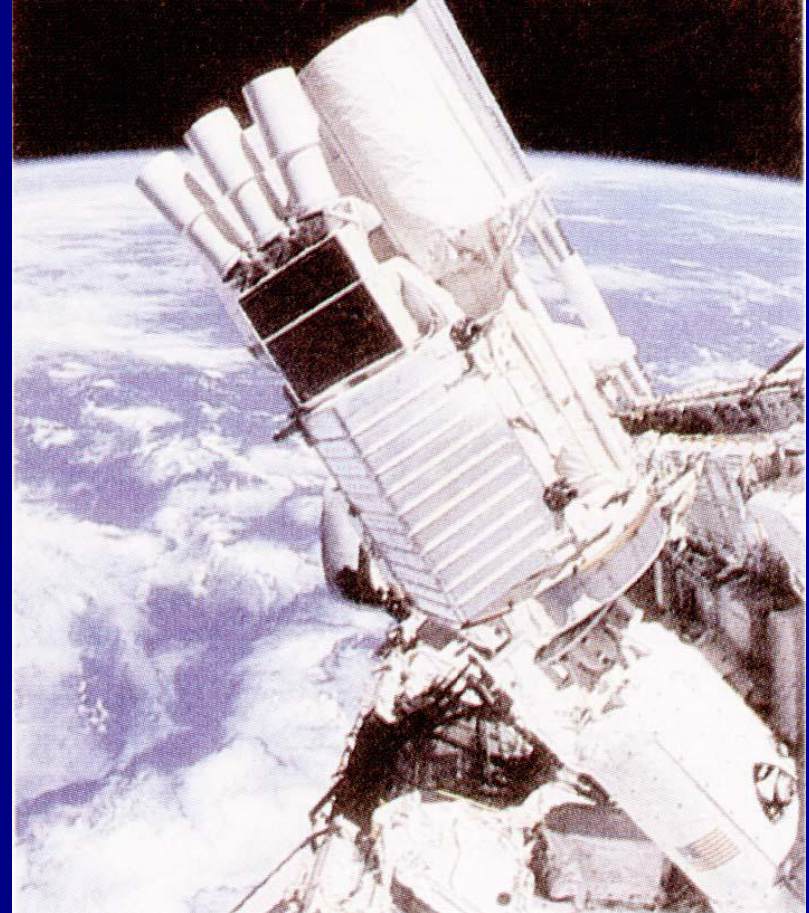
**Principia**  
**(1687)**

# ΦΥΣΙΚΗ

Η Φυσική είναι πειραματική επιστήμη

- ✓ Μέσα από το πείραμα ψάχνουμε κανονικότητες και αρχές (θεωρίες, νόμοι)
- ✓ Ερώτημα → Πείραμα → Αποτέλεσμα → Θεωρία → Νόμος

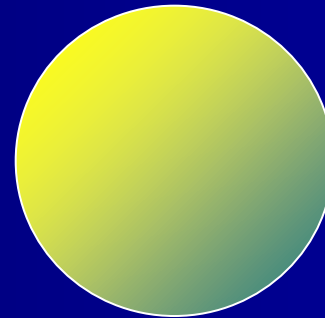
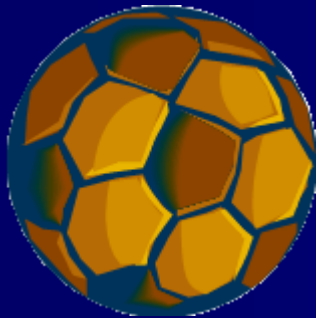
# ΦΥΣΙΚΗ



# ΦΥΣΙΚΗ

## Η Φυσική χρησιμοποιεί μοντέλα

- ✓ Απλοποιημένη εκδοχή φυσικού συστήματος
- ✓ Αδυναμία ανάλυσης χωρίς απλοποίηση

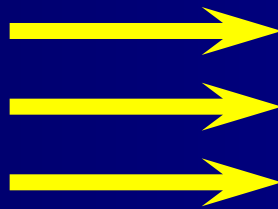


- ✓ Προσοχή: Όχι υπερβολική απλοποίηση!

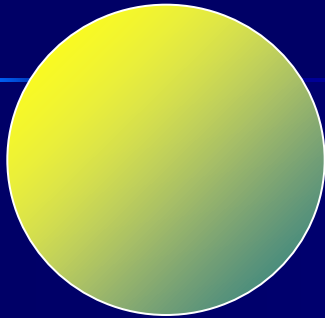


# ΦΥΣΙΚΗ

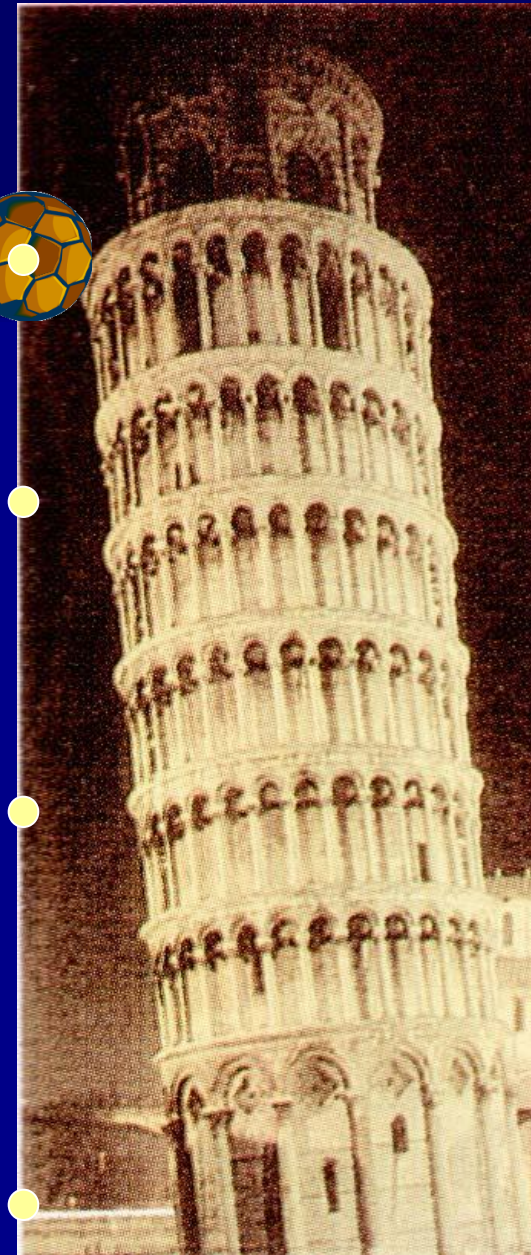
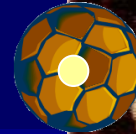
ΑΕΡΑΣ



# ΦΥΣΙΚΗ



● Υλικό Σημείο



# ΦΥΣΙΚΗ

## Η Φυσική χρησιμοποιεί αριθμούς

- ✓ Ποσοτικός προσδιορισμός φυσικού φαινομένου: Φυσική ποσότητα
- ✓ Πρότυπο αναφοράς φυσικής ποσότητας: Μονάδα
- ✓ **1m, 1sec, 1kg (S.I. - 1960)**

# ΦΥΣΙΚΗ & ΜΟΝΑΔΕΣ

## Μονάδες στη Φυσική

- ✓ **1m:**  $10^{-7}$  Β.Πόλου-Ισημερινού
- ✓ **1sec:** Ημιπερίοδος εκκρεμούς 1μέτρου
- ✓ **1kg:** Διεθνές Γραφείο Μέτρων & Σταθμών (Μουσείο Σεβρών)

# ΦΥΣΙΚΗ & ΜΟΝΑΔΕΣ

## Μονάδες στη Φυσική

- ✓ **K:**  $10^3$
- ✓ **M:**  $10^6$
- ✓ **G:**  $10^9$
- ✓ **T:**  $10^{12}$

- ✓ **c:**  $10^{-2}$
- ✓ **m:**  $10^{-3}$
- ✓ **μ:**  $10^{-6}$
- ✓ **n:**  $10^{-9}$
- ✓ **p:**  $10^{-12}$

# ΦΥΣΙΚΗ

## Ακρίβεια & σημαντικά ψηφεία

- ✓  $8.1 \pm 0.1$
- ✓  $8.1 \pm 10\% \rightarrow 8.1 \pm 0.81$
- ✓  $8.12432 \pm 0.1 \rightarrow 8.02432 - 8.22432$
- ✓  $8.12432 + 2.1 = \cancel{10.22432}$
- ✓  $8.12432 + 2.1 = 10.2$
- ✓ Άστρονομική Μονάδα:  
Απόσταση Γής-Ήλιου  $\rightarrow 14900000000000m \rightarrow 1,49 * 10^{11}m$

# ΦΥΣΙΚΗ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

## Η Φυσική χρησιμοποιεί Μαθηματικά

- ✓ Τα Μαθηματικά είναι ο μόνος τρόπος για να κάνουμε ποσοτικούς υπολογισμούς και ποσοτικές περιγραφές για τη Φύση
- ✓ Στη Μηχανική (αλλά και γενικά στους περισσότερους κλάδους της Φυσικής) χρειαζόμαστε δύο τύπους μαθηματικών μεγεθών για να περιγράψουμε φυσικές ποσότητες

# ΒΑΘΜΩΤΑ ΜΕΓΕΘΗ

Ένα νούμερο αρκεί (μονόμετρα)!

- ✓ Μάζα
- ✓ Θερμοκρασία
- ✓ Πυκνότητα
- ✓ Χρόνος

Αντίστοιχες συναρτήσεις: Βαθμωτές συναρτήσεις π.χ.  
 $y=f(x)$



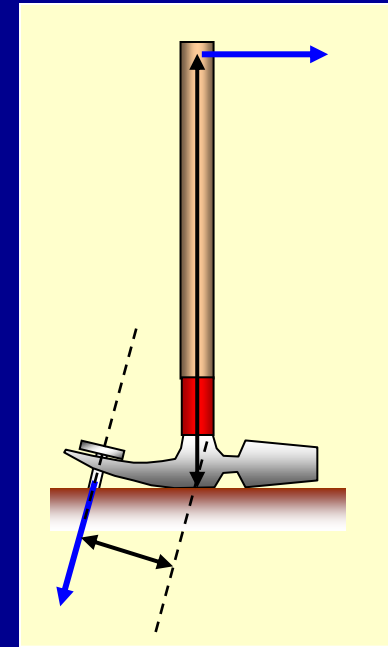
# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Ένα νούμερο δεν αρκεί! (εμπριέχεται η έννοια της κατεύθυνσης)

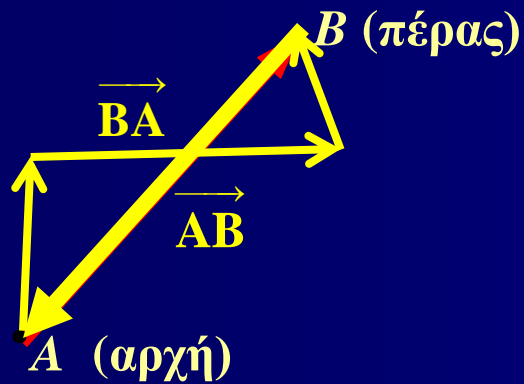
- ✓ Ταχύτητα
- ✓ Δύναμη
- ✓ Θέση στο χώρο
- ✓ Μετατόπιση

Αντίστοιχες συναρτήσεις:

Διανυσματικές συναρτήσεις π.χ.  $\mathbf{y}=f(\mathbf{x})$



# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

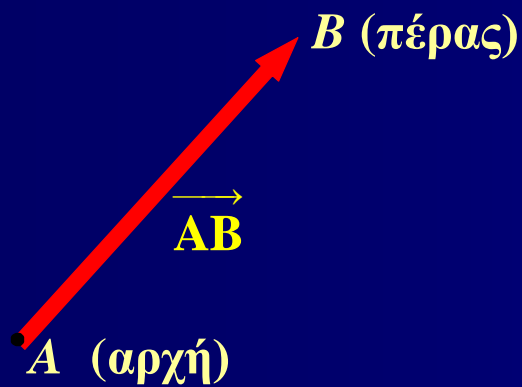


Μετατόπιση από το A στο B  
(πάντα ευθύγραμμο τμήμα)

$$\vec{BA} = -\vec{AB}$$

$$\vec{AA} = -\vec{0}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ



Μέγεθος μετατόπισης από  
το A στο B (μήκος)

Μέτρο διανύσματος  
(πάντα θετικό)

$$\left| \overrightarrow{AB} \right|$$

Διάνυσμα με μέτρο 1  
Μοναδιαίο διανύσμα

$$\left| \overrightarrow{AB} \right| = 1$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Συμβολισμός

Διάνυσμα

Μέτρο

Βιβλία

$\alpha$

$\vec{\alpha}$

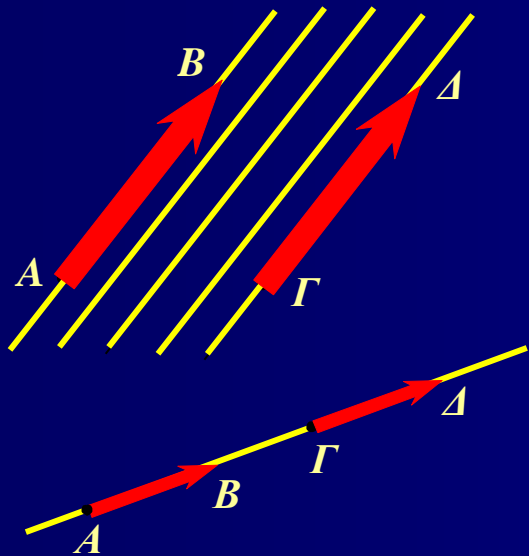
$|\vec{\alpha}|$

Εσεις!!!

$\bar{\alpha}$

$\alpha$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ



Διανύσματα με ίδιο μέτρο  
και κατεύθυνση

Ίσα!!!

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma\Delta}$$

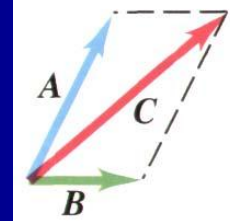
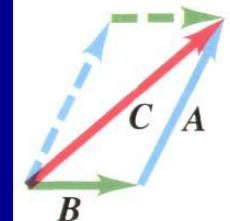
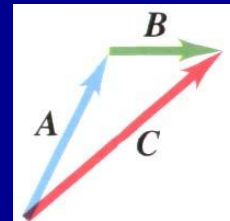
# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Πράξεις με διανυσματικά μεγέθη

**Πρόσθεση**

**Γεωμετρική Διαδικασία!!!**

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

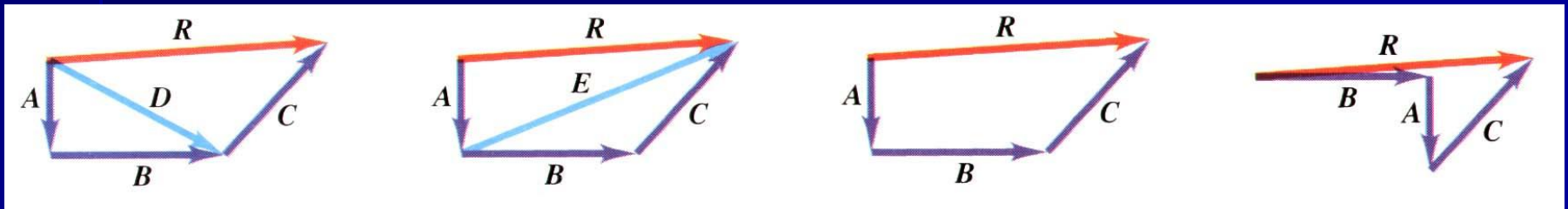


# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Πράξεις με διανυσματικά μεγέθη

*Πρόσθεση*

*Γεωμετρική Διαδικασία!!!*



$$(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$$

$$\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

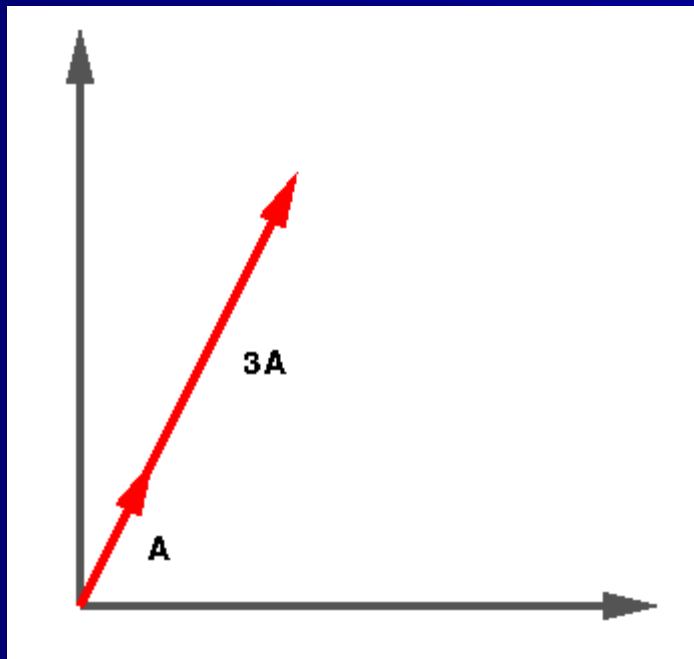
$$\vec{B} + \vec{A} + \vec{C}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Πράξεις με διανυσματικά μεγέθη

*Πολλαπλασιασμός (& διαίρεση!) με αριθμό*

$$\vec{C} = 3\vec{A}$$



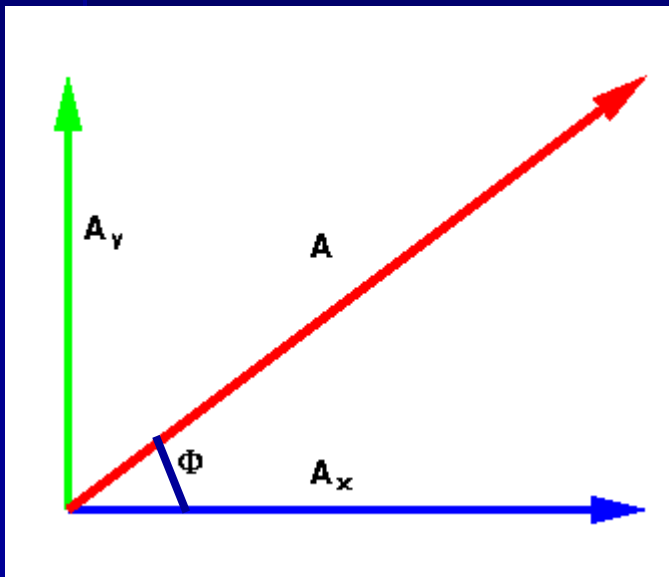


# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Πράξεις με διανυσματικά μεγέθη

*Πώς να ξεφύγουμε από τη Γεωμετρική Διαδικασία;*

**ΣΥΝΙΟΤΩΣΕΣ**



$$\vec{A} = \vec{A}_X + \vec{A}_Y$$

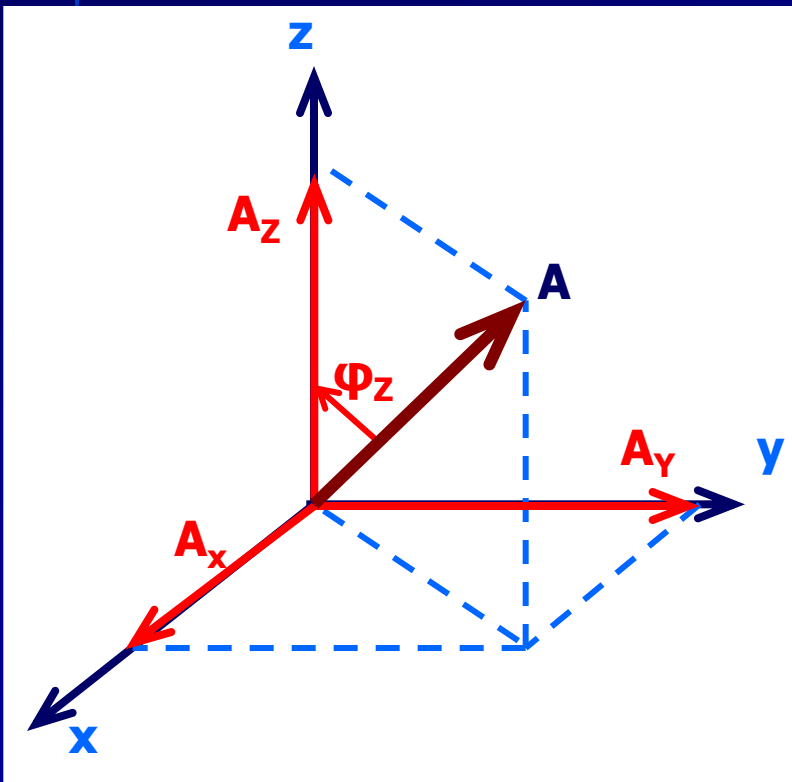
$$A = \sqrt{A_X^2 + A_Y^2}$$

$$A_X = A \cos \phi \quad A_Y = A \sin \phi$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{A_Y}{A_X}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Πράξεις με διανυσματικά μεγέθη - *Συνιστώσες*



$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z$$

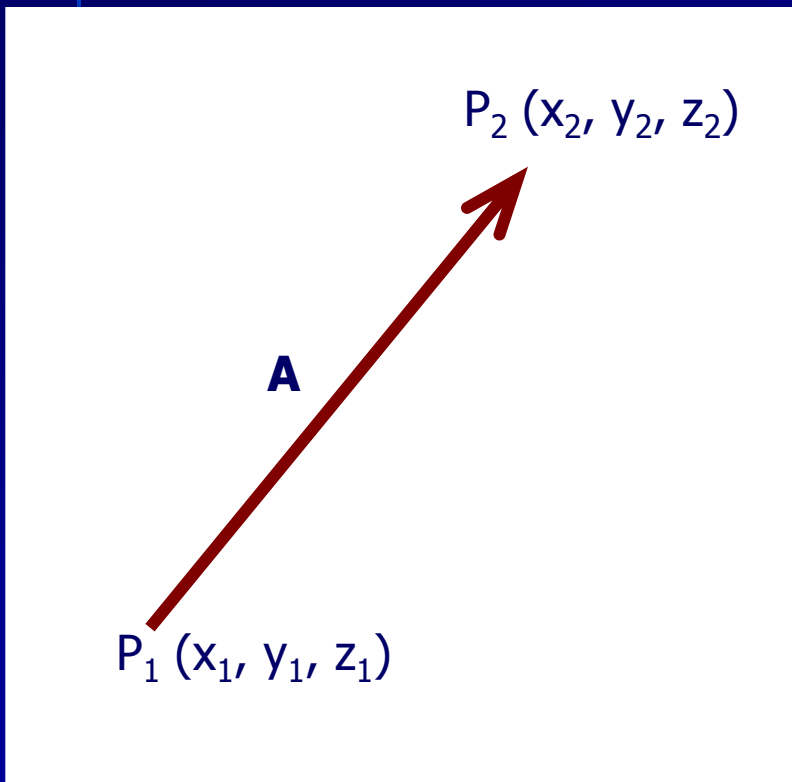
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$A_z = A \cos \phi_z$$

$$A_x = A \cos \phi_x \quad A_y = A \cos \phi_y$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Πράξεις με διανυσματικά μεγέθη - *Συνιστώσες*



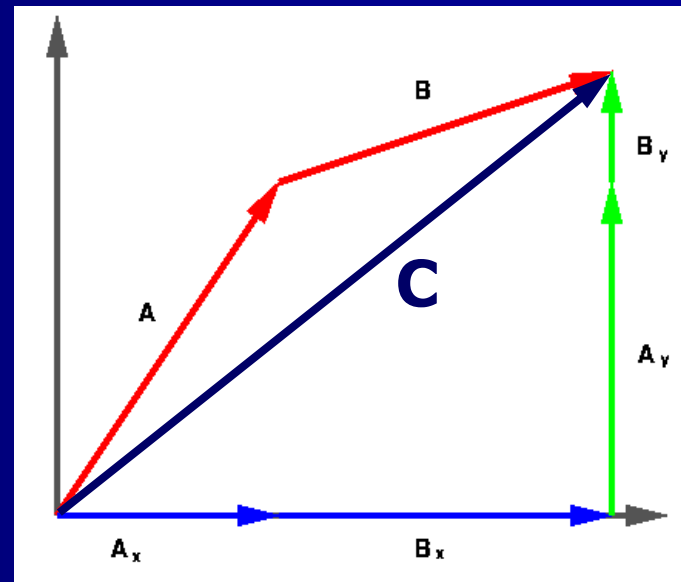
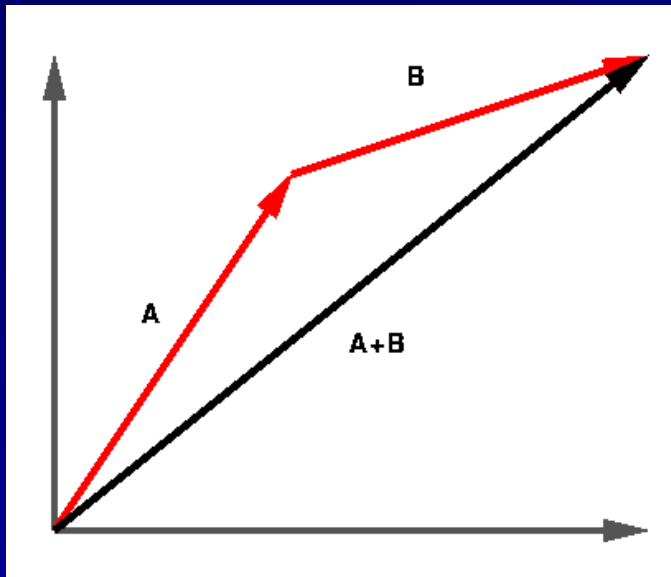
$$A_x = x_2 - x_1$$

$$A_y = y_2 - y_1$$

$$A_z = z_2 - z_1$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Πράξεις με συνιστώσες διανυσμάτων

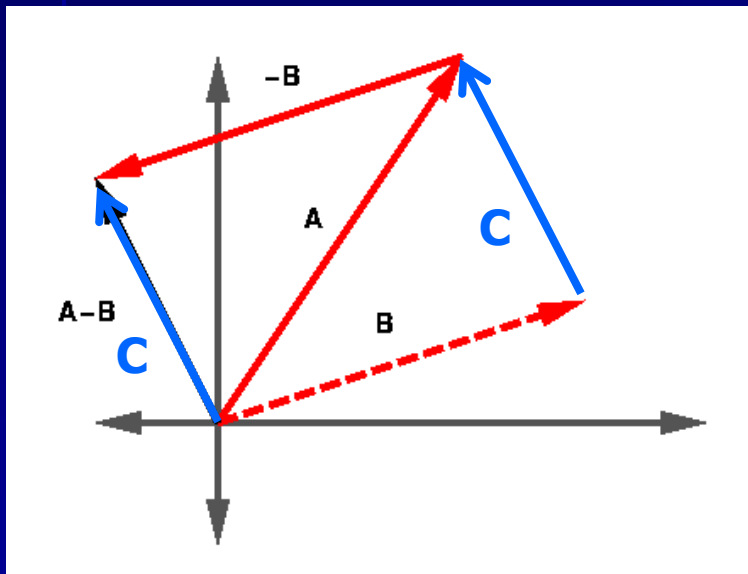


$$C_x = A_x + B_x$$

$$C_y = A_y + B_y$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Πράξεις με συνιστώσες διανυσμάτων



$$C_x = A_x - B_x$$

$$C_y = A_y - B_y$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Διάνυσμα

$$\vec{\mathbf{A}}$$

$$(\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y, \mathbf{A}_z)$$

$$\vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{A}}_x + \vec{\mathbf{A}}_y + \vec{\mathbf{A}}_z$$

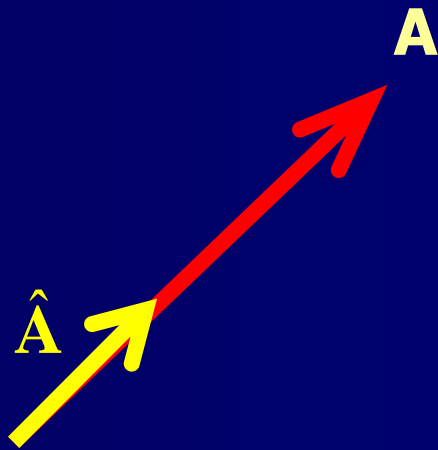
Μέτρο

$$A$$

$$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Διάνυσμα με μέτρο 1  
Μοναδιαίο διάνυσμα

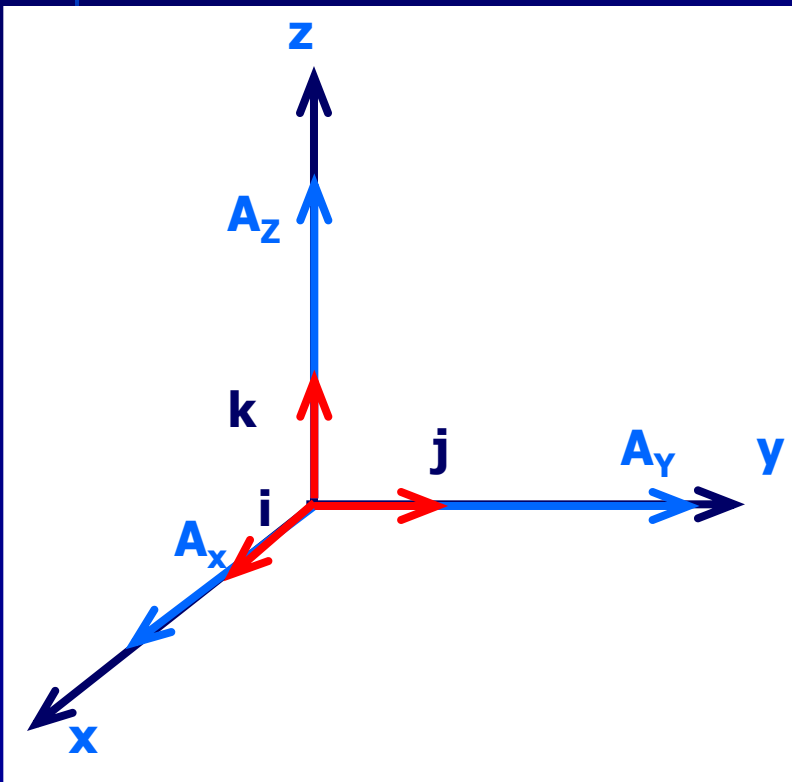


$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{1}{|\vec{A}|} \vec{A}$$

$$\vec{A} = |\vec{A}| \hat{A}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Πράξεις με διανυσματικά μεγέθη - *Συνιστώσες*



$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z$$

$$\vec{A}_x = A_x \mathbf{i}$$

$$\vec{A}_y = A_y \mathbf{j}$$

$$\vec{A}_z = A_z \mathbf{k}$$

$$\vec{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$



# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

$$\vec{\mathbf{A}}$$

$$A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

$$(A_x, A_y, A_z)$$

$$\vec{\mathbf{A}}_x + \vec{\mathbf{A}}_y + \vec{\mathbf{A}}_z$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Π.χ.

Κ: (0, 1, 1.2)

Λ: (3, 3.2, 0)

$$\vec{A} = (3 - 0)\mathbf{i} + (3.2 - 1)\mathbf{j} + (0 - 1.2)\mathbf{k}$$

$$3\mathbf{i} + 2.2\mathbf{j} - 1.2\mathbf{k}$$

$$(3, 2.2, -1.2)$$

Μ: (2, 8.1, 0.2)

Ν: (5, 10.3, -1)

**A**

$$\sqrt{3^2 + 2.2^2 + (-1.2)^2} = \sqrt{15.28} = 3.91$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Π.χ.

Κ: (0, 1, 1.2)

Λ: (3, 3.2, 0)

Γ: (2, -1.7, 0.2)

Δ: (0, 0.3, -0.8)

$$3\mathbf{i} + 2.2\mathbf{j} - 1.2\mathbf{k}$$

$$(3, 2.2, -1.2)$$

$$-2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 1\mathbf{k}$$

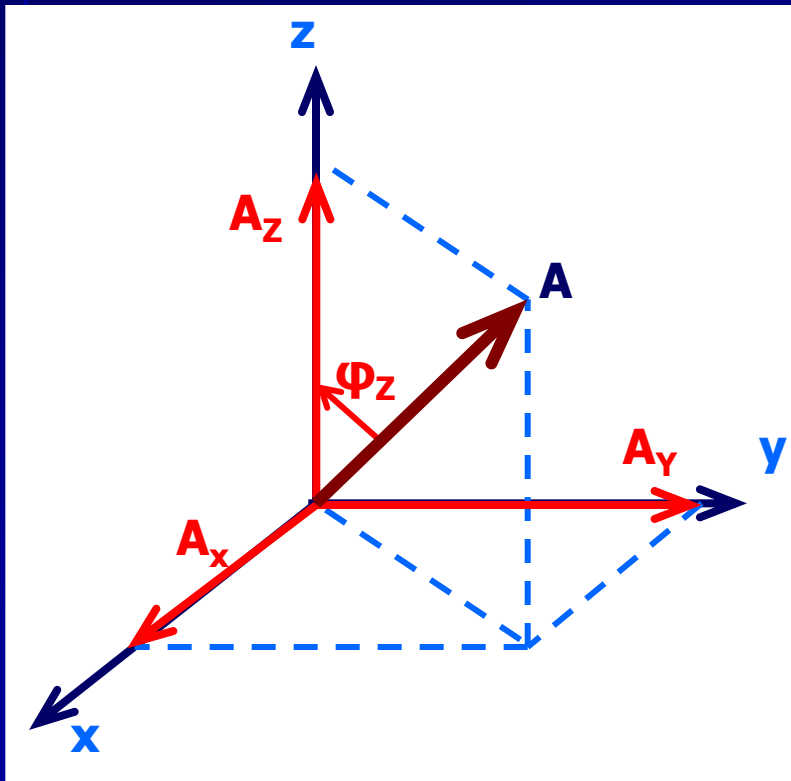
$$(-2, -2, -1)$$

$$\begin{aligned} \vec{\text{ΚΛ}} + \vec{\text{ΓΔ}} &= (3 + (-2))\mathbf{i} + (2.2 + (-2))\mathbf{j} + ((-1.2) + (-1))\mathbf{k} = \\ &= 1\mathbf{i} + 0.2\mathbf{j} - 2.2\mathbf{k} \quad (1, 0.2, -2.2) \end{aligned}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

$$\vec{\mathbf{A}} = 3\mathbf{i} + 2.2\mathbf{j} - 1.2\mathbf{k}$$

$$A = 3.91$$

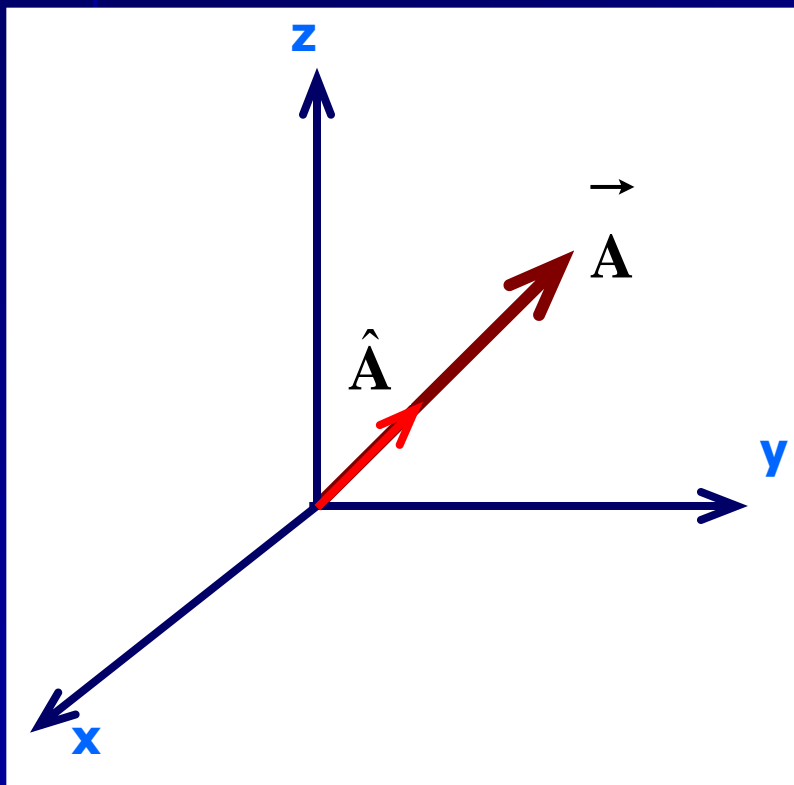


$$\phi_z = \cos^{-1}\left(\frac{-1.2}{3.91}\right) = 108^\circ$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

$$\vec{\mathbf{A}} = 3\mathbf{i} + 2.2\mathbf{j} - 1.2\mathbf{k}$$

$$A = 3.91$$



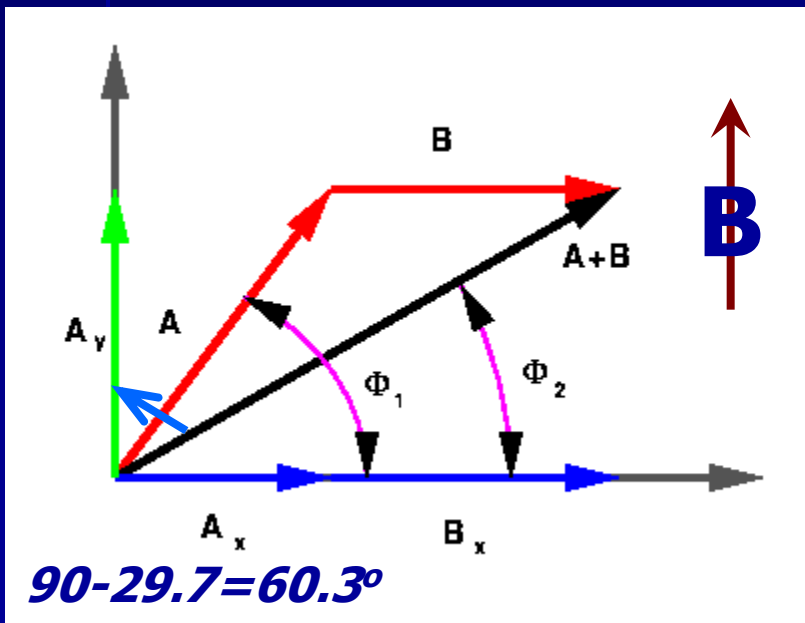
$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{\vec{\mathbf{A}}}{|\vec{\mathbf{A}}|} = \frac{1}{|\vec{\mathbf{A}}|} \vec{\mathbf{A}} =$$

$$\frac{3}{3.91}\mathbf{i} + \frac{2.2}{3.91}\mathbf{j} - \frac{1.2}{3.91}\mathbf{k} \Rightarrow$$

$$\hat{\mathbf{A}} = 0.767\mathbf{i} + 0.563\mathbf{j} - 0.307\mathbf{k}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Ένας περιστέρι πετάει  $53.1^\circ$  ΒΑ για  $2.5\text{km}$  και μετά πετάει ανατολικά για  $2.0\text{km}$ . Σε πόση απόσταση βρίσκεται από το σημείο εκκίνησης και σε ποια γωνία είναι τώρα σε σχέση με το Βορρά από το σημείο εκκίνησης;



$$A_x = |A| \cos \phi_1 = 2.5 \cos 53.1^\circ = 1.5\text{km}$$

$$A_y = |A| \sin \phi_1 = 2.5 \sin 53.1^\circ = 2.0\text{km}$$

$$B_x = |B| \cos 0^\circ = 2.0\text{km}$$

$$B_y = |B| \sin 0^\circ = 0\text{km}$$

$$A + B = (A_x + B_x, A_y + B_y) = (3.5, 2.0)$$

$$|C| = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{3.5^2 + 2.0^2} = 4.0\text{km}$$

$$\phi_2 = \tan^{-1} \frac{C_y}{C_x} = \tan^{-1} \frac{2.0}{3.5} = 29.7^\circ$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Πράξεις με διανυσματικά μεγέθη

*Πολλαπλασιασμός διανυσμάτων;*

*Υπάρχει!!!*

**Δύο βασικά γινόμενα**

✓ Εσωτερικό (ή βαθμωτό) Γινόμενο

$$\vec{A} \cdot \vec{B}$$

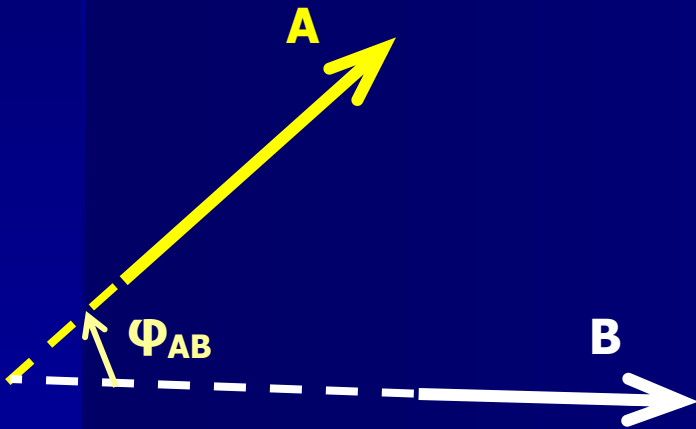
✓ Εξωτερικό (ή διανυσματικό) Γινόμενο

$$\vec{A} \times \vec{B}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εσωτερικό Γινόμενο

Βαθμωτό μέγεθος  $\rightarrow$  'ΟΧΙ διάνυσμα!!!



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A B \cos \varphi_{AB}$$

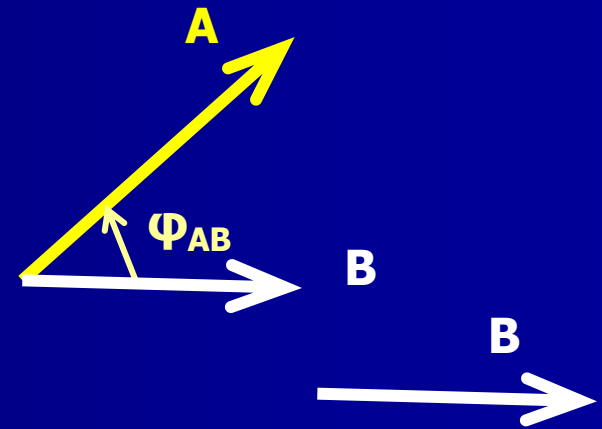
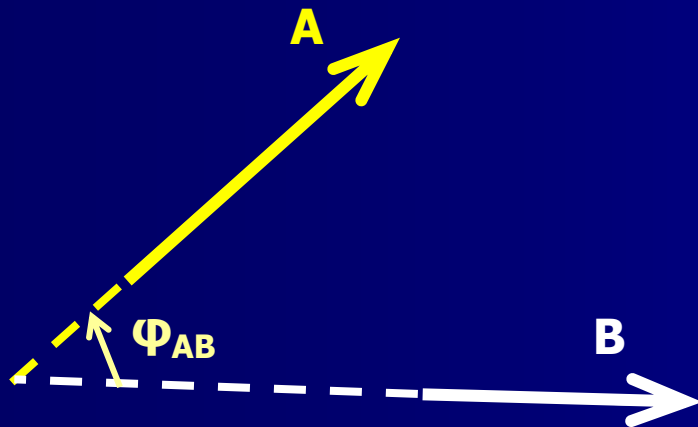
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$



# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εσωτερικό Γινόμενο

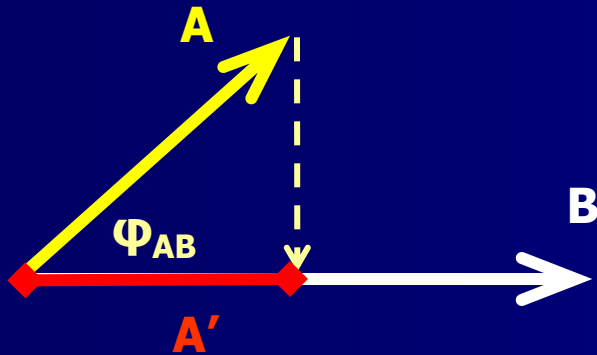
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A B \cos \varphi_{AB}$$



# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εσωτερικό Γινόμενο

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A B \cos \varphi_{AB}$$

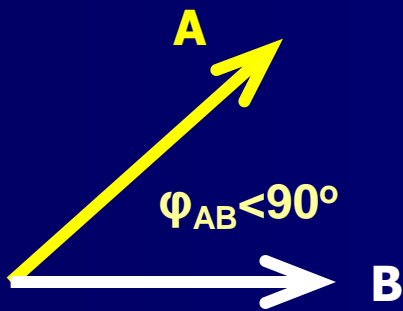


$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A B \cos \varphi_{AB} = (A \cos \varphi_{AB}) B = A' B$$

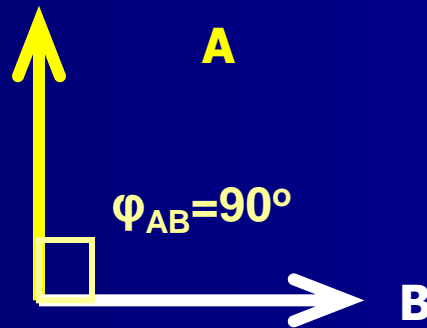
# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εσωτερικό Γινόμενο

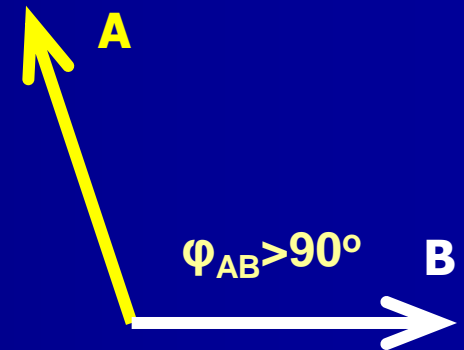
$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A B \cos \varphi_{AB}$$



$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} > 0$$



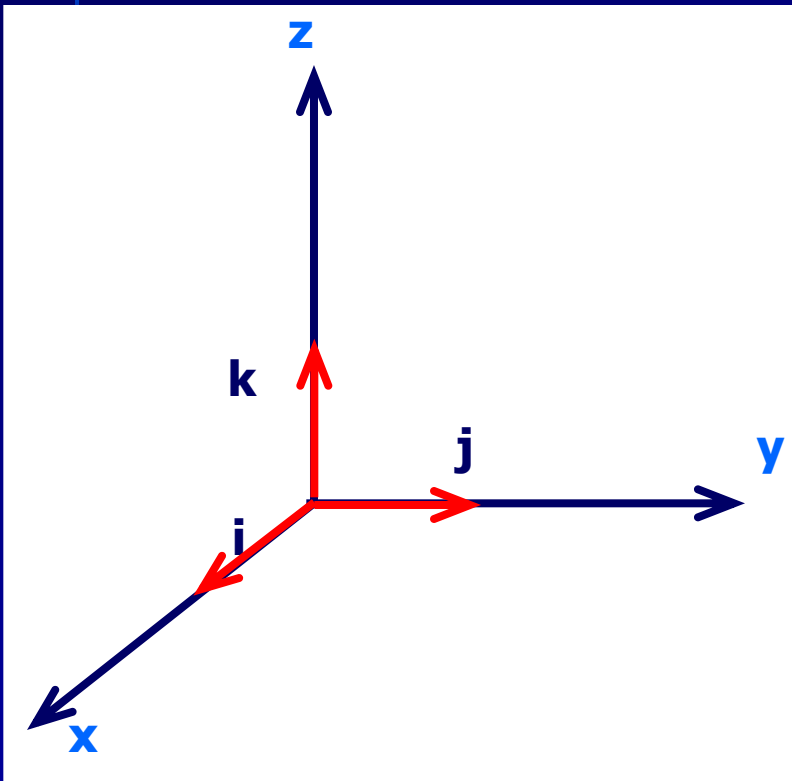
$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$$



$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} < 0$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εσωτερικό Γινόμενο



$$\vec{\mathbf{A}} \bullet \vec{\mathbf{B}} = A B \cos \varphi_{AB}$$

$$\mathbf{i} \bullet \mathbf{i} =$$

$$|\mathbf{i}| |\mathbf{i}| \cos \phi_{ii} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 0^\circ = 1$$

$$\mathbf{i} \bullet \mathbf{j} = ? \quad \mathbf{i} \bullet \mathbf{k} = ?$$

$$\mathbf{i} \bullet \mathbf{j} = \mathbf{i} \bullet \mathbf{k} = 0$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εσωτερικό Γινόμενο

$$\vec{\mathbf{A}} \bullet \vec{\mathbf{B}} = (A_X \mathbf{i} + A_Y \mathbf{j} + A_Z \mathbf{k}) \bullet (B_X \mathbf{i} + B_Y \mathbf{j} + B_Z \mathbf{k})$$

$$\vec{\mathbf{A}} \bullet \vec{\mathbf{B}} = A_X B_X + A_Y B_Y + A_Z B_Z$$

$$\mathbf{i} \bullet \mathbf{i} = 1$$

$$\mathbf{i} \bullet \mathbf{j} = 0$$

$$\mathbf{i} \bullet \mathbf{k} = 0$$

$$\vec{\mathbf{A}} \bullet \vec{\mathbf{B}} = A B \cos \varphi_{AB}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

$$\vec{\mathbf{A}} = 3\mathbf{i} + 2.2\mathbf{j} - 1.2\mathbf{k}$$
$$(3, 2.2, -1.2)$$

$$\vec{\mathbf{B}} = -2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 1\mathbf{k}$$
$$(-2, -2, -1)$$

$$\vec{\mathbf{A}} \bullet \vec{\mathbf{B}} = A_X B_X + A_Y B_Y + A_Z B_Z$$
$$= 3 \cdot (-2) + 2.2 \cdot (-2) + (-1.2) \cdot (-1) = -9.2$$

$$A = 3.91$$

$$B = 3$$

$$\cos \varphi_{AB} = \frac{\vec{\mathbf{A}} \bullet \vec{\mathbf{B}}}{A B} = \frac{-9.2}{3 \cdot 3.91} \Rightarrow \varphi_{AB} = 142^\circ$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

$$\vec{\mathbf{A}} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 1\mathbf{k}$$
$$(3, 2, -1)$$

$$\vec{\mathbf{B}} = -2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$$
$$(-2, 2, -2)$$

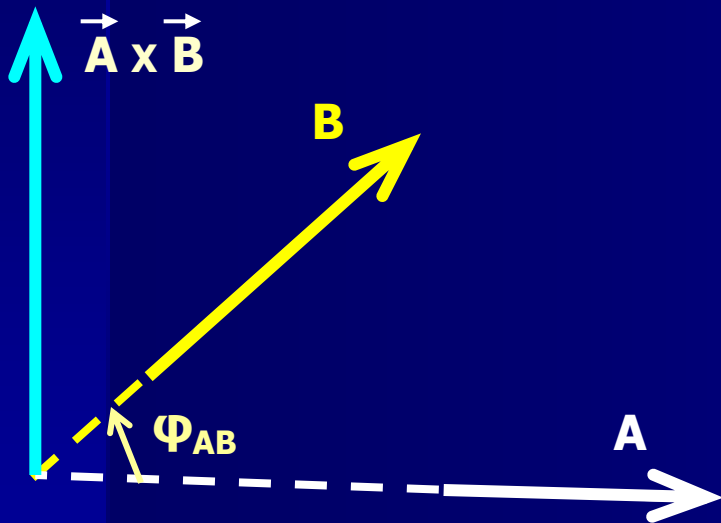
$$\vec{\mathbf{A}} \bullet \vec{\mathbf{B}} = A_X B_X + A_Y B_Y + A_Z B_Z$$
$$= 3 \cdot (-2) + 2 \cdot 2 + (-1) \cdot (-2) = 0$$

$$\cos \varphi_{AB} = \frac{\vec{\mathbf{A}} \bullet \vec{\mathbf{B}}}{A B} = 0 \Rightarrow \varphi_{AB} = 90^\circ \Rightarrow \vec{\mathbf{A}} \perp \vec{\mathbf{B}}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εξωτερικό Γινόμενο

Διανυσματικό μέγεθος  $\rightarrow$  Είναι διάνυσμα!!!

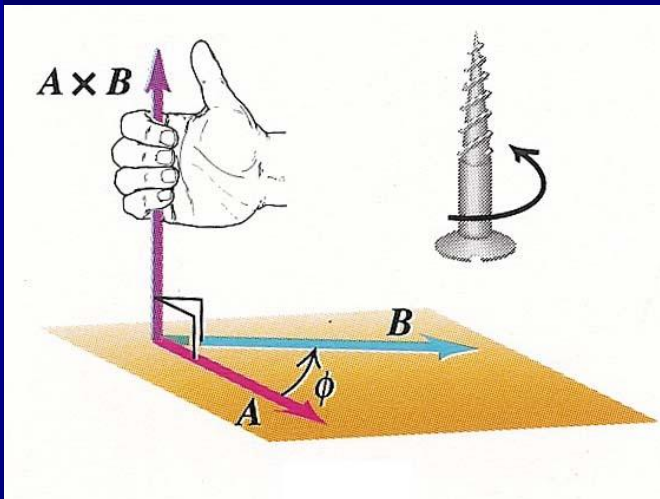


$$\left| \vec{A} \times \vec{B} \right| = A B \sin \varphi_{AB}$$

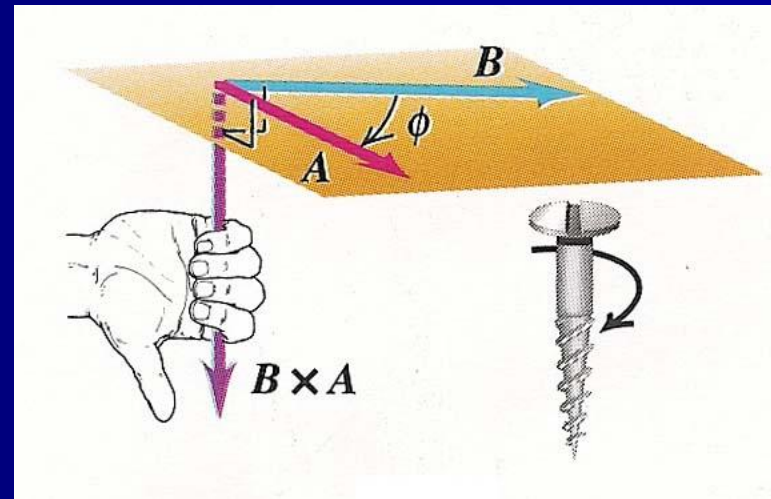


# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εξωτερικό Γινόμενο



## Κανόνας δεξιού χεριού

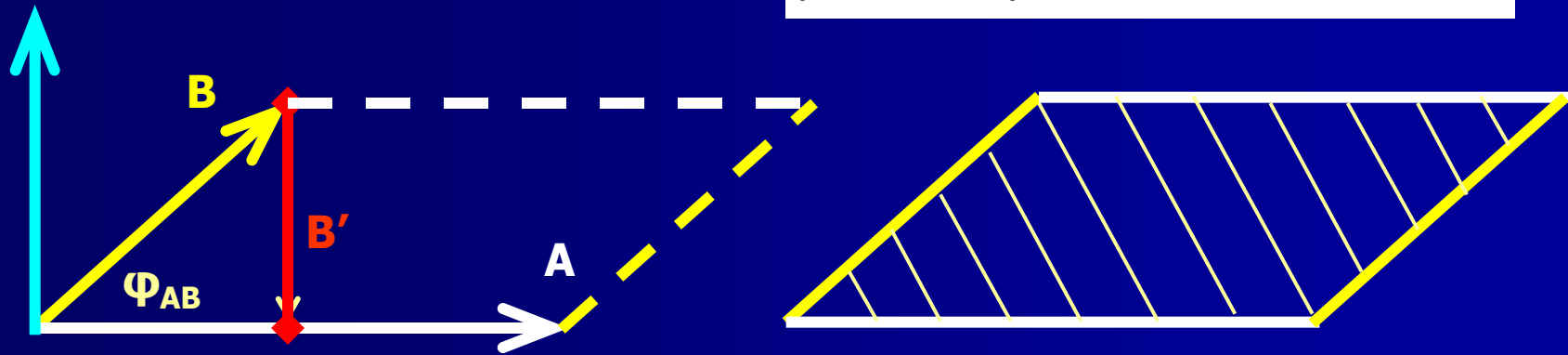


$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = -\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εξωτερικό Γινόμενο

$$|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}| = A B \sin \varphi_{AB}$$



$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = A B \sin \varphi_{AB} = A(B \sin \varphi_{AB}) = AB'$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εξωτερικό Γινόμενο

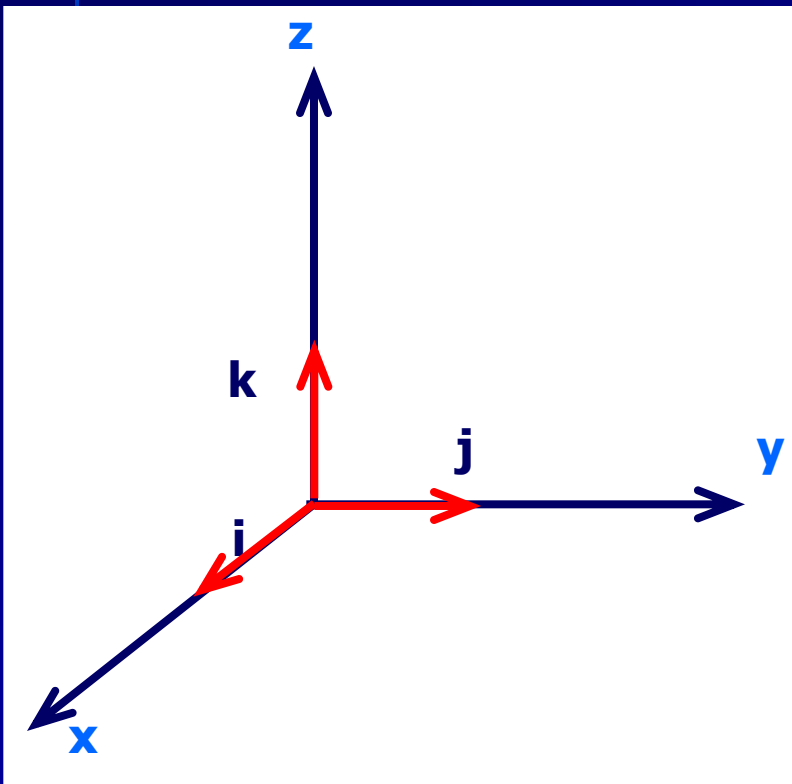
$$|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}| = A B \sin \varphi_{AB}$$



$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{0}}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εξωτερικό Γινόμενο



$$\left| \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} \right| = A B \sin \varphi_{AB}$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} =$$

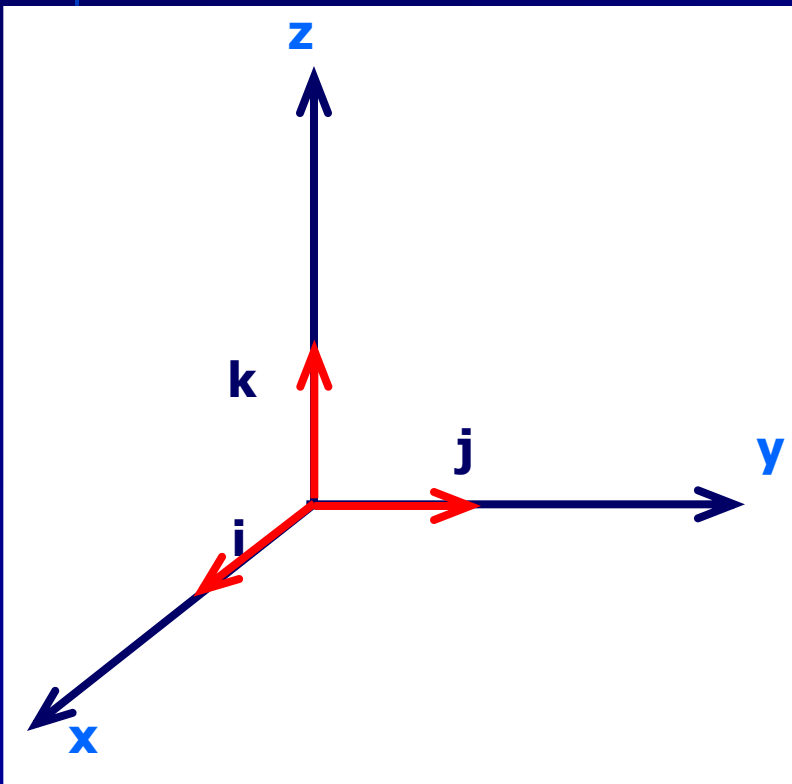
$$|\mathbf{i}| |\mathbf{i}| \sin \phi_{ii} = 1 \cdot 1 \cdot \sin 0^\circ = 0$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \vec{\mathbf{0}}$$

$$\mathbf{j} \times \mathbf{j} = \vec{\mathbf{0}} \quad \mathbf{k} \times \mathbf{k} = \vec{\mathbf{0}}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εξωτερικό Γινόμενο



Δεξιόστροφο σύστημα συντεταγμένων

Φυσική

$$|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}| = A B \sin \varphi_{AB}$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} =$$

$$|\mathbf{i}| |\mathbf{j}| \sin \phi_{ij} = 1 \cdot 1 \cdot \sin 90^\circ = 1$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}$$

$$\mathbf{j} \times \mathbf{i} = -\mathbf{k}$$

$$\mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i}$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$$

$$\mathbf{i} \rightarrow \mathbf{j} \rightarrow \mathbf{k}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εξωτερικό Γινόμενο

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = (A_X \mathbf{i} + A_Y \mathbf{j} + A_Z \mathbf{k}) \times (B_X \mathbf{i} + B_Y \mathbf{j} + B_Z \mathbf{k})$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = \vec{\mathbf{0}} \quad \mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \quad \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i} \quad \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} =$$

$$(A_Y B_Z - A_Z B_Y) \mathbf{i} + (A_Z B_X - A_X B_Z) \mathbf{j} + (A_X B_Y - A_Y B_X) \mathbf{k}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εξωτερικό Γινόμενο

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} =$$

$$(A_Y B_Z - A_Z B_Y) \mathbf{i} + (A_Z B_X - A_X B_Z) \mathbf{j} + (A_X B_Y - A_Y B_X) \mathbf{k}$$

$$[(A_Y B_Z - A_Z B_Y), (A_Z B_X - A_X B_Z), (A_X B_Y - A_Y B_X)]$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εξωτερικό Γινόμενο

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} =$$

$$(A_Y B_Z - A_Z B_Y) \mathbf{i} + (A_Z B_X - A_X B_Z) \mathbf{j} + (A_X B_Y - A_Y B_X) \mathbf{k}$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_X & A_Y & A_Z \\ B_X & B_Y & B_Z \end{vmatrix}$$



# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

## Εξωτερικό Γινόμενο

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_X & A_Y & A_Z \\ B_X & B_Y & B_Z \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} A_Y & A_Z \\ B_Y & B_Z \end{vmatrix} \mathbf{i} - \begin{vmatrix} A_X & A_Z \\ B_X & B_Z \end{vmatrix} \mathbf{j} + \begin{vmatrix} A_X & A_Y \\ B_X & B_Y \end{vmatrix} \mathbf{k}$$

$$(A_Y B_Z - A_Z B_Y) \mathbf{i} + (A_Z B_X - A_X B_Z) \mathbf{j} + (A_X B_Y - A_Y B_X) \mathbf{k}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

$$\vec{\mathbf{A}} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 1\mathbf{k}$$
$$(3, 2, -1)$$

$$\vec{\mathbf{B}} = -2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$$
$$(-2, 2, -2)$$

$$\vec{\mathbf{A}} \bullet \vec{\mathbf{B}} = 0 \Rightarrow \vec{\mathbf{A}} \perp \vec{\mathbf{B}}$$

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} =$$

$$[(A_Y B_Z - A_Z B_Y), (A_Z B_X - A_X B_Z), (A_X B_Y - A_Y B_X)]$$

$$[(2(-2) - (-1)2), ((-1)(-2) - 3(-2)), (3 \cdot 2 - 2(-2))]$$

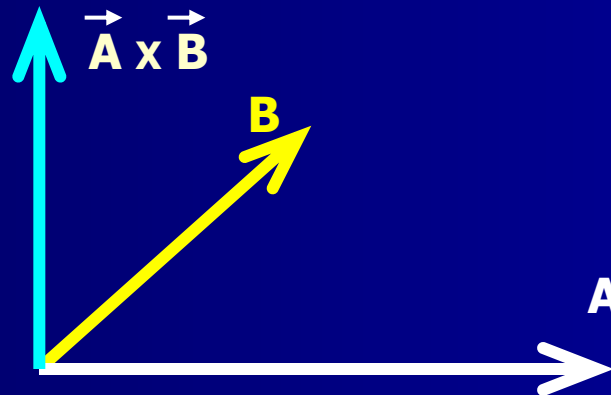
$$[-2, 8, 10] \quad \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} \perp \vec{\mathbf{A}} \quad \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} \perp \vec{\mathbf{B}}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

$$\vec{\mathbf{A}} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 1\mathbf{k}$$
$$(3, 2, -1)$$

$$\vec{\mathbf{B}} = -2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$$
$$(-2, 2, -2)$$

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = [-2, 8, 10]$$



Φυσική

# ΣΥΝΟΨΗ 1<sup>ου</sup> Μαθήματος

**1m, 1sec, 1kg (S.I. - 1960)**

**Ακρίβεια & σημαντικά ψηφεία**

$8.1 \pm 0.1$

$8.1 \pm 10\% \rightarrow 8.1 \pm 0.81$

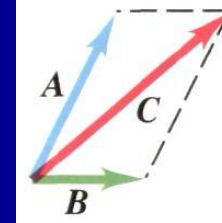
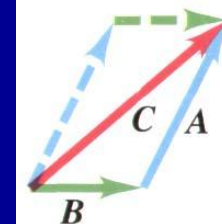
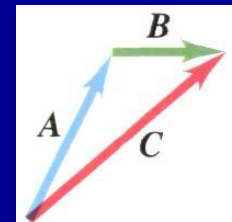
$8.12432 \pm 0.1 \rightarrow 8. 02432 - 8. 2243$

**ΒΑΘΜΩΤΑ ΜΕΓΕΘΗ:**

Αριθμητικές πράξεις

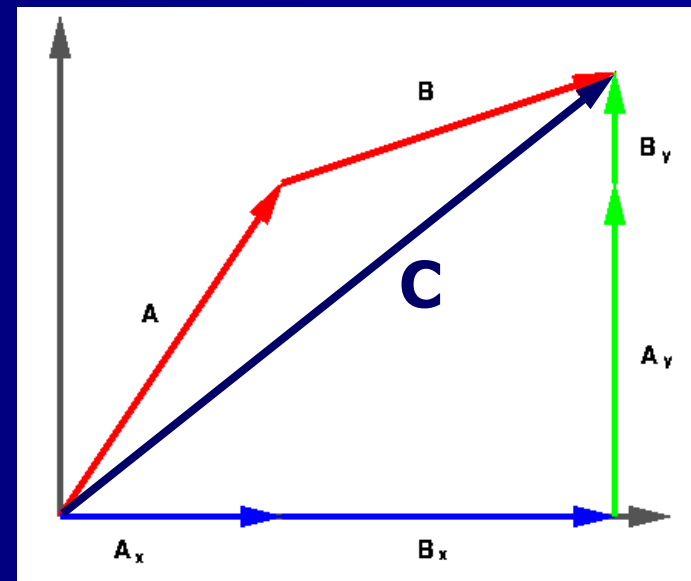
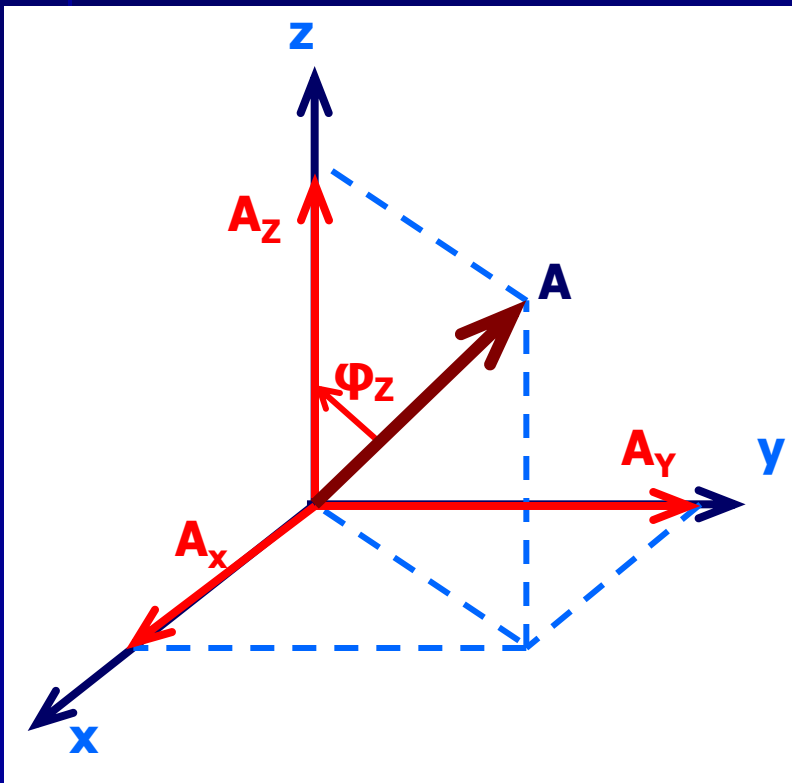
**ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ:**

Γεωμετρικές πράξεις



# ΣΥΝΟΨΗ 1<sup>ου</sup> Μαθήματος

Απλοποίηση πράξεων με τις συνιστώσες!

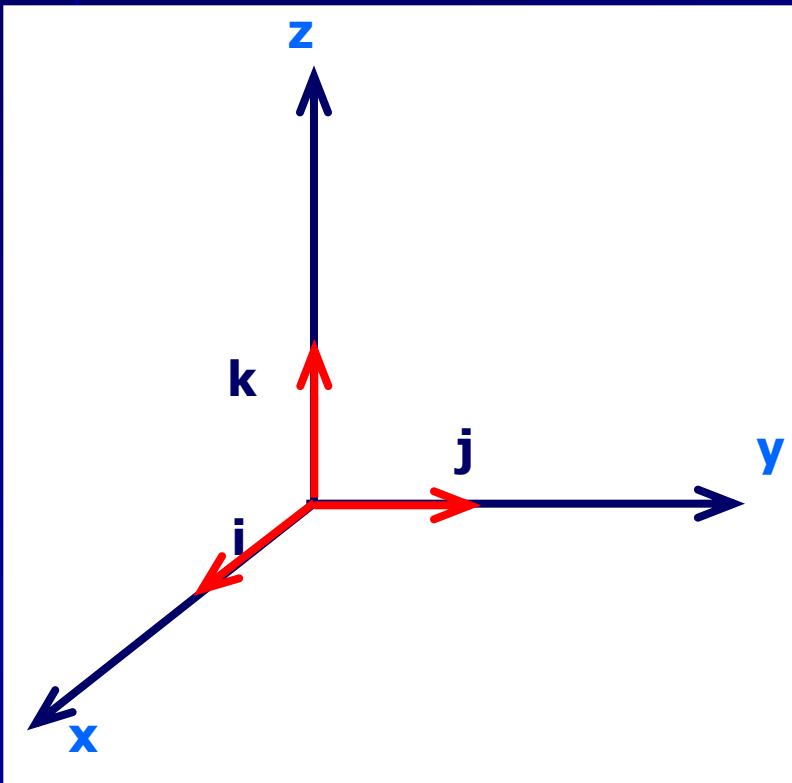


$$C_x = A_x + B_x$$

$$C_y = A_y + B_y$$

# ΣΥΝΟΨΗ 1<sup>ου</sup> Μαθήματος

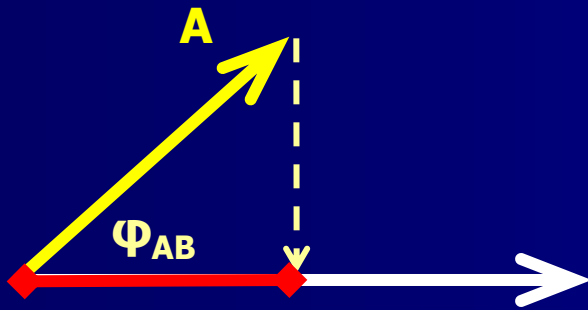
Τα μοναδιαία διανύσματα  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$ , περιγράφουν το χώρο



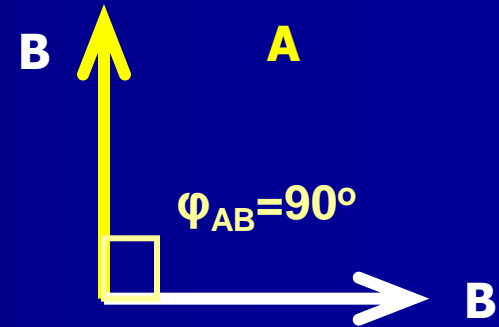
$$\vec{\mathbf{A}} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

# ΣΥΝΟΨΗ 1<sup>ου</sup> Μαθήματος

## Εσωτερικό γινόμενο



$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A B \cos \varphi_{AB}$$



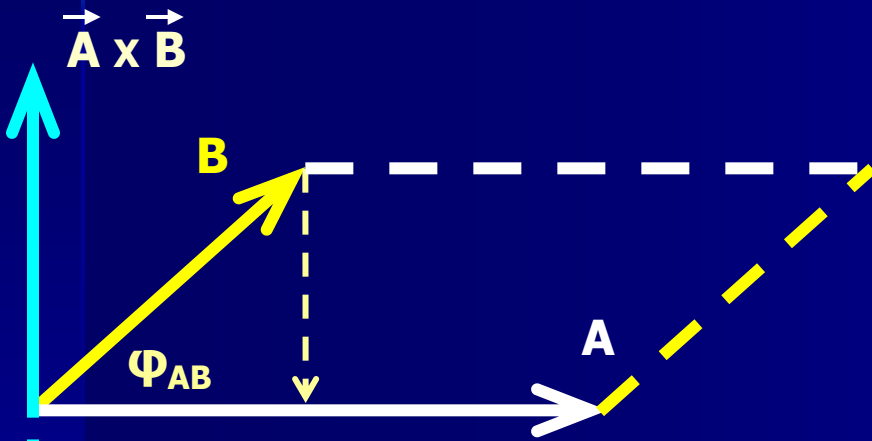
$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$$

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A_X B_X + A_Y B_Y + A_Z B_Z$$

# ΣΥΝΟΨΗ 1<sup>ου</sup> Μαθήματος

## Εξωτερικό γινόμενο

$$|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}| = A B \sin \varphi_{AB}$$



$$\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}} = -\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

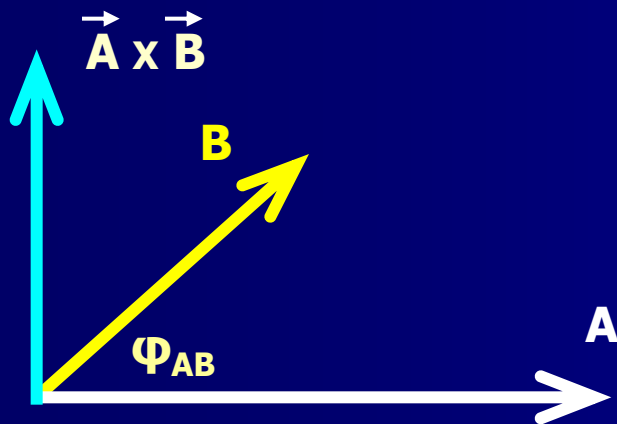


# ΣΥΝΟΨΗ 1<sup>ου</sup> Μαθήματος

## Εξωτερικό γινόμενο

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} =$$

$$[(A_Y B_Z - A_Z B_Y), (A_Z B_X - A_X B_Z), (A_X B_Y - A_Y B_X)]$$



$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} =$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_X & A_Y & A_Z \\ B_X & B_Y & B_Z \end{vmatrix}$$