Ενημέρωση

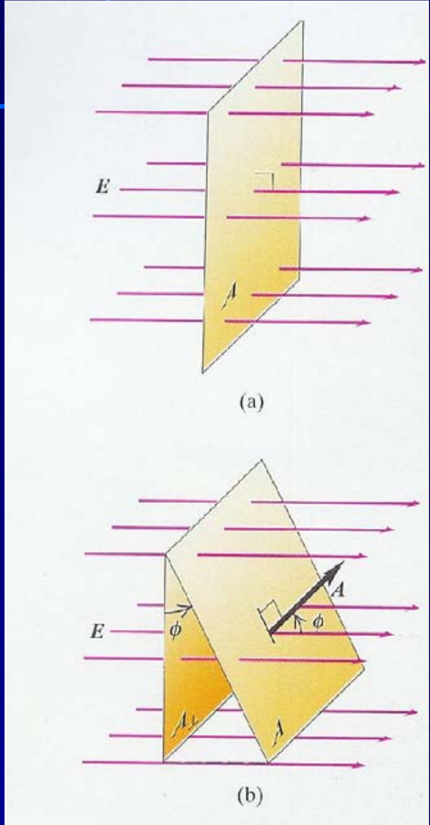
Η διδασκαλία του μαθήματος, πολλά από τα σχήματα και όλες οι ασκήσεις προέρχονται από το βιβλίο:

«Πανεπιστημιακή Φυσική» του Hugh Young των Εκδόσεων Παπαζήση, οι οποίες μας επέτρεψαν τη χρήση των σχετικών σχημάτων και ασκήσεων

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΡΟΗ

Ηλεκτρική ροή δια μέσου της επιφάνειας εμβαδού Α, κάθετης σε ομογενές πεδίο Ε

$$\Phi_E = EA$$



23–1 Μία επίπεδη επιφάνεια σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. (a) Η ηλεκτρική ροή δια μέσου της επιφάνειας είναι ίση προς EA. (b) Όταν το διάνυσμα της επιφάνειας σχηματίζει γωνία ϕ με το E, $A_{\perp} = A\cos\phi$. Η ροή είναι μηδέν όταν $\phi = 90°$.

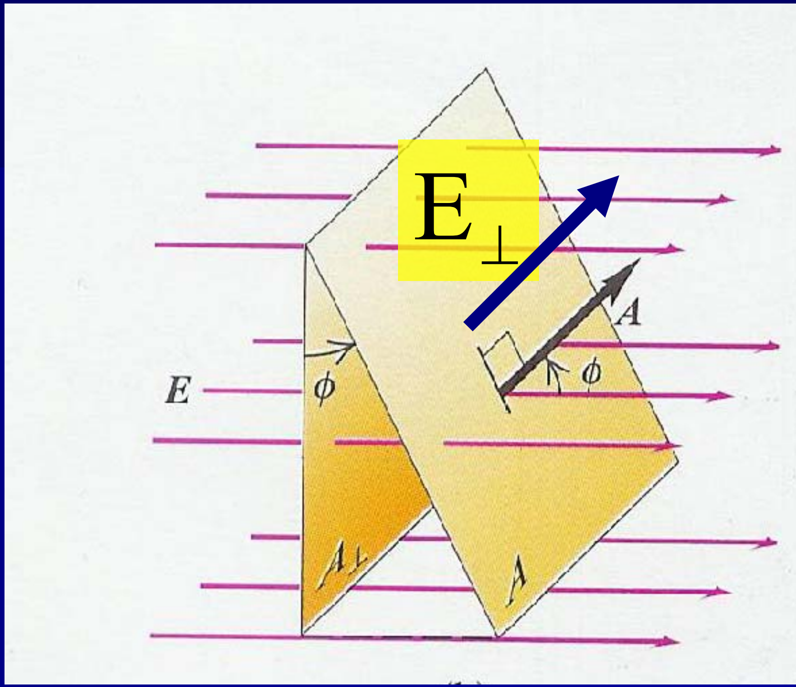
Χονδρικά, μεγαλύτερη επιφάνεια σημαίνει ότι περισσότερες δυναμικές γραμμές διαπερνούν την επιφάνεια. Ισχυρότερο πεδίο σημαίνει πυκνότερες γραμμές και επομένως περισσότερες ανά μονάδα επιφανείας.

Θεωρούμε τη μικρή επιφάνεια Α επίπεδη αλλά μπορεί να μην είναι κάθετη στο πεδίο Ε. Τότε τη διαπερνούν λιγότερες γραμμές απ’ ότι αν ήταν κάθετη. Στη περίπτωση αυτή έχει σημασία η προβολή της επιφάνειας Α σε επίπεδο κάθετο στο πεδίο.

$$\Phi_E = EA\cos\varphi$$

Εφόσον $E_{\perp}$ Είναι η συνιστώσα του **E** η κάθετη στην επιφάνεια **A**

Φ_E=EAcosφ $\Rightarrow$ $\Phi_E = E_{\perp} A$



Χρησιμοποιώντας την έννοια της διανυσματικού εμβαδού

$$\Phi_E = \overline{\mathbf{E}} \cdot \overline{\mathbf{A}}$$

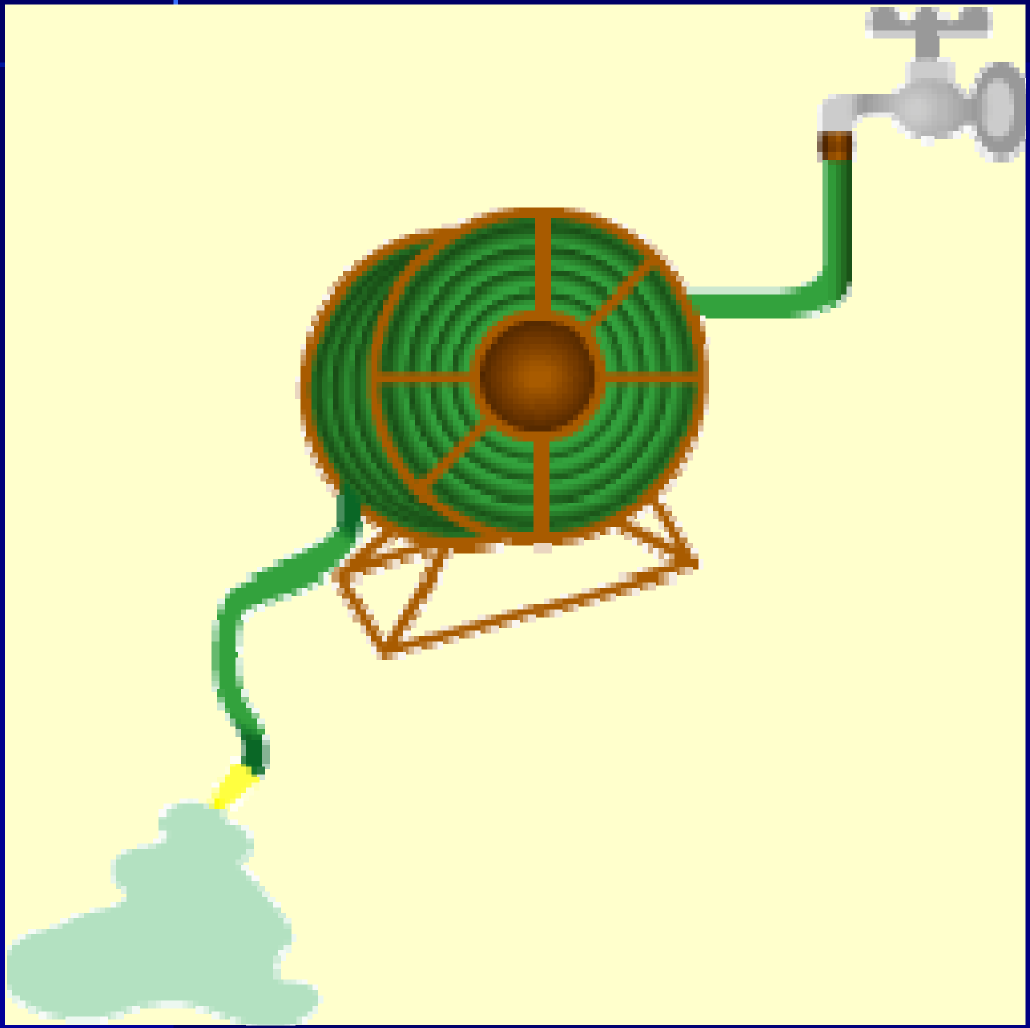
Μονάδα 1 Nm^2/C

Αν το ηλεκτρικό πεδίο δεν είναι ομογενές (δηλαδή μεταβάλλεται από θέση σε θέση πάνω στην επιφάνεια A) ή συμβαίνει η A να μην είναι επίπεδη αλλά τμήμα καμπύλης επιφάνειας.

ΤΟΤΕ ΧΩΡΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΣΕ ΠΟΛΛΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΕΜΒΑΔΑ dA ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΝΟΥΜΕ

$$\Phi_E = \int E\cos\varphi \, dA = \int E_{\perp} dA = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

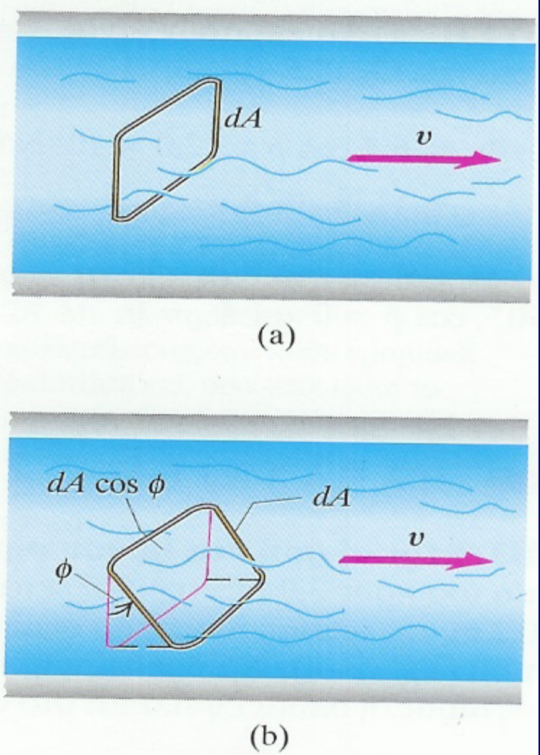
ΡΟΗ ΡΕΥΣΤΟΥ (π.χ. Το νερό που ρέει μέσα σε ένα λάστιχο ποτίσματος)



Η παροχή νερού μέσα από ένα σωλήνα είναι πόσα κυβικά μέτρα περνούν ανά sec. Είναι δηλαδή dV/dt. Αυτή είναι ίση με τη διατομή του σωλήνα επί την ταχύτητα ροής.

$$\frac{dV}{dt} = \upsilon A$$

ΑΝΑΛΟΓΙΑ ΜΕ ΡΟΗ ΡΕΥΣΤΟΥ ΔΙΑ ΜΕΣΟΥ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ



23–2 Η παροχή ρευστού δια μέσου του ορθογωνίου πλέγματος είναι $\upsilon\, dA \cos\phi$, ακριβώς όπως η ηλεκτρική ροή δια μέσου μιας επιφάνειας dA είναι $E dA \cos\phi$.

Όταν η επιφάνεια (εμβαδόν συρμάτινου πλαισίου) είναι κάθετη στην ταχύτητα ροής υ, η παροχή ρευστού είναι

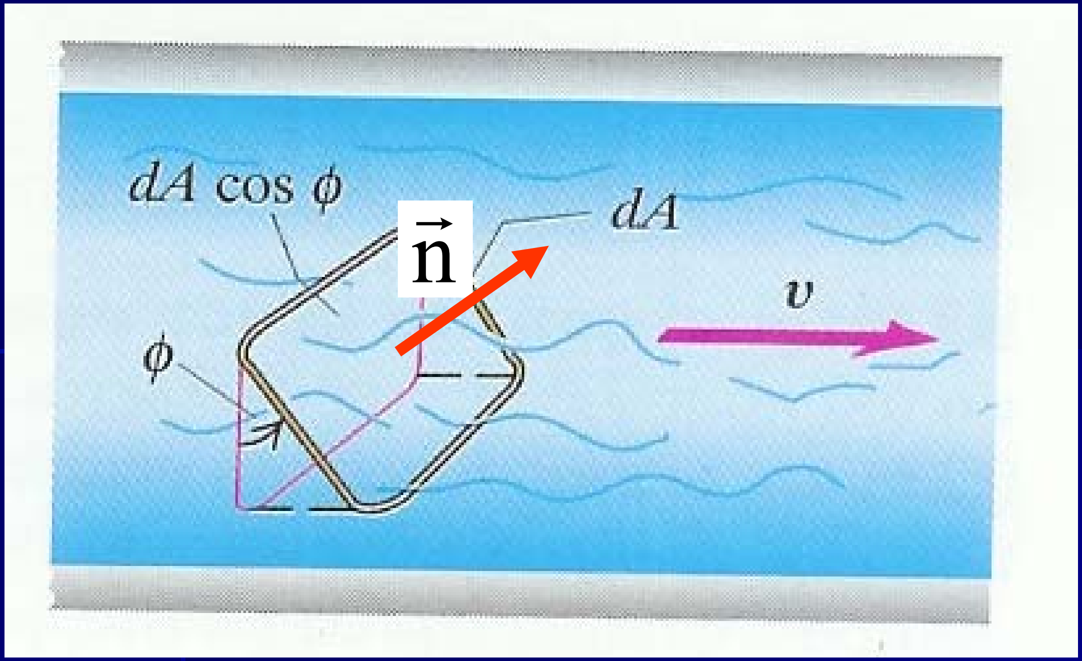
$$\frac{dV}{dt} = \upsilon dA$$

Όταν σχηματίζεται γωνία φ μεταξύ διανύσματος ταχύτητας και καθέτου στο πλαίσιο

$$\frac{dV}{dt} = \upsilon dA\cos\varphi$$

Δηλαδή, σε διανυσματική μορφή, η παροχή δια μέσου επιφανείας Α είναι

$$\boldsymbol{\upsilon} \cdot \mathbf{dA}$$



Διάνυσμα μοναδιαίο κάθετο στην επιφάνεια

Με χρήση του μοναδιαίου κάθετου στην επιφάνεια διανύσματος, το στοιχειώδες τμήμα επιφανείας μπορεί να γραφεί

$$\mathbf{dA} = \mathbf{n} \cdot \mathrm{dA}$$

Επειδή όμως κάθε επιφάνεια έχει δύο όψεις, ορίζουμε ως κατεύθυνση της επιφάνειας αυτή προς το ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ της

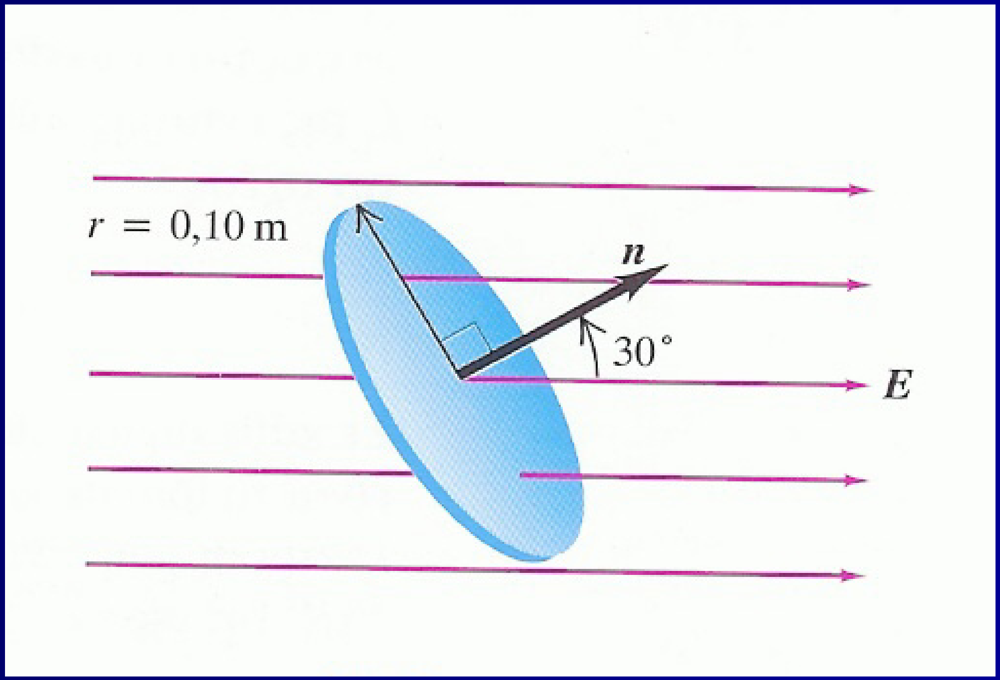
ΡΟΗ ΔΙΑ ΜΕΣΟΥ ΔΙΣΚΟΥ

Έστω δίσκος ακτίνας 0,10 m προσανατολίζεται έτσι ώστε το μοναδιαίο του διάνυσμα **n** να σχηματίζει γωνία 30^0 με ομογενές ηλεκτρικό **E** πεδίο μέτρου $2{,}0x10^3$ N/C

Α) Πόση είναι η ολική ηλεκτρική ροή δια μέσου του δίσκου;

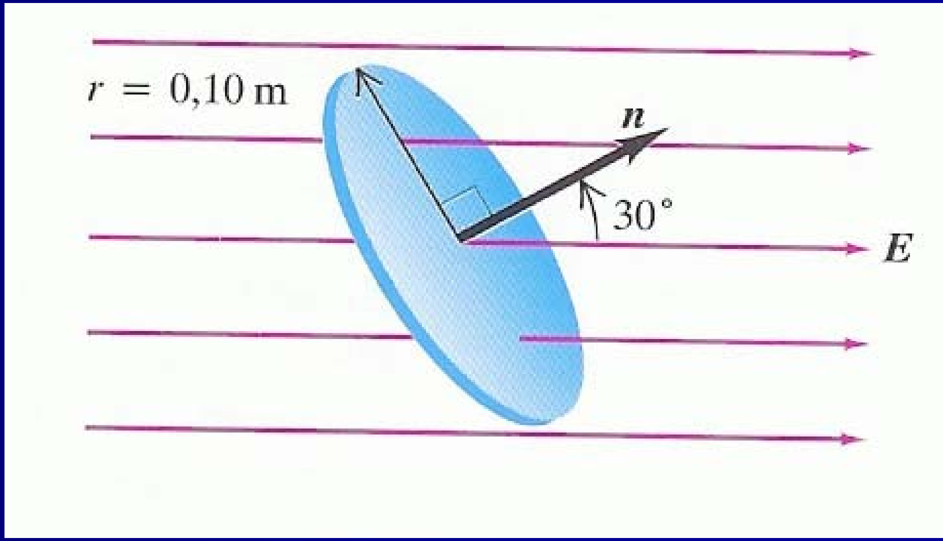
Β) Πόση είναι η ολική ροή αν στραφεί έτσι ώστε το επίπεδό του να είναι παράλληλο προς το **E**;

Γ) Πόση είναι η ολική ροή αν η κάθετη σ΄ αυτόν είναι παράλληλη προς το **E**;



A) $\Phi_E = EA\cos\varphi = (2{,}0 \times 10^3\ N/C)(0.0314\ m^2)(\cos\varphi) = 54\ Nm^2/C$

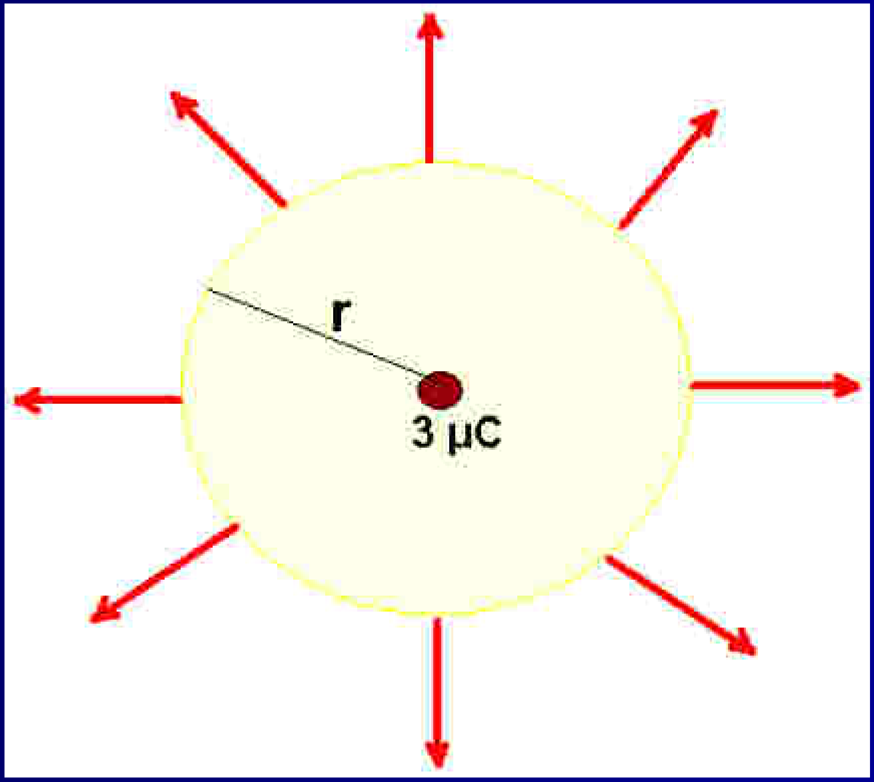
B) $\varphi = 90^0 \Rightarrow \mathbf{\cos\varphi = 0} \Rightarrow \Phi_E = \mathbf{0}$



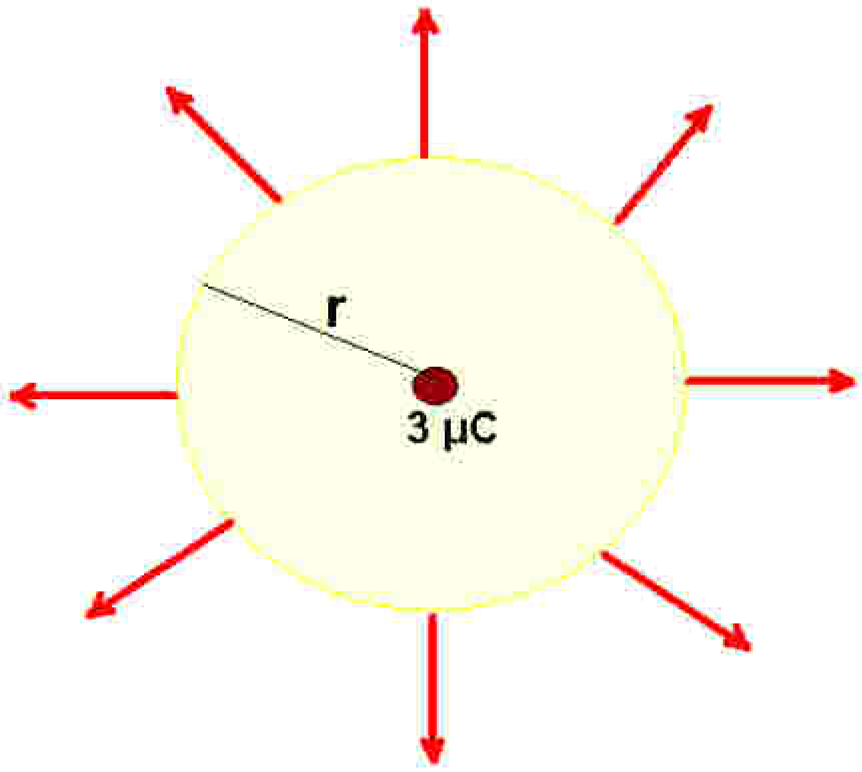
Γ) $\Phi_E = EA\cos\varphi = (2{,}0 \times 10^3\ N/C)(0.0314\ m^2)(\cos 0) = 63\ Nm^2/C$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Έστω θετικό φορτίο 3,0 μC περιβάλλεται από σφαίρα ακτίνας 0,2 m της οποίας το κέντρο συμπίπτει με τη θέση του φορτίου. Να βρεθεί η ηλεκτρική ροή δια μέσου της σφαίρας που οφείλεται στο φορτίο.



ΛΥΣΗ



Το πεδίο σε απόσταση r είναι:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = (9,0\times10^9\,\mathrm{Nm^2/C^2})\frac{3,0\times10^{-6}\,\mathrm{C}}{(0,2\mathrm{m})^2} = 6,75\times10^5\,\mathrm{N/C}$$

Το πεδίο είναι κάθετο στη σφαίρα σε κάθε σημείο της απόρροια της συμμετρίας της σφαίρας. Επομένως

$$\mathbf{E}_\perp = \mathbf{E}$$

$$\Phi_E = \int E_\perp dA = E_\perp \int dA = EA = E4\pi r^2 = (6{,}75\times10^5\,\mathrm{N/C})\times 4\pi \times (0{,}2\mathrm{m})^2$$
$$= 3{,}4\times10^5\,\mathrm{Nm^2/C}$$

Η ακτίνα της σφαίρας δεν παίζει κανένα ρόλο στον υπολογισμό μας γιατί

$$\Phi_E = EA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ GAUSS

Η ολική ροή που διαπερνά μια κλειστή επιφάνεια είναι ανάλογη του ηλεκτρικού φορτίου που περιέχεται

Στο παράδειγμα της ροής δια μέσου σφαίρας αποδείξαμε ότι

$$\Phi_E = E \cdot A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

ΔΗΛΑΔΗ Η ΡΟΗ ΔΕΝ ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΚΤΙΝΑ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ

Επομένως αν ως κλειστή επιφάνεια πάρουμε μια φανταστική σφαίρα, ο παραπάνω τύπος αποδεικνύει το θεώρημα του Gauss

Johann Carl Friedrich Gauss

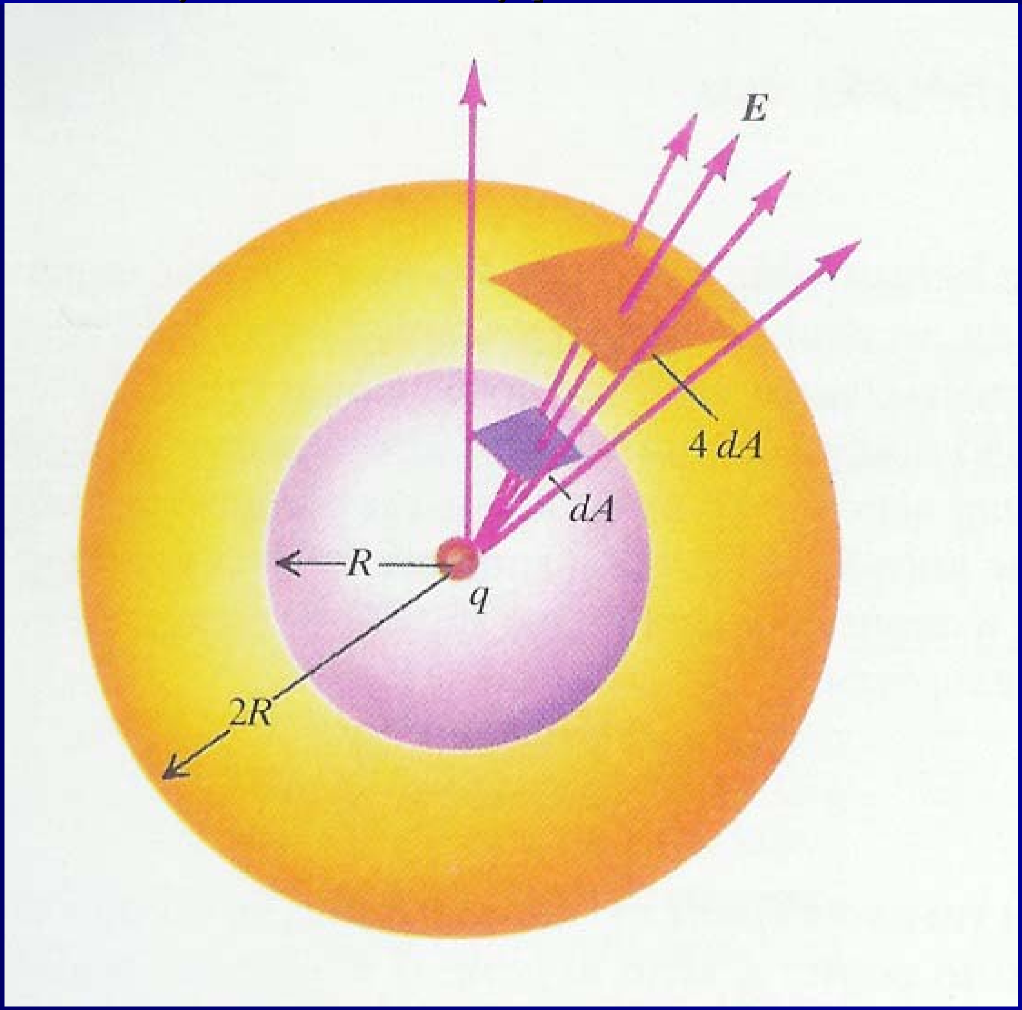
Γεννήθηκε : 30 Απριλίου, 1777 στο Brunswick (Γερμανία)

Απεβίωσε: 23 Φεβρουαρίου 1855 στο Göttingen, Hanover (Γερμανία)

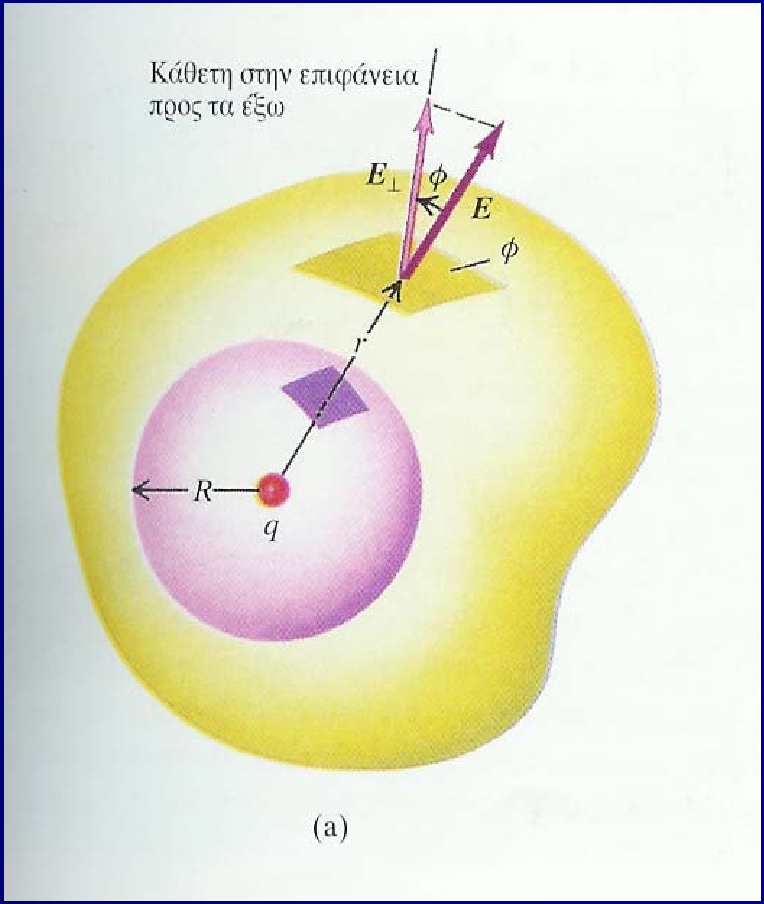
ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ GAUSS

Αν θεωρήσουμε δύο ομόκεντρες σφαίρες με ακτίνες R και 2R, σύμφωνα με το νόμο του Coulomb το πεδίο στην επιφάνεια της εξωτερικής σφαίρας είναι ¼ αυτού στην επιφάνεια της εσωτερικής. Όμως το εμβαδόν της εξωτερικής (μεγάλης) σφαίρας θα είναι τετραπλάσιο του εμβαδού της εσωτερικής (μικρής). Έτσι ο συνολικό αριθμός των δυναμικών γραμμών που διαπερνούν τις δύο σφαίρες είναι ίσος.

Ότι ισχύει για όλη τη σφαίρα ισχύει και για τμήμα της επιφάνειάς της έστω dA. Η προβαλλόμενη επιφάνεια στη μεγάλη σφαίρα έχει εμβαδόν 4dA. Η ηλεκτρική ροή είναι ίδια και για τα δύο εμβαδά.

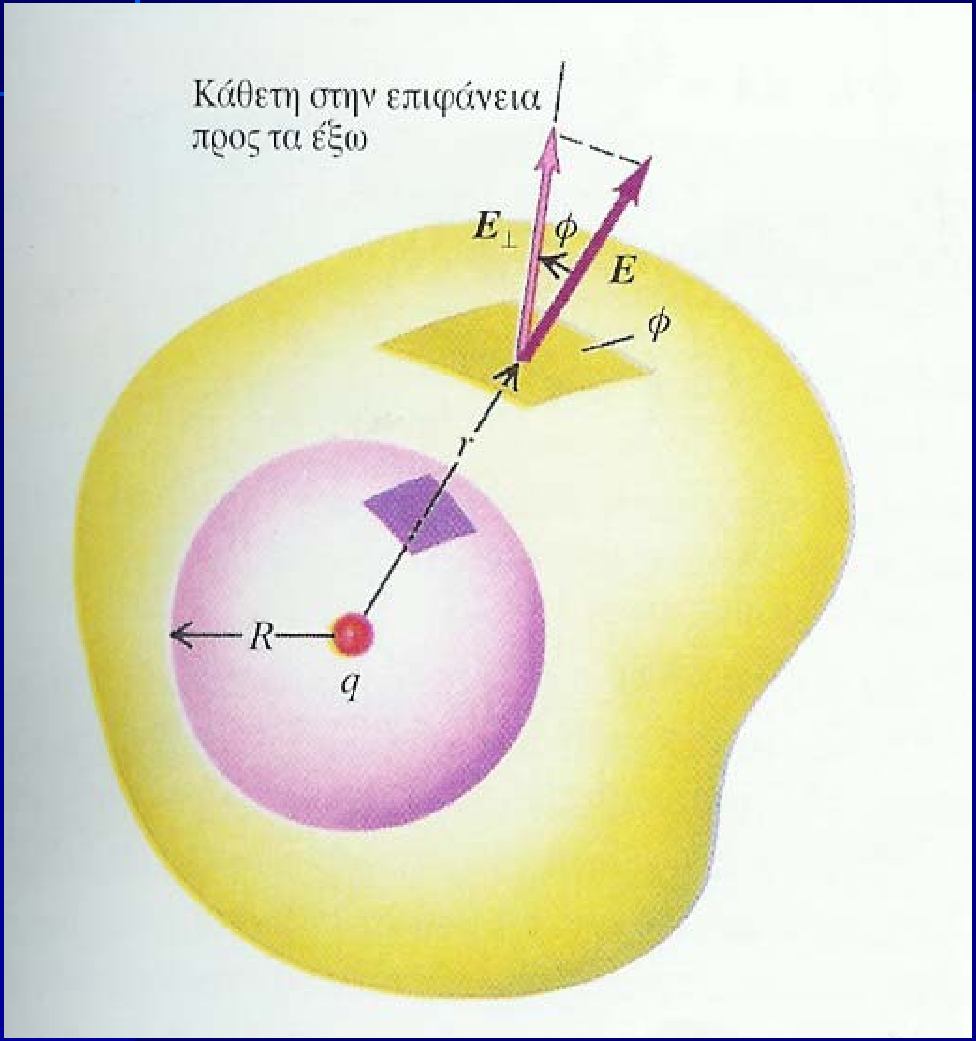


Αντί της εξωτερικής σφαίρας που είχαμε προηγούμενα μπορούμε να θεωρήσουμε μια ακανόνιστη κλειστή επιφάνεια. Επίσης θεωρούμε στοιχειώδες τμήμα επιφανείας dA της ακανόνιστης επιφάνειας, το οποίο είναι προφανώς μεγαλύτερο από το εμβαδόν τμήματος σφαίρας στην ίδια απόσταση.

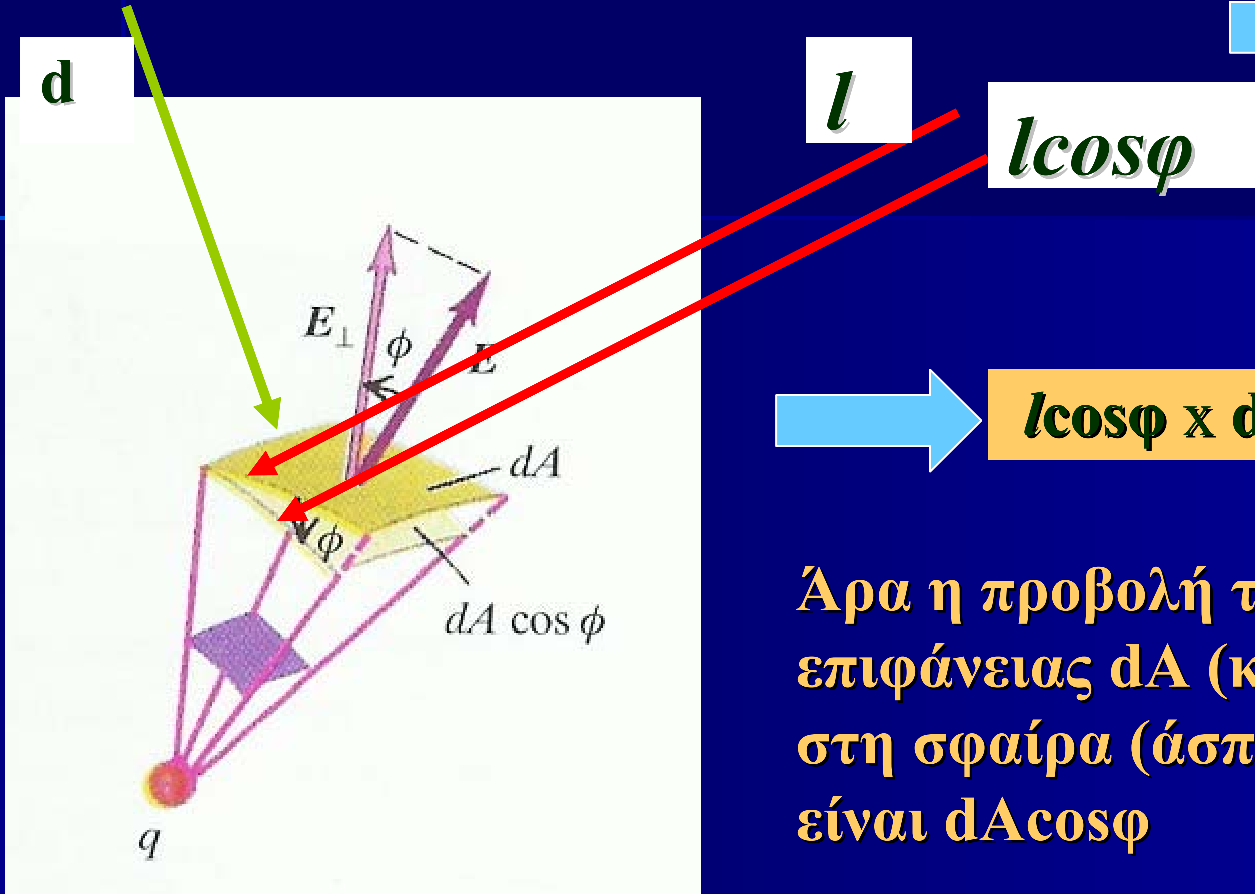


E Η ροή μέσα από το στοιχείο της ακανόνιστης επιφάνειας είναι

$$\vec{E}\cdot d\vec{A} = E_{\perp} \times dA = E\cos\varphi \times dA$$



Ας δούμε τώρα τι είναι το $\cos\varphi \times dA$



l x d=dA

$l$cosφ x d=l x dcosφ=dAcosφ

Άρα η προβολή της ακανόνιστης επιφάνειας dA (κίτρινη) στη σφαίρα (άσπρη επιφάνεια) είναι dAcosφ

Η ροή μέσα από το στοιχείο της ακανόνιστης επιφάνειας dA είναι EdAcosφ και αντιστοιχεί στη ροή μέσα από το σφαιρικό στοιχείο στο οποίο προβάλλεται το ακανόνιστο

Μπορούμε να διαιρέσουμε όλη την ακανόνιστη επιφάνεια σε στοιχειώδη εμβαδά, κάθε ένα από τα οποία έχει στοιχειώδη ροή EdAcosφ και να ολοκληρώσουμε

Αυτό γίνεται επειδή κάθε ένα από τα στοιχειώδη εμβαδά της ακανόνιστης επιφάνειας προβάλλεται πάνω σε αντίστοιχο στοιχειώδες εμβαδόν, τμήμα σφαιρικής επιφάνειας

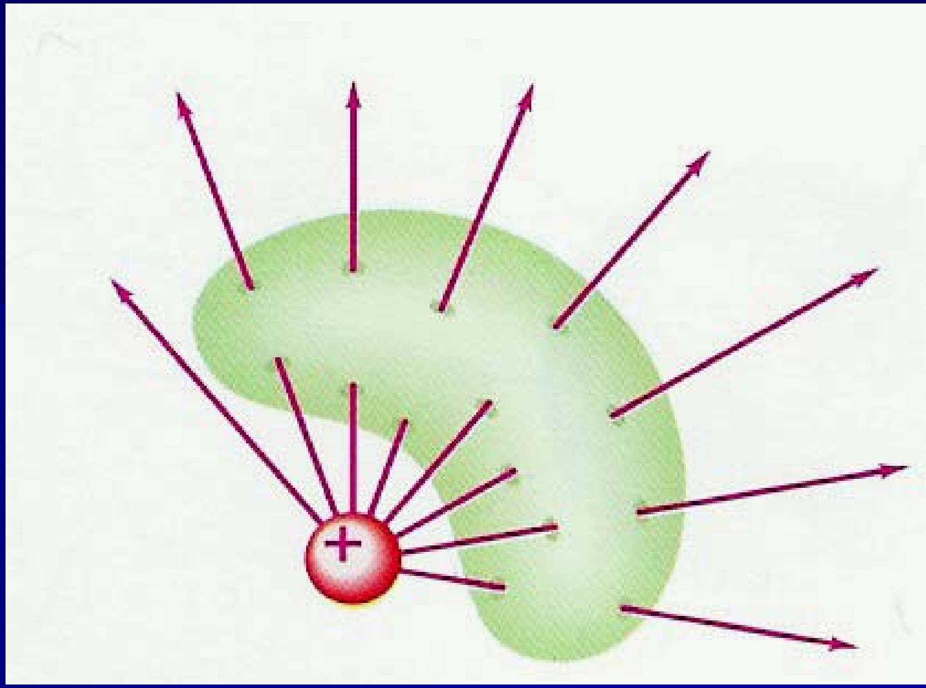
Η ολική ροή μέσα από την ακανόνιστη επιφάνεια είναι ίση με τη ροή δια μέσου της σφαίρας, δηλαδή q/ε_0

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Η ολική ροή είναι θετική όταν το πεδίο κατευθύνεται προς το εξωτερικό της επιφάνειας και αρνητική όταν κατευθύνεται προς το εσωτερικό της .

Αν το Ε κατευθύνεται προς το εσωτερικό, τότε το cosφ είναι αρνητικό γιατί είναι μεγαλύτερο των 90^0, και το Φ_E γίνεται αρνητικό.

Για μια κλειστή επιφάνεια που δεν περιέχει φορτία



$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

Δηλαδή όσες δυναμικές γραμμές εισέρχονται τόσες εξέρχονται .

ΓΕΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ GAUSS

Αν η επιφάνεια περικλείει όχι ένα αλλά πολλά φορτία

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} = \frac{q_1 + q_2 + q_3 + \ldots\ldots\ldots}{\varepsilon_0}$$

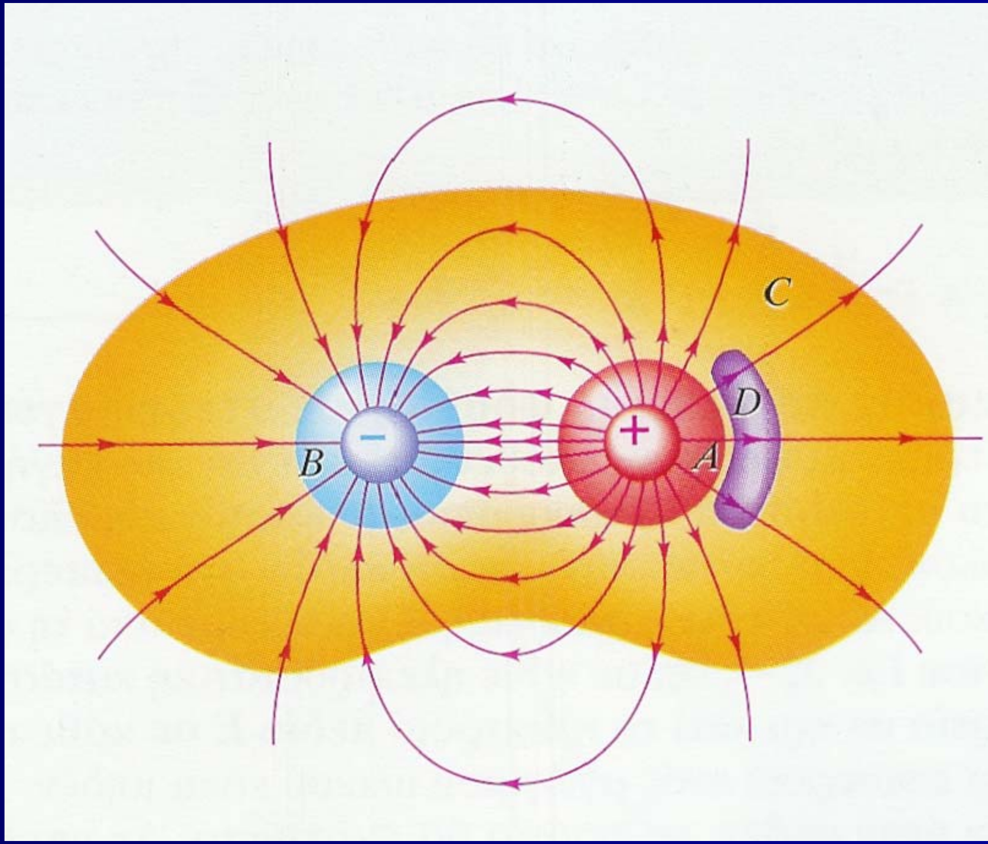
ΠΡΟΣΟΧΗ: ΤΑ ΦΟΡΤΙΑ ΕΞΩ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΔΕ ΣΥΝΕΙΣΦΕΡΟΥΝ ΣΤΗΝ ΟΛΙΚΗ ΡΟΗ

Αν $Q_{encl}=0$ τότε και $\Phi_E=0$

ΑΠΟΔΕΙΞΑΜΕ ΤΟ ΝΟΜΟ ΤΟΥ GAUSS ΞΕΚΙΝΩΝΤΑΣ ΑΠΟ ΤΟ ΝΟΜΟ ΤΟΥ COULOMB. ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΘΑ ΑΠΟΔΕΙΞΟΥΜΕ ΚΑΙ ΤΟ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Έστω ηλεκτρικό δίπολο όπως στο σχήμα. Να βρεθεί η ηλεκτρική ροή δια μέσου των επιφανειών A,B,C και D

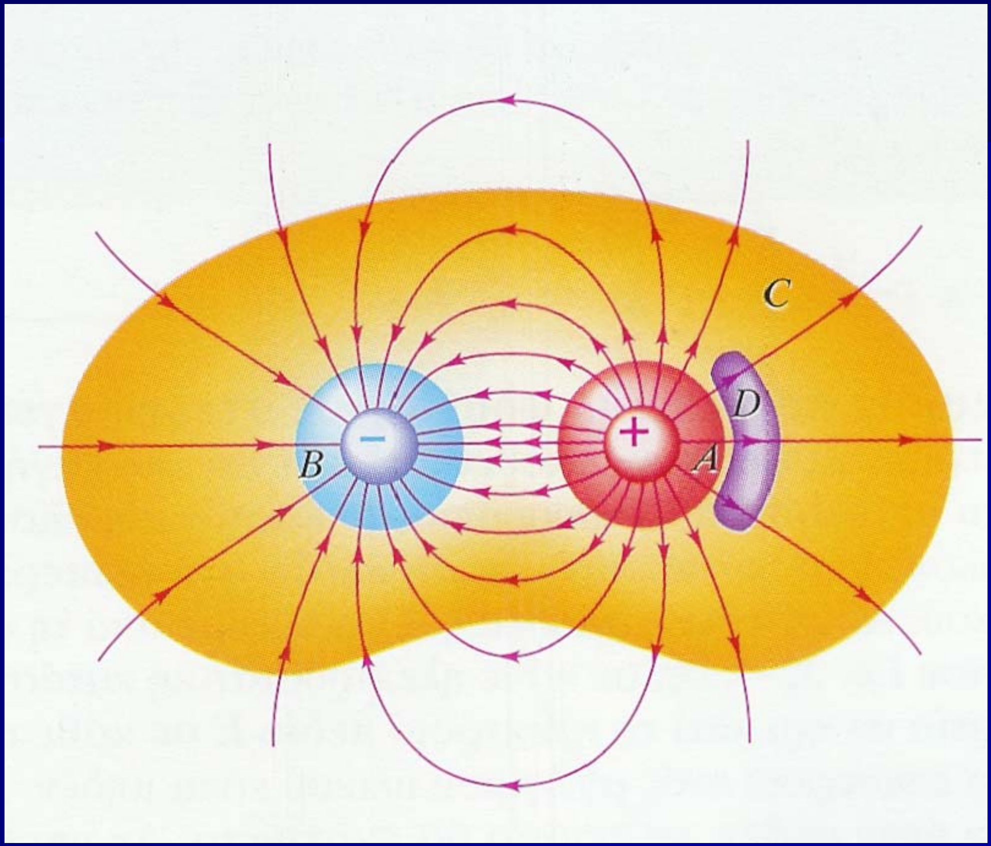


Για τη C: $\Phi_E = 0$

Για τη A: $\Phi_E \neq 0$

Για τη B: $\Phi_E \neq 0$

Για τη D: $\Phi_E = 0$



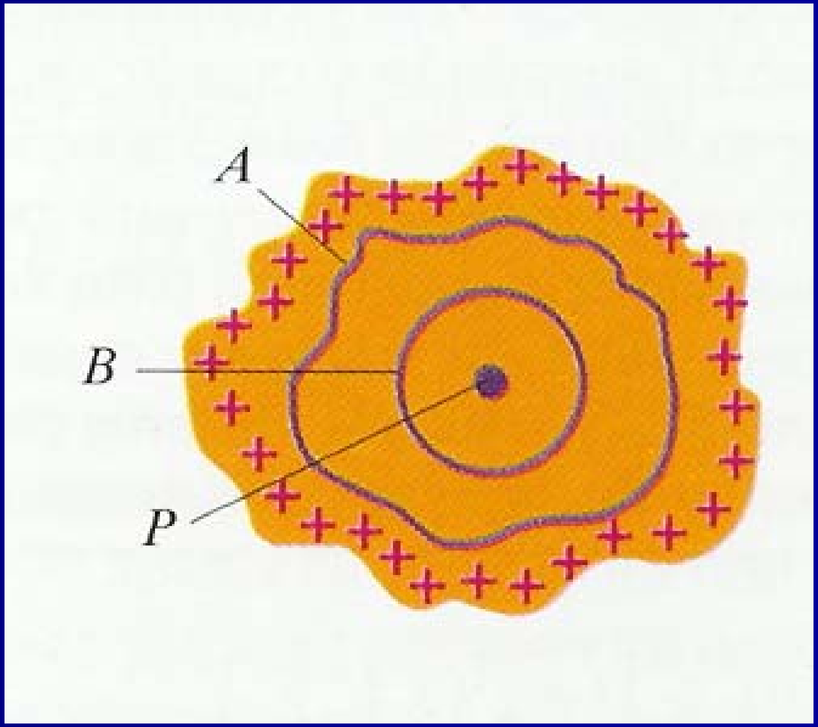
ΠΕΡΙΣΣΕΙΑ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΣΤΕΡΕΟ ΣΥΜΠΑΓΗ ΑΓΩΓΟ

Έστω ότι βάζουμε επιπλέον φορτίο σε συμπαγή αγωγό

Ξέρουμε όμως ότι στην ηλεκτροστατική (=φορτία σε ηρεμία) το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό αγώγιμου σώματος είναι ΜΗΔΕΝ.

Επομένως είναι μηδέν και πάνω σε οποιαδήποτε Γκαουσσιανή επιφάνεια μέσα στον αγωγό όπως η A

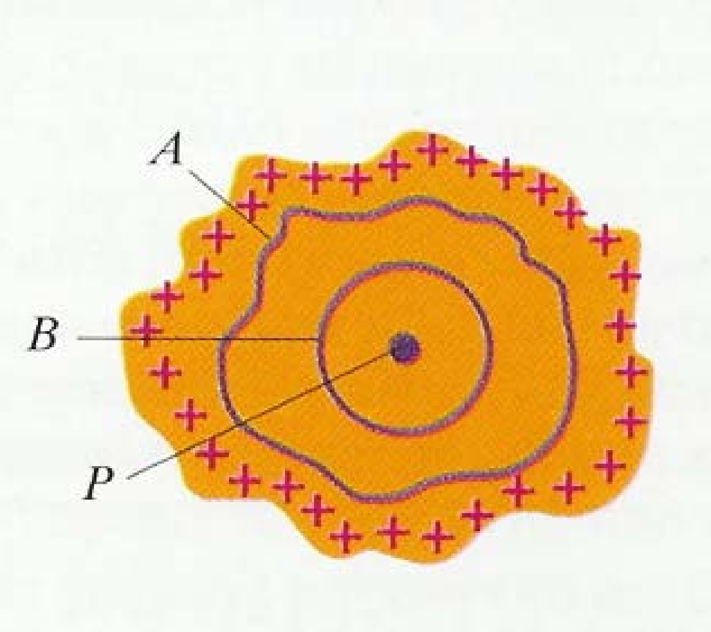
Βάσει του νόμου του Gauss δε μπορεί να υπάρχει φορτίο στο εσωτερικό της επιφάνειας αυτής



Όμως η επιφάνεια αυτή μπορεί να συρρικνωθεί στη B και ακόμη περισσότερο στο σημείο P

ΠΕΡΙΣΣΕΙΑ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΣΤΕΡΕΟ ΣΥΜΠΑΓΗ ΑΓΩΓΟ

Επομένως δεν υπάρχει φορτίο στο σημείο και επιπλέον αυτό το σημείο μπορεί να είναι οποιοδήποτε μέσα στον αγωγό.

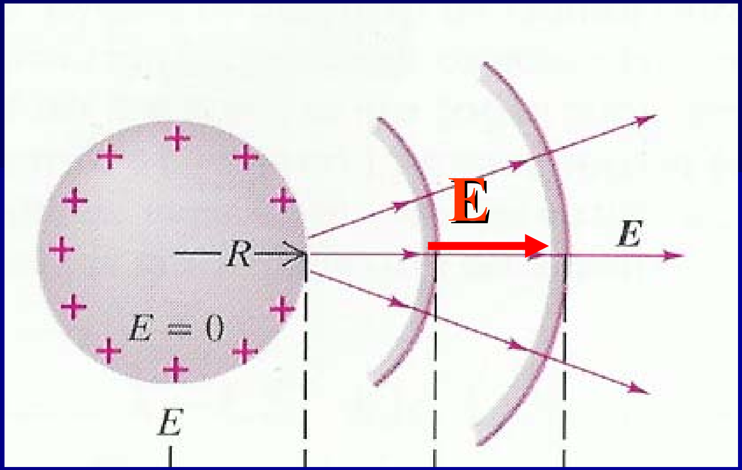


ΔΗΛΑΔΗ ΔΕ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΥΠΑΡΞΕΙ ΦΟΡΤΙΟ ΣΕ ΟΠΟΙΟΔΗΠΟΤΕ ΣΗΜΕΙΟ ΤΟΥ ΑΓΩΓΟΥ

ΠΕΔΙΟ ΣΥΜΠΑΓΟΥΣ ΑΓΩΓΙΜΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ

Τοποθετούμε φορτίο σε συμπαγή αγώγιμη σφαίρα, αυτό θα κατανεμηθεί στην επιφάνειά της.

Το πεδίο είναι ακτινικό λόγω της συμμετρίας.



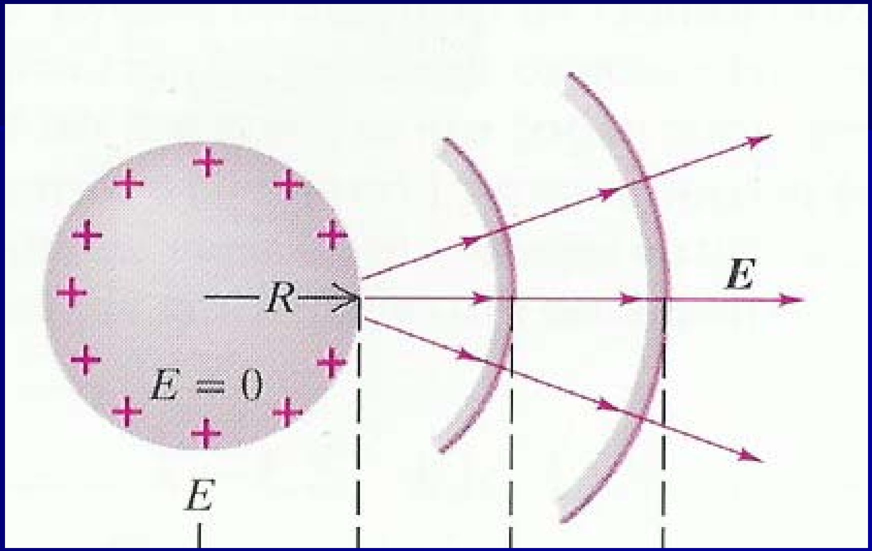
Θεωρούμε ως Γκαουσσιανή επιφάνεια μια σφαίρα ακτίνας r εξωτερικά του αγωγού ο οποίος έχει ακτίνα R

Το μέτρο του πεδίου (E) είναι ομογενές πάνω στη σφαίρα ακτίνας r και η διεύθυνσή του είναι κάθετη στην επιφάνειά της. Επομένως η ολοκλήρωση του νόμου του Gauss γίνεται

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = 4\pi r^2 E = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

Ακριβώς έξω από την αγώγιμη σφαίρα, όταν δηλαδή r=R, έχουμε

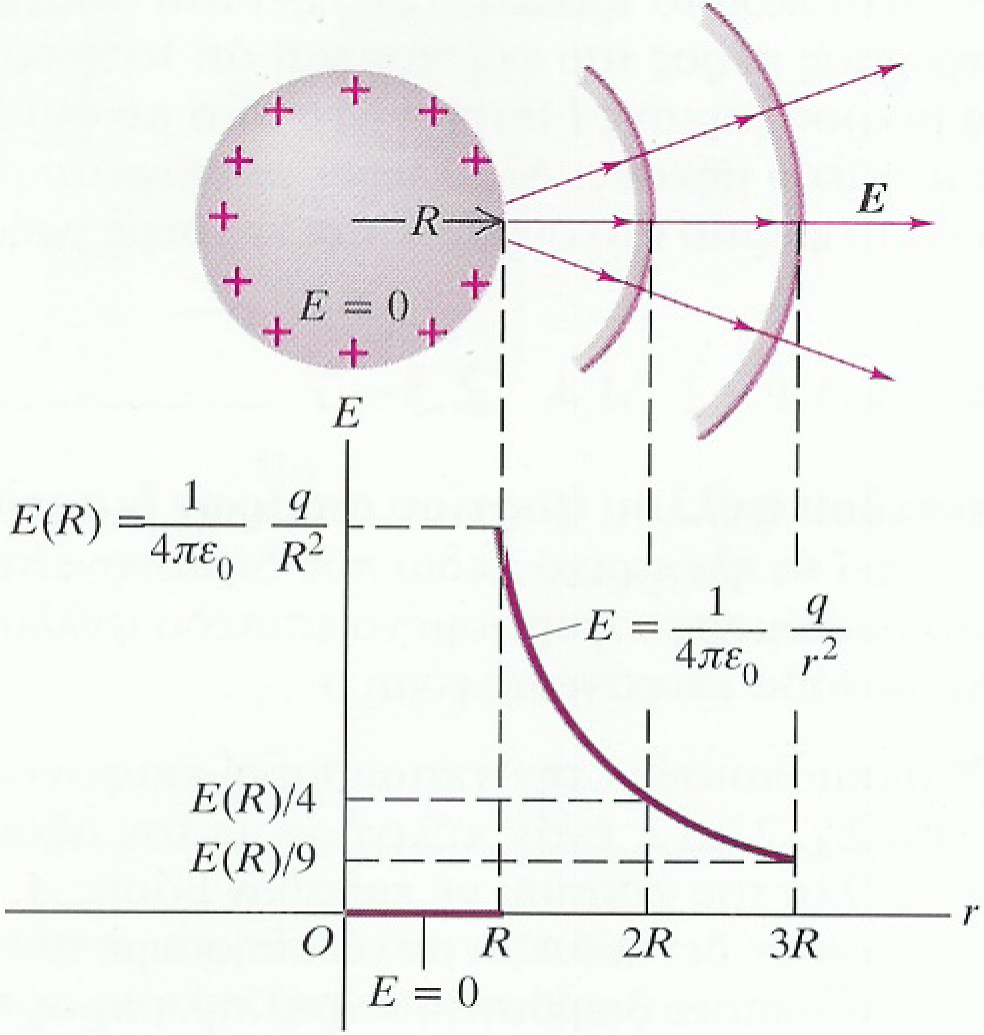
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$$



Στο εσωτερικό έχουμε E=0

Στο όριο $R \to \infty$ **Η σφαίρα φαίνεται σημειακό φορτίο**

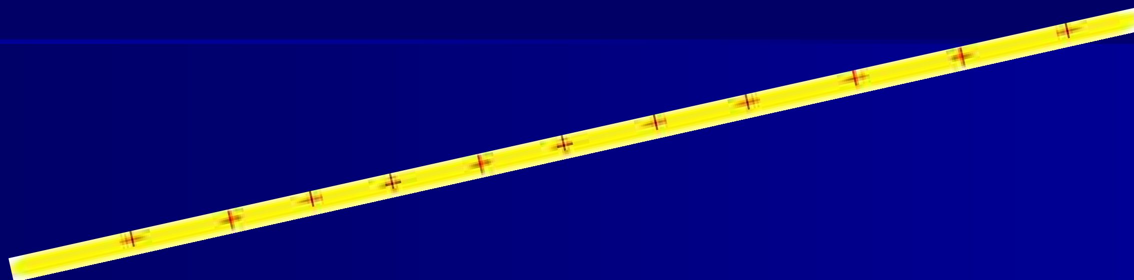
Καταλήξαμε στο νόμο του Coulomb από το νόμο του Gauss. Προηγούμενα είχαμε κάνει το ανάποδο.
ΕΠΟΜΕΝΩΣ ΟΙ ΔΥΟ ΝΟΜΟΙ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΙ



23–10 Υπό ηλεκτροστατικές συνθήκες το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό μιας συμπαγούς αγώγιμης σφαίρας είναι μηδέν. Έξω από τη σφαίρα, το ηλεκτρικό πεδίο εξασθενεί όπως το $1/r^2$, ως αν η περίσσεια φορτίου ήταν συγκεντρωμένη στο κέντρο.

ΠΕΔΙΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΑΠΕΙΡΟΥ ΜΗΚΟΥΣ (ΦΟΡΤΙΟ ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΟ ΣΕ ΣΥΡΜΑ)

Το φορτίο ανά μονάδα μήκους είναι λ

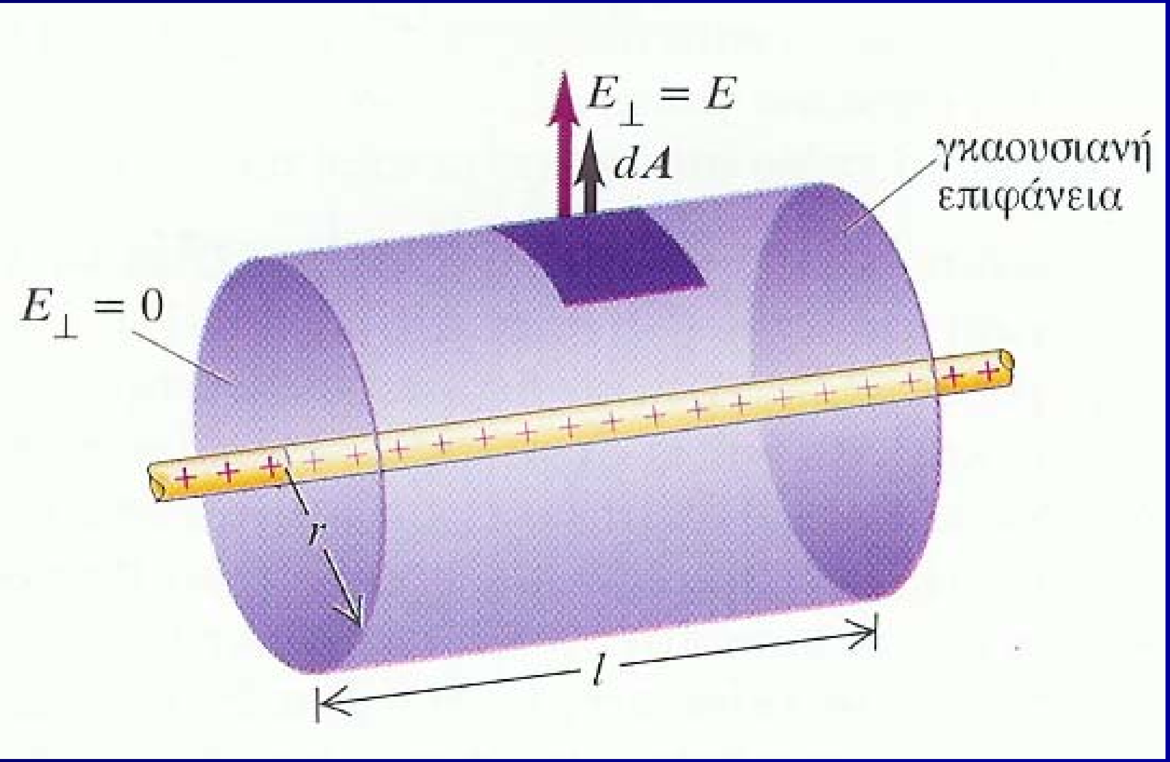


Πάλι το πεδίο είναι ακτινικό λόγω της συμμετρίας. Τίποτε δεν αλλάζει με στροφή γύρω από τον άξονα (σύρμα) και επίσης τίποτε δεν αλλάζει για μετατόπιση κατά μήκος του άξονα.

Το πεδίο δε μπορεί να έχει συνιστώσα παράλληλη στο σύρμα γιατί τότε κάτι θα διαφοροποιούσε το ένα άκρο από το άλλο.

Επίσης δε μπορεί να έχει συνιστώσα εφαπτόμενη σε κύκλο με κέντρο το σύρμα γιατί τότε θα έπρεπε να εξηγηθεί γιατί έχει φορά κατά τη μία διεύθυνση και όχι κατά την άλλη.

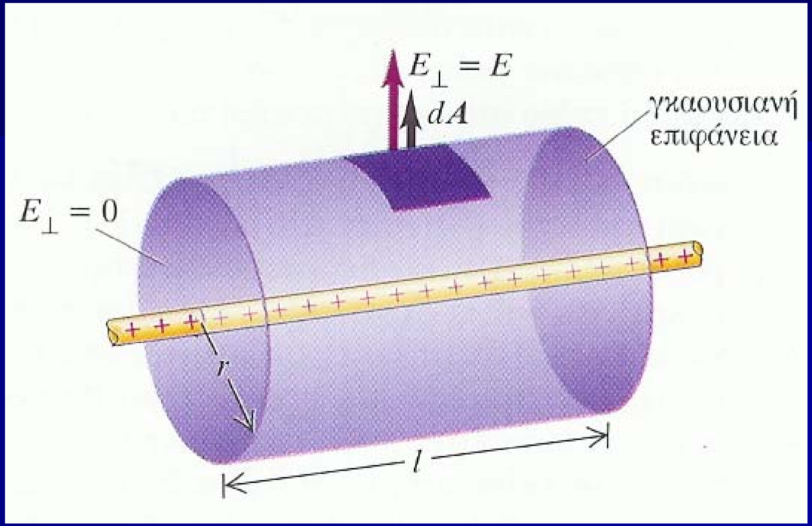
Θεωρούμε ως Γκαουσσιανή επιφάνεια ένα κύλινδρο με ακτίνα r, μήκος l και να έχει άξονα το σύρμα (βάσεις κάθετες στο σύρμα) .



Το ολικό φορτίο μέσα στον κύλινδρο είναι $Q_{encl}=\lambda l$

Το ολοκλήρωμα επί της επιφάνειας του κυλίνδρου αναλύεται σε δύο ολοκληρώματα επί των δύο δίσκων που είναι οι βάσεις συν ένα ακόμη για την παράπλευρη επιφάνεια.

Στις βάσεις του κυλίνδρου τα E και dA είναι κάθετα μεταξύ τους, επομένως η ροή μέσα από τις βάσεις είναι ΜΗΔΕΝ

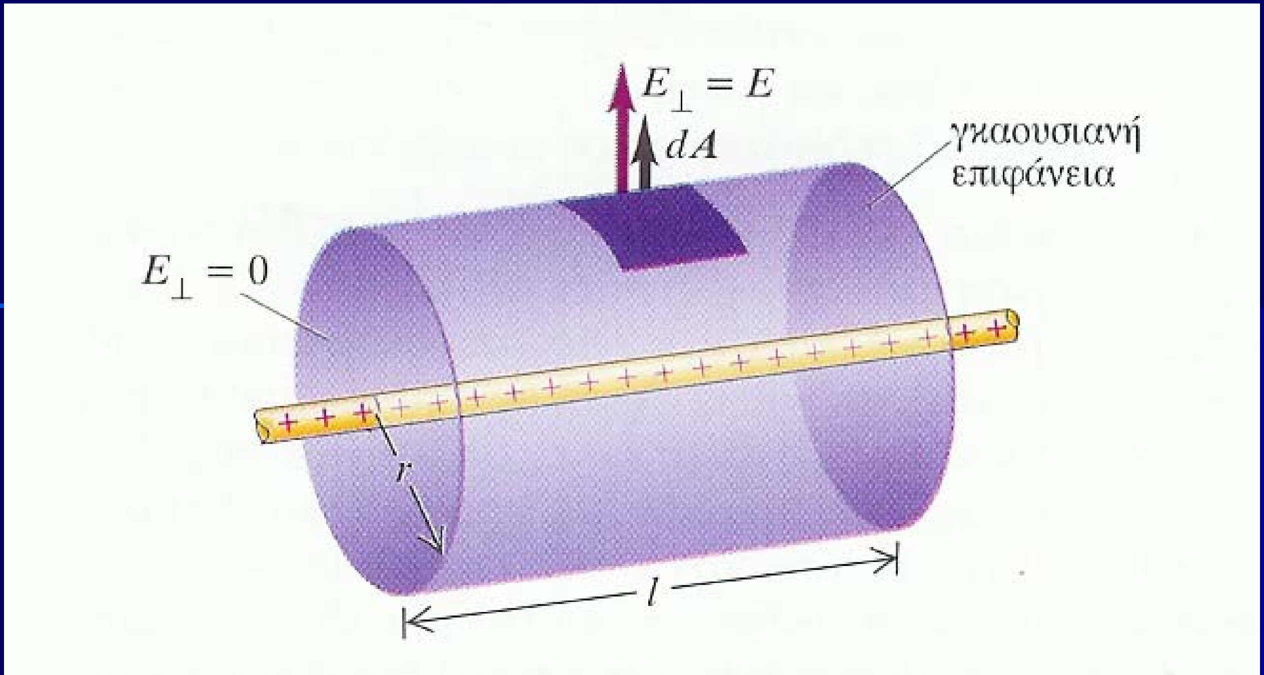


Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας είναι 2πrl

$$(E)(2\pi rl) = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ



Όλο το φορτίο συμμετέχει στη διαμόρφωση του πεδίου αλλά εμείς κάνουμε υπολογισμούς μόνο για το τμήμα που είναι μέσα στη Γκαουσσιανή επιφάνεια. Λαμβάνουμε όμως υπόψη όλο το φορτίο όταν κάνουμε χρήση της συμμετρίας.

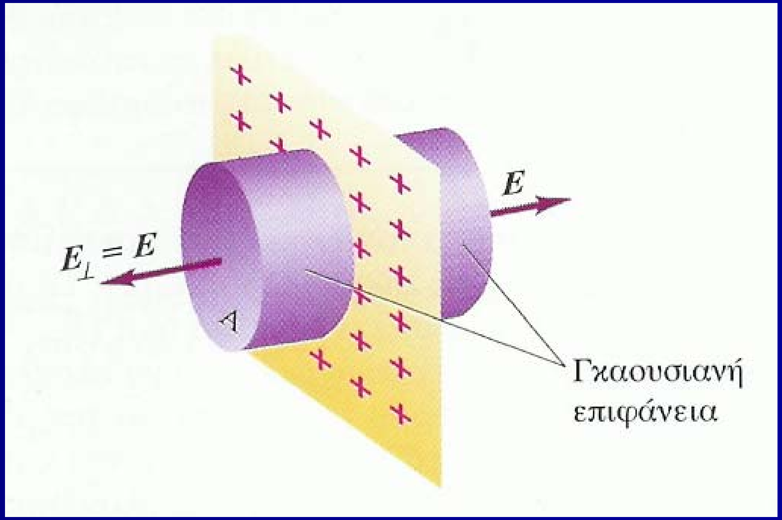
Αν το σύρμα είχε μικρό μήκος, τότε το πεδίο Ε δεν θα ήταν σταθερό για μετατόπιση κατά μήκος του άξονα (ολίσθηση)

ΠΕΔΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΕΛΑΣΜΑΤΟΣ ΑΠΕΙΡΩΝ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ

Το φορτίο ανά μονάδα επιφανείας είναι σ

Θεωρούμε ως Γκαουσσιανή επιφάνεια ένα κύλινδρο με εμβαδόν βάσης Α με τον άξονά του κάθετα στο έλασμα.

Από τη συμμετρία συνάγεται ότι το πεδίο έχει το ίδιο μέτρο σε ίση απόσταση από τις πλευρές της επιφάνειας, διεύθυνση κάθετη στο έλασμα και φορά προς τα έξω (εφόσον το φορτίο είναι θετικό).



ΠΕΔΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΕΛΑΣΜΑΤΟΣ ΑΠΕΙΡΩΝ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ

Το πεδίο είναι παράλληλο στην παράπλευρη επιφάνεια

ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΡΟΗ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΑΥΤΗ

Στις βάσεις το πεδίο είναι κάθετο με ίσο μέτρο και η και υπάρχει μόνο η κάθετη συνιστώσα του, δηλαδή

$$\mathbf{E}_{\perp} = \mathbf{E}$$

Η ολική ροή μέσα από τις βάσεις είναι Φ=2ΕΑ, εφόσον τα ολοκληρώματα απλοποιούνται

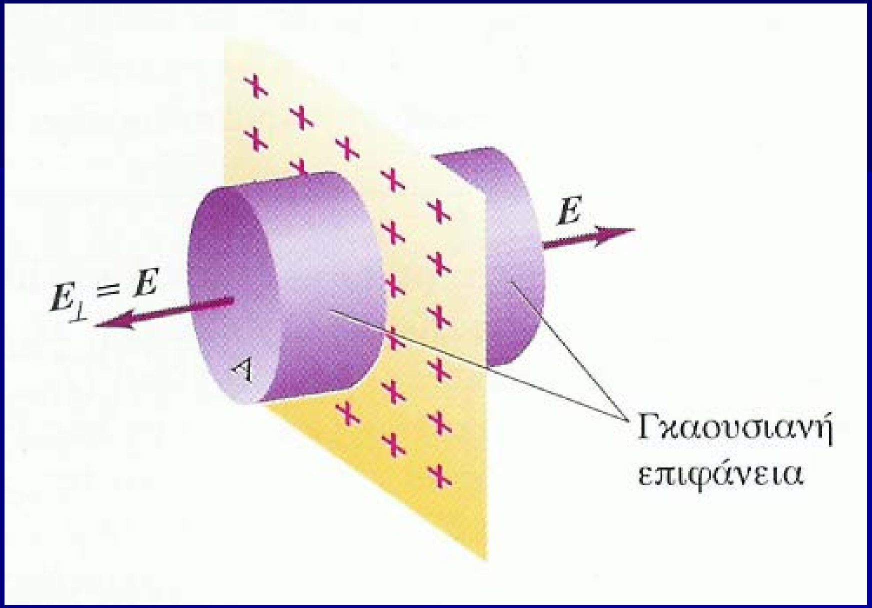
$$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

ΠΕΔΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΕΛΑΣΜΑΤΟΣ ΑΠΕΙΡΩΝ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



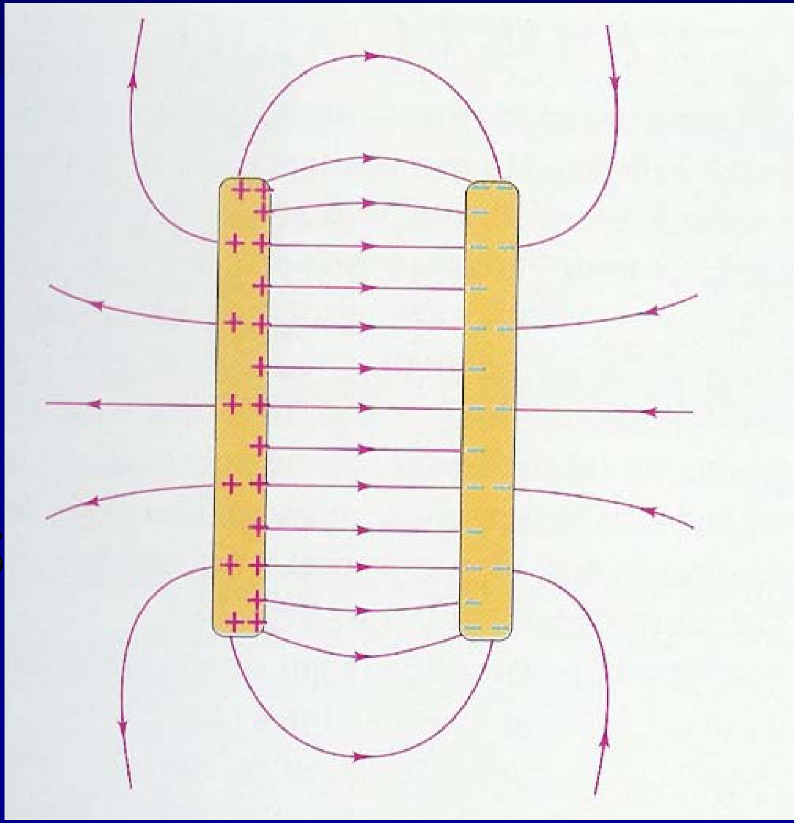
Το πεδίο είναι ανεξάρτητο από την απόσταση από το έλασμα, έχει δηλαδή το ίδιο μέτρο παντού και επομένως είναι ομογενές.

Οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες και ομοιόμορφα κατανεμημένες

ΠΕΔΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΑΓΩΓΙΜΩΝ ΠΛΑΚΩΝ ΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΑ ΦΟΡΤΙΑ

Το φορτίο ανά μονάδα επιφανείας είναι σ και –σ

Τα φορτία κατανέμονται στις επιφάνειες των πλακών, έτσι ώστε να είναι περισσότερα στις εσωτερικές γιατί έλκονται μεταξύ τους.
Το πεδίο επίσης θα έχει τη θυσανωτή μορφή που φαίνεται στο σχήμα και εάν οι πλάκες έχουν πολύ μεγαλύτερες διαστάσεις από τη μεταξύ τους απόσταση, η διάχυση του πεδίου θα είναι αμελητέα στο χώρο εκτός των πλακών.



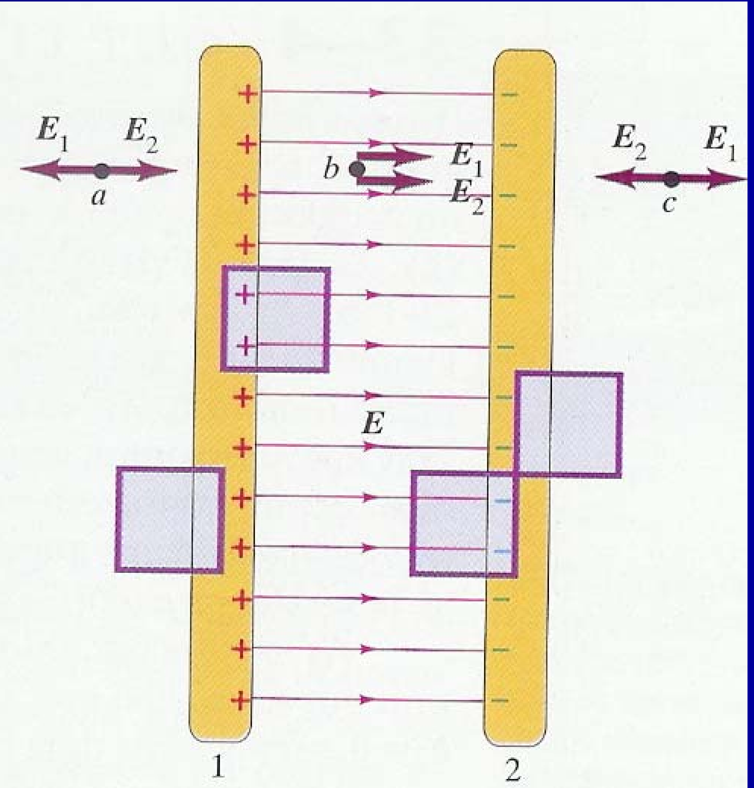
ΠΕΔΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΑΓΩΓΙΜΩΝ ΠΛΑΚΩΝ ΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΑ ΦΟΡΤΙΑ

Το πεδίο οπουδήποτε εκτός των πλακών (π.χ. Στα σημεία a και c), το οφειλόμενο σε μια μόνο πλάκα θα είναι

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

και θα έχει πρόσημο ίδιο με το φορτίο της συγκεκριμένης πλάκας απ' όπου προέρχεται

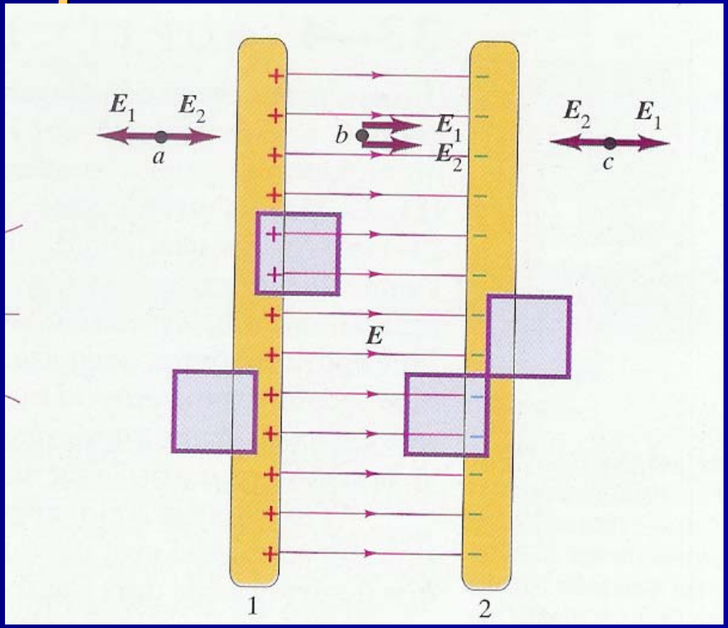
Επομένως το συνολικό πεδίο θα είναι μηδέν οπουδήποτε εξωτερικά των πλακών (σημεία a και c) εφόσον πρόκειται για πρόσθεση δύο συγγραμμικών, ίσου μέτρου αλλά αντιθέτου φοράς διανυσμάτων



ΠΕΔΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΑΓΩΓΙΜΩΝ ΠΛΑΚΩΝ ΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΑ ΦΟΡΤΙΑ

Στο εσωτερικό κάθε πλάκας (δηλαδή στο υλικό) το πεδίο θα είναι πάλι μηδέν σύμφωνα με τις αρχές της ηλεκτροστατικής

Στο μεταξύ τους χώρο, βάσει της αρχής της επαλληλίας, σε κάθε σημείο έχουμε την πρόσθεση δύο πεδίων, τα οποία όμως έχουν την ίδια διεύθυνση, φορά και μέτρο



Επομένως, σε οποιοδήποτε εσωτερικό σημείο στο μεταξύ των πλακών χώρο το πεδίο θα είναι:

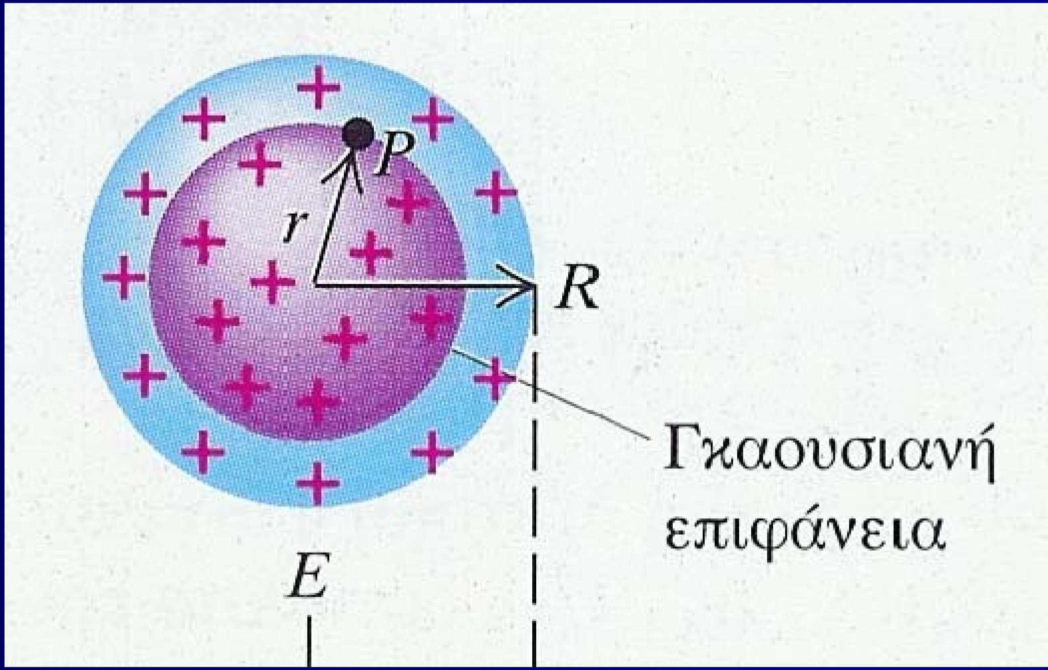
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗ ΜΟΝΩΤΙΚΗ ΣΦΑΙΡΑ

Υποθέτουμε ότι ηλεκτρικό φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο σ’ όλο τον όγκο μονωτικής σφαίρας ακτίνας R. Αν το ολικό φορτίο είναι Q να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο P εντός της σφαίρας, το οποίο είναι σε απόσταση r από το κέντρο της.

ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗ ΜΟΝΩΤΙΚΗ ΣΦΑΙΡΑ

Επιλέγουμε τη Γκαουσσιανή επιφάνεια να είναι σφαίρα ομόκεντρη του μονωτή με ακτίνα r μικρότερη της ακτίνας του μονωτή R και διερχόμενη από το σημείο P



ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΦΟΡΤΙΟΥ

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗ ΜΟΝΩΤΙΚΗ ΣΦΑΙΡΑ

Ο όγκος που περικλείεται από τη Γκαουσσιανή επιφάνεια είναι $V' = 4/3\pi r^3$.

$$Q_{encl} = \rho V' = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\frac{4}{3}\pi r^3 = Q\frac{r^3}{R^3}$$

Το πεδίο είναι το ίδιο σε κάθε σημείο της Γκαουσσιανής επιφάνειας εφόσον έχουμε ομοιόμορφη κατανομή φορτίου, πράγμα που επιβάλλει συμμετρία

$$\Phi_E = \int \mathbf{E}\cdot\mathbf{A} = EA = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$E4\pi r^2 = \frac{Qr^3}{\varepsilon_0 R^3} \Rightarrow$$

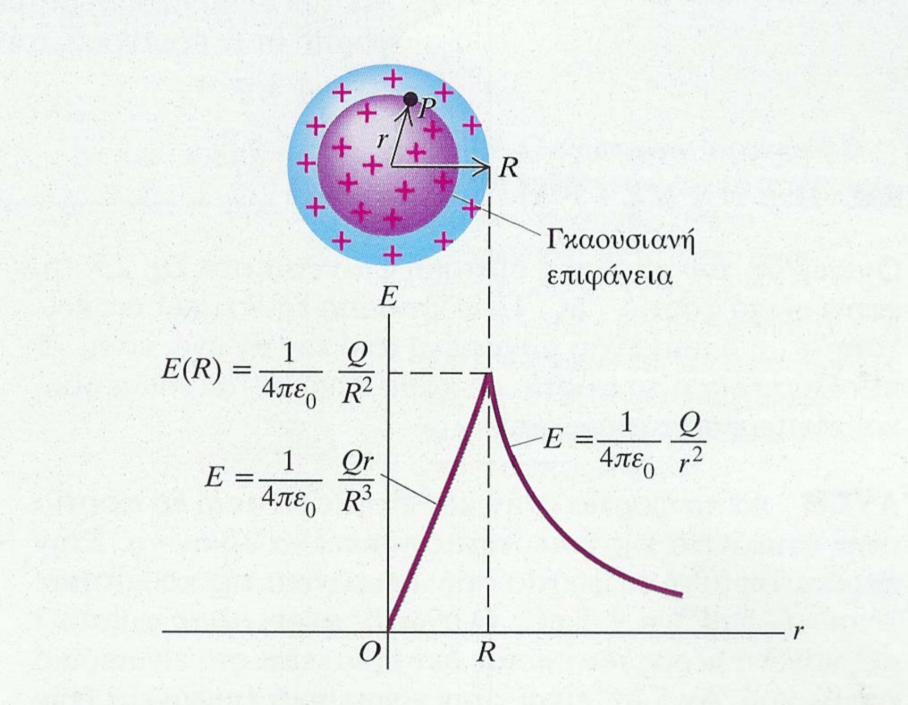
$$E = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗ ΜΟΝΩΤΙΚΗ ΣΦΑΙΡΑ

Στην επιφάνεια του μονωτή έχουμε:

$$E = \frac{QR}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

ΔΗΛΑΔΗ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ (ΠΡΟΦΑΝΩΣ ΚΑΙ ΟΠΟΥΔΗΠΟΤΕ ΕΞΩ ΑΠΟ ΑΥΤΗ) ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΕΧΕΙ ΙΔΙΟ ΜΕΤΡΟ ΣΑΝ ΝΑ ΗΤΑΝ ΟΛΟ ΤΟ ΦΟΡΤΙΟ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΟ ΣΤΟ ΚΕΝΤΡΟ

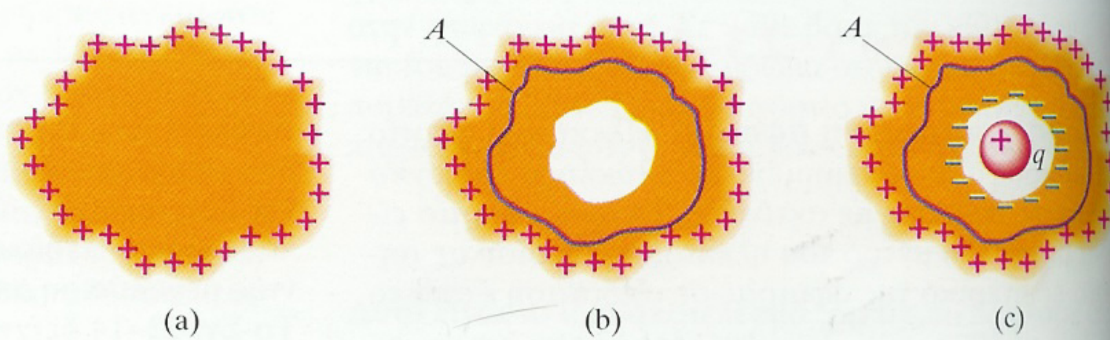


ΦΟΡΤΙΑ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ

- **Στο εσωτερικό συμπαγούς αγωγού δε μπορεί να υπάρξει φορτίο ούτε πεδίο.**
- **Σε επιφάνεια κοιλότητας κενής φορτίων επίσης δε μπορεί να υπάρξει πεδίο (αποδεικνύεται με χρήση του νόμου του Gauss).**

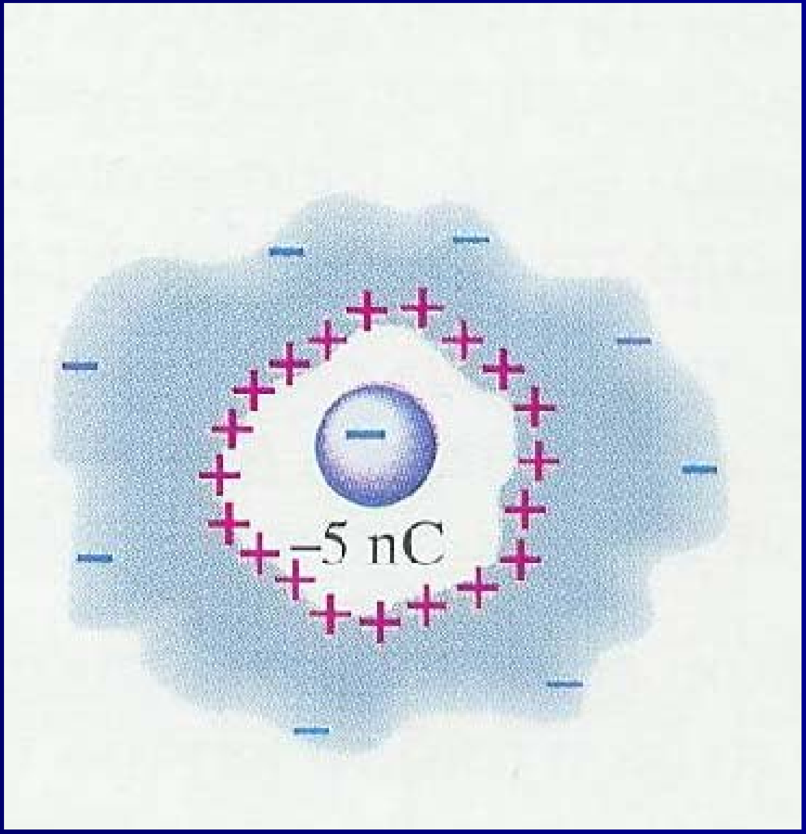
Εάν υπάρχει φορτίο μέσα στην κοιλότητα αλλά όχι σε επαφή με τον αγωγό, τότε στην επιφάνεια της κοιλότητας εμφανίζεται ίσο φορτίο με αυτό που είναι μέσα. Έτσι, το συνολικό φορτίο που περικλείει η επιφάνεια A του σχήματος είναι 0.

23–15 (a) Το φορτίο σε συμπαγή αγωγό εντοπίζεται εξ ολοκλήρου στην εξωτερική του επιφάνεια. (b) Αν δεν υπάρχει φορτίο στο εσωτερικό της κοιλότητας του αγωγού, το ολικό φορτίο στην επιφάνεια της κοιλότητας είναι μηδέν. (c) Αν υπάρχει φορτίο *q* στο εσωτερικό της κοιλότητας, το ολικό φορτίο στην επιφάνεια της κοιλότητας είναι *q*.

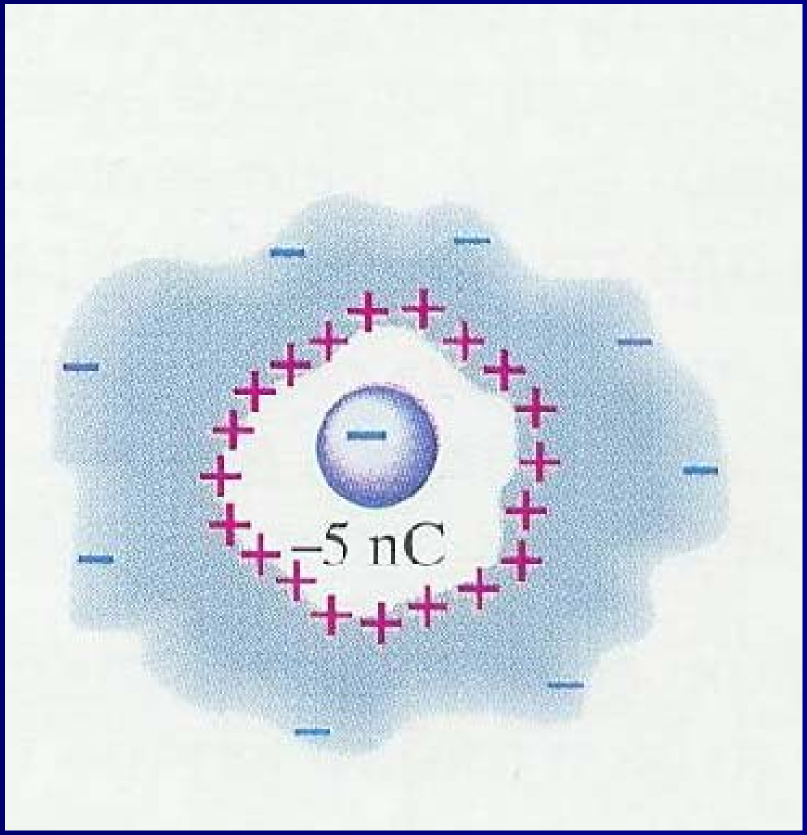


ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

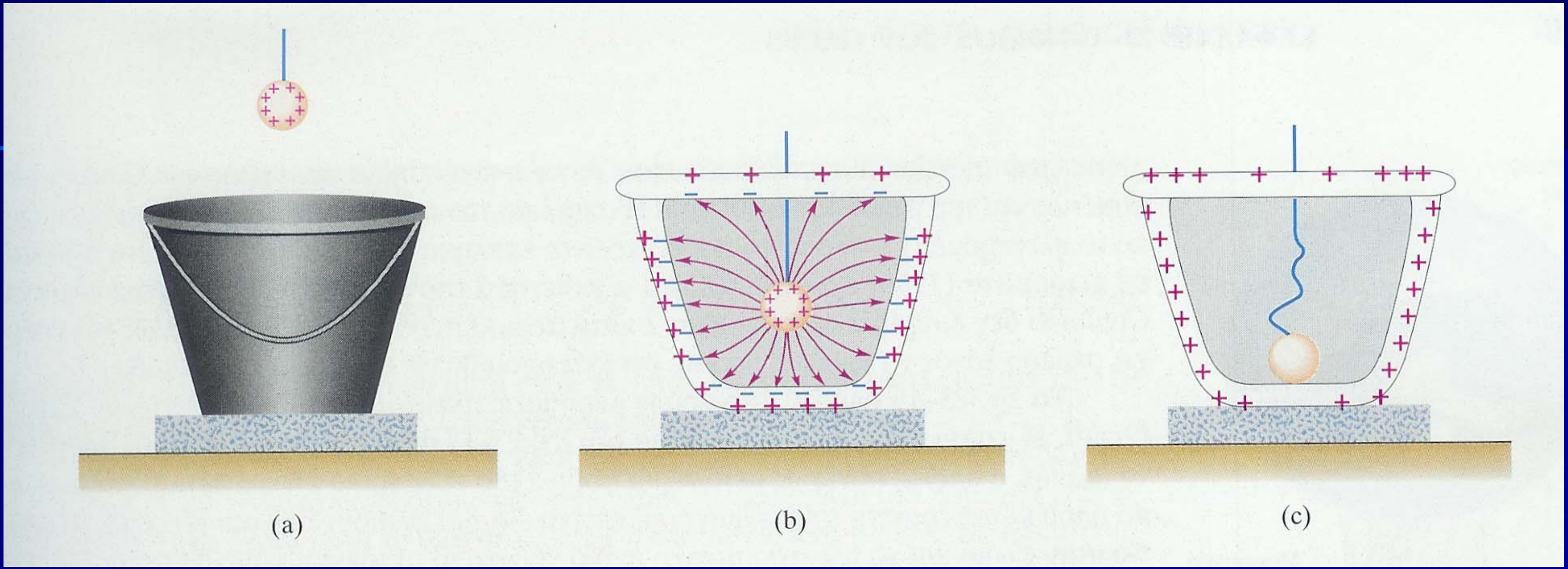
Το σχήμα δείχνει τη διατομή αγωγού , ο οποίος έχει συνολικό φορτίο 7nC. Στην κοιλότητα υπάρχει φορτίο -5nC, μονωμένο από τον αγωγό. Πόσο είναι το φορτίο σε κάθε επιφάνεια, εσωτερική και εξωτερική του αγωγού.



Στην επιφάνεια της κοιλότητας το φορτίο πρέπει να είναι +5 nC για να ισχύει ο νόμος του Gauss μέσα στον αγωγό. Εφόσον ο αγωγός έχει συνολικό φορτίο 7 nC, τότε η εξωτερική επιφάνεια πρέπει να έχει φορτίο +2 nC (5 nC + 2 nC = 7 nC)



ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ FARADAY ΜΕ ΤΟΝ ΚΑΔΟ ΤΟΥ ΠΑΓΟΥ



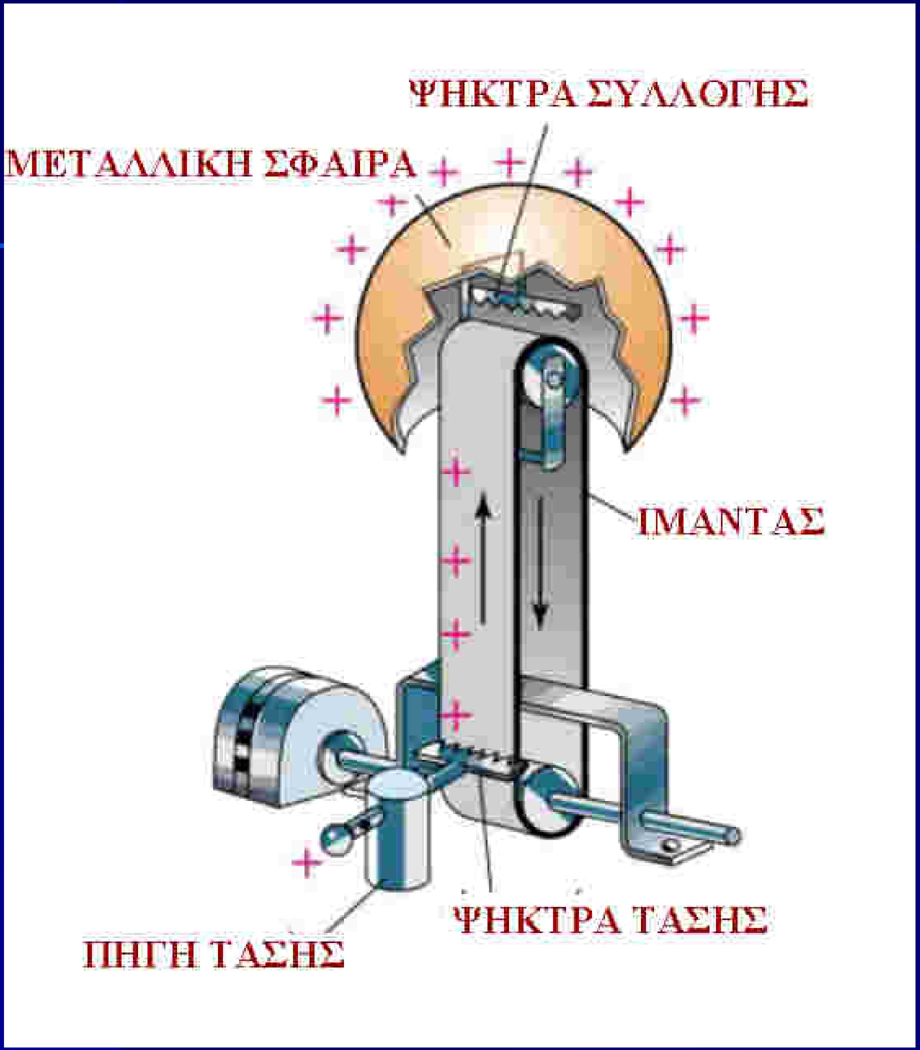
23–17 (a) Μία φορτισμένη αγώγιμη σφαίρα αναρτάται με ένα μονωτικό νήμα έξω από ένα αγώγιμο δοχείο πάνω σε μονωτικό στήριγμα. (b) Η σφαίρα οδηγείται μέσα στο δοχείο και τοποθετείται το σκέπασμα του δοχείου. Φορτία επάγονται στα τοιχώματα του δοχείου. (c) Όταν η σφαίρα αγγίξει την εσωτερική επιφάνεια του δοχείου, ολόκληρο το φορτίο της μεταφέρεται στο δοχείο και εμφανίζεται στην εξωτερική επιφάνεια του δοχείου.

MICHAEL FARADAY

Γεννήθηκε : 22 Σεπτεμβρίου, 1777 στο Newington, Surrey (Αγγλία)

Απεβίωσε: 25 Αυγούστου 1867 στο Λονδίνο

ΓΕΝΝΗΤΡΙΑ VAN DE GRAAFF

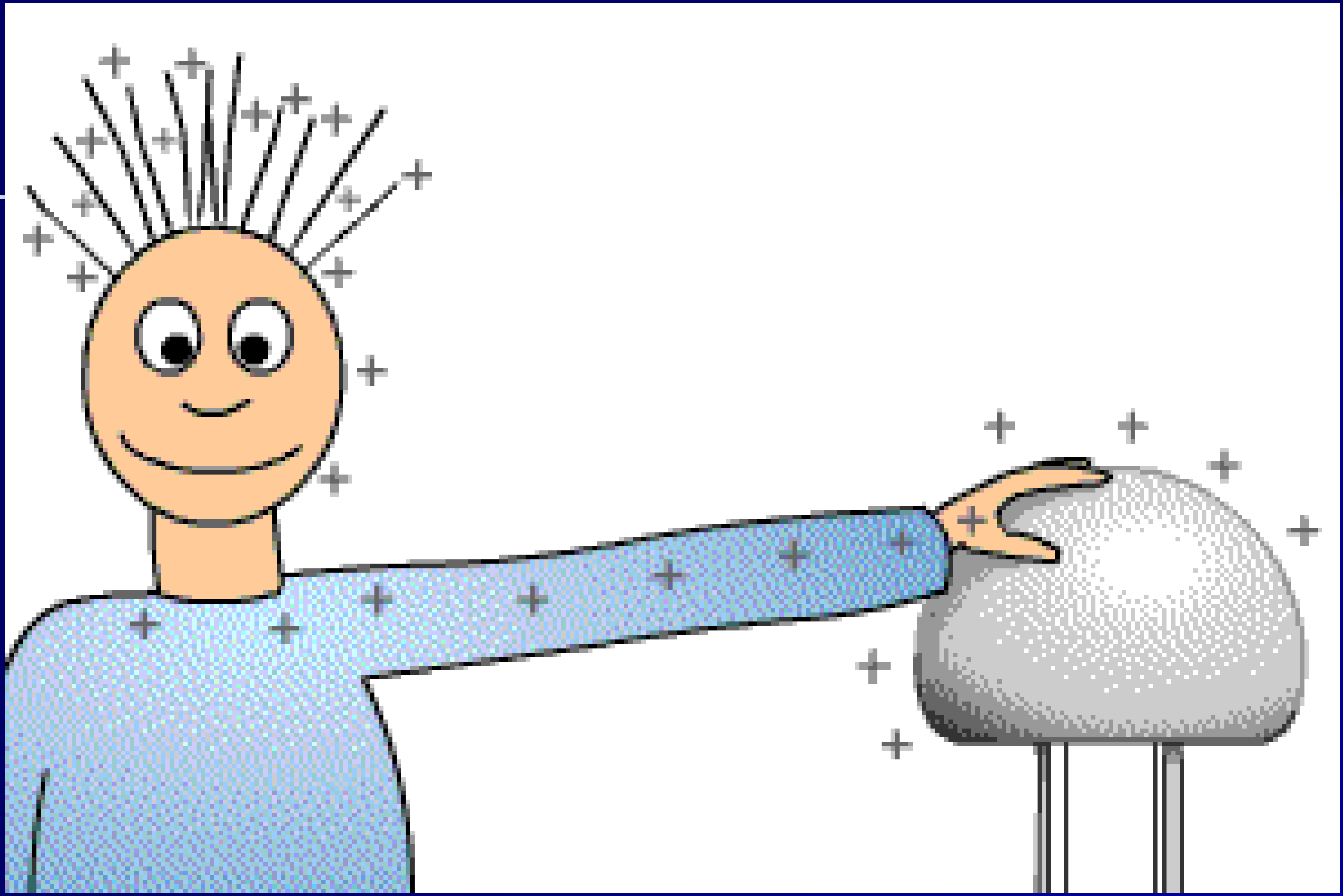


Το φορτίο στο σφαιρικό φλοιό παίρνει πολύ γρήγορα πολύ μεγάλη τιμή

Το φορτίο συσσωρεύεται στο φλοιό (μεταλλική σφαίρα) και εσωτερικά του είναι πάντα μηδέν από το νόμο του Gauss

Χρησιμοποιείται σε επιταχυντές σωματίων και πειραματικές επιδείξεις Φυσικής.

ΓΕΝΝΗΤΡΙΑ VAN DE GRAAFF

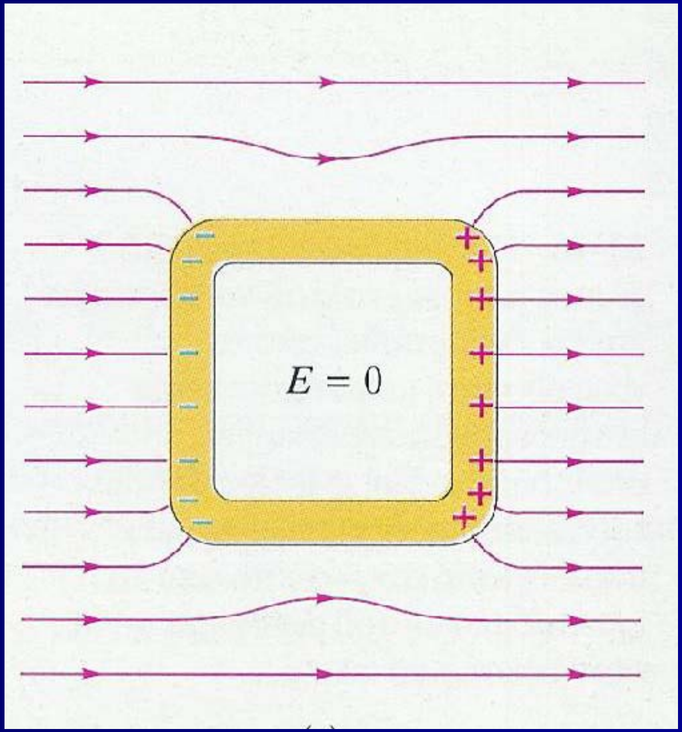


Αν αγγίξουμε τη σφαίρα το φορτίο θα μεταφερθεί στα άκρα μας σύμφωνα με το νόμο του Gauss.

ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΘΩΡΑΚΙΣΗ- ΚΛΩΒΟΣ ΤΟΥ FARADAY

Αν έχουμε ένα αγώγιμο κιβώτιο και εφαρμόσουμε ένα εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο, τότε τα φορτία του αγωγού ανακατανέμονται και δημιουργούν ένα πρόσθετο ηλεκτρικό πεδίο το οποίο μηδενίζει το πεδίο μέσα στον αγωγό.

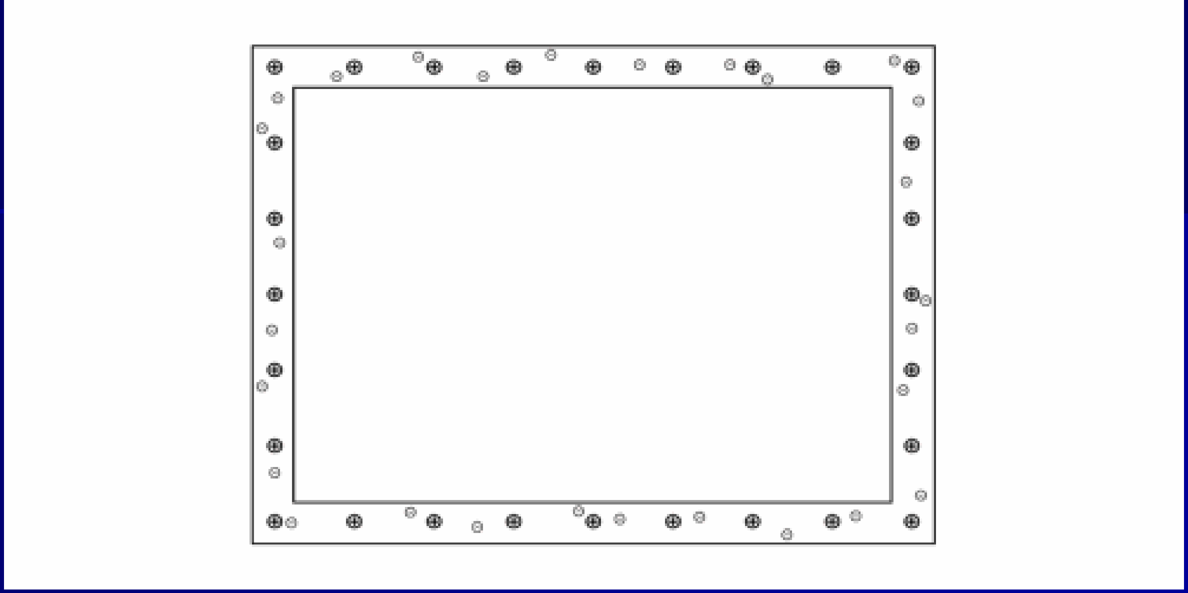
Έτσι είμαστε σε συμφωνία με το νόμο του Gauss

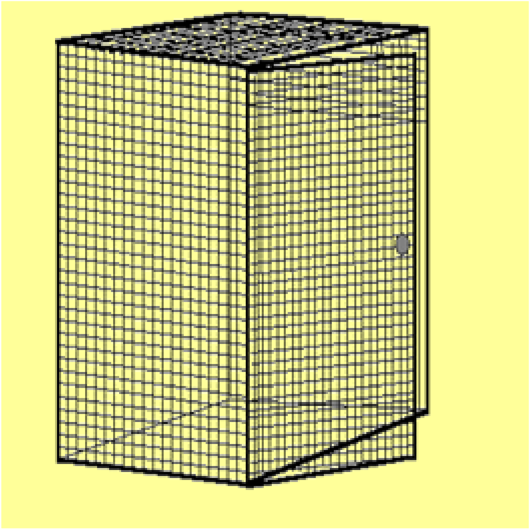


ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΘΩΡΑΚΙΣΗ-ΚΛΩΒΟΣ ΤΟΥ FARADAY

Οι κλωβοί του Faraday βρίσκουν εφαρμογή στην θωράκιση καλωδίων, ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών συσκευών, κ.λ.π.

Χαρακτηριστική εκδήλωση του φαινομένου στη φύση είναι ότι όταν χτυπάει κεραυνός τα αεροπλάνα (και αυτό συμβαίνει συχνά) οι επιβάτες δεν παθαίνουν ηλεκτροπληξία, κανείς δεν παθαίνει τίποτε.

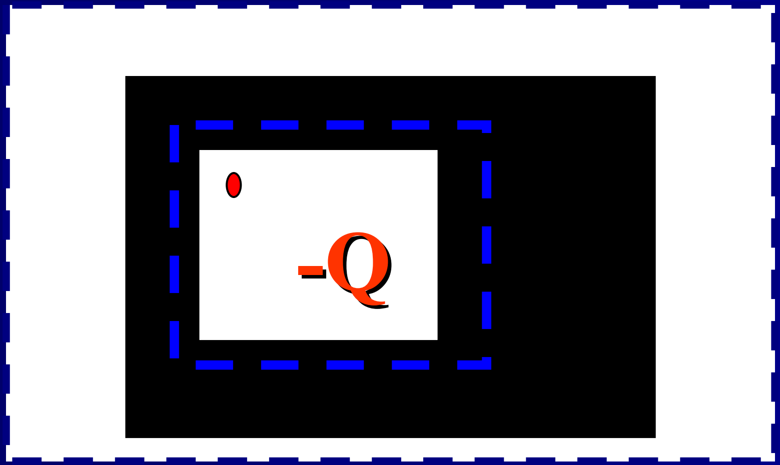




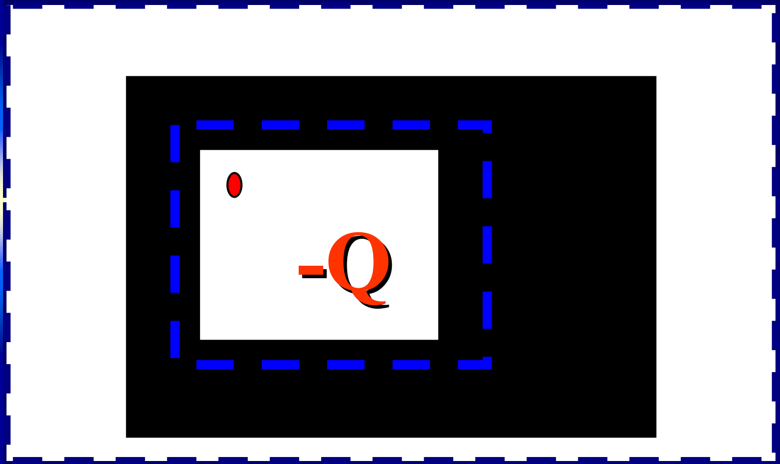
http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Faraday_cage.gif#filehistory

ΑΣΚΗΣΗ

Έχουμε έναν πολύ λεπτό αγωγό σχήματος παραλληλογράμμου και σε κοιλότητα στο εσωτερικό του βρίσκεται φορτίο –Q. Αν το συνολικό φορτίο του αγωγού είναι επίσης –Q. Ποιό είναι το φορτίο στην εξωτερική επιφάνεια του αγωγού;



$Q_{εσωτερικό}$ = φορτίο εσωτερικής επιφάνειας
$Q_{εξωτερικό}$ = φορτίο εξωτερικής επιφάνειας



$$Q_{ολικό} = -Q = Q_{εσωτερικό} + Q_{εξωτερικό}$$

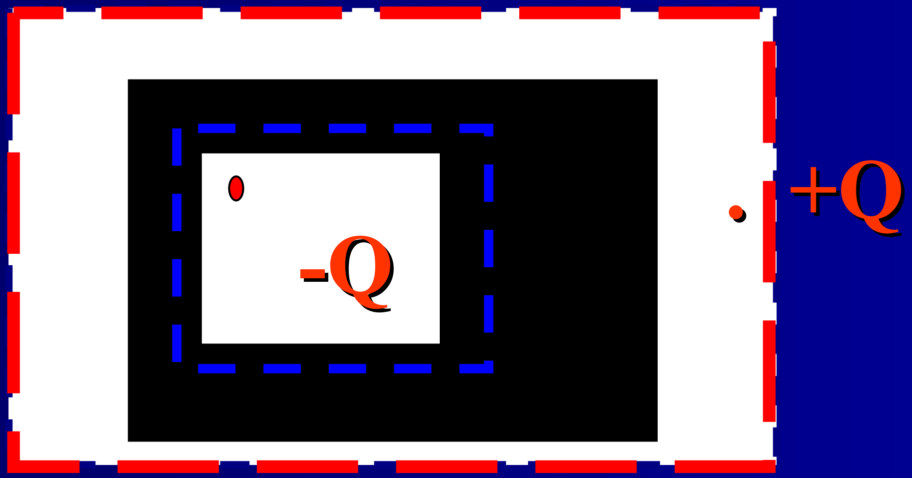
Από το νόμο του Gauss στο μικρό παραλληλόγραμμο (μπλε διακεκομμένη γραμμή): Η ροή του ηλεκτρικού πεδίου μέσα από αυτή πρέπει να είναι μηδέν εφόσον το πεδίο είναι μηδέν εκεί που βρίσκεται το παραλληλόγραμμο (μέσα σε αγωγό)

$$Q_{εσωτερικό} = +Q$$

$$Q_{εξωτερικό} = -2Q$$

ΑΣΚΗΣΗ

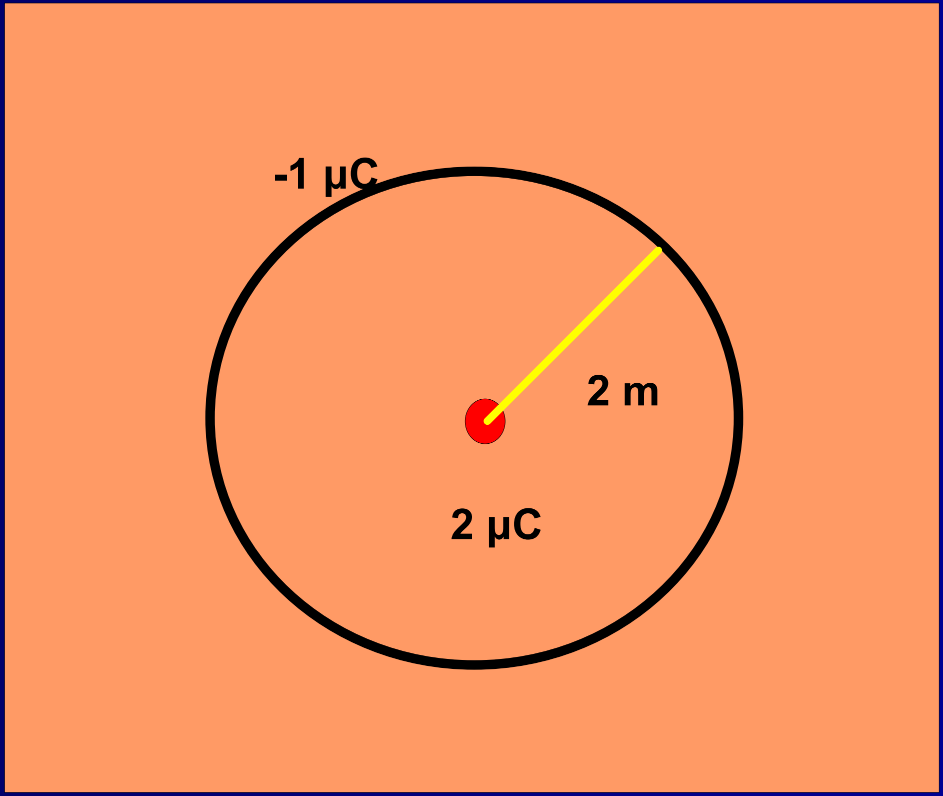
Σε συνέχεια της προηγούμενης άσκησης φέρνουμε ένα φορτίο +Q κοντά στον αγωγό. Να υπολογιστεί η ηλεκτρική ροή δια μέσου της επιφάνειας που σημειώνεται με κόκκινο χρώμα.

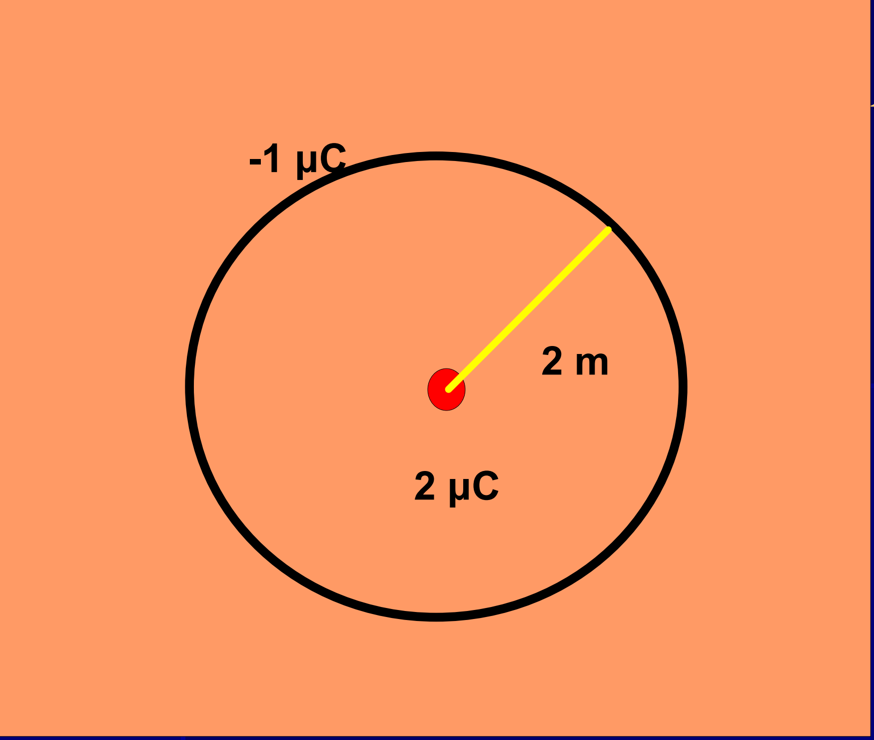


$$\Phi_E = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} = \frac{-Q - Q + Q}{\varepsilon_0} = \frac{-Q}{\varepsilon_0}$$

ΑΣΚΗΣΗ

Έστω αγωγός σε σχήμα λεπτού σφαιρικού κελύφους με ακτίνα 2 m. Στο κέντρο του υπάρχει φορτίο 2μC το οποίο προφανώς δεν είναι σε επαφή με τον αγωγό. Το κέλυφος έχει συνολικό φορτίο -1μC. Πόσο είναι το ηλεκτρικό πεδίο σε απόσταση 5 m από το κέντρο του κελύφους και πόσο σε απόσταση 1 m. Αν γειώσουμε το κέλυφος, πόσο θα είναι το συνολικό φορτίο του κελύφους.





A)
$$E4\pi r^2 = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$
$$E = \frac{Q_{encl}}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \Rightarrow$$
$$E = (9{,}0\times 10^9)\frac{2-1}{5^2}\left[Nm^2/C^2 \frac{10^{-6}C}{m^2}\right] \Rightarrow$$
$$E = 0{,}36X10^3\,N/C$$

B)
$$E4\pi r^2 = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$
$$E = \frac{Q_{encl}}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \Rightarrow$$
$$E = (9{,}0\times 10^9)\frac{2}{1^2}\left[Nm^2/C^2 \frac{10^{-6}C}{m^2}\right] \Rightarrow$$
$$E = 18X10^3\,N/C$$

ΠΡΙΝ ΤΗ ΓΕΙΩΣΗ

Γ)

Στην εσωτερική επιφάνεια του κελύφους επάγεται φορτίο -2 μC.
Εφόσον το συνολικό φορτίο του κελύφους είναι -1 μC τότε η εξωτερική επιφάνειά του έχει φορτίο +1 μC (αρχή διατήρησης φορτίου)

ΜΕΤΑ ΤΗ ΓΕΙΩΣΗ

Το φορτίο 1 μC μεταφέρεται στη Γη.
Τώρα το συνολικό φορτίο της σφαίρας είναι -2 μC εφόσον υπάρχει μόνο αυτό της εσωτερικής επιφάνειας του κελύφους.

ΑΣΚΗΣΗ 23-7

Πόσα επιπλέον ηλεκτρόνια πρέπει να προστεθούν σε ένα μονωμένο σφαιρικό αγωγό διαμέτρου 0,180 m για την παραγωγή πεδίου 1300 N/C ακριβώς έξω από την επιφάνεια ;

ΑΣΚΗΣΗ 23-2

Θεωρείστε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο στην κατεύθυνση + x με μέτρο $E=6 \times 10^3$ N/C.

A) Ποια είναι η ηλεκτρική ροή που διαπερνά την έδρα ενός κύβου, η οποία έχει πλευρά 0,8 m και το επίπεδο της έδρας σχηματίζει γωνία 37^0 με τη διεύθυνση του πεδίου;

B) Ποια είναι η ηλεκτρική ροή που διαπερνά όλες τις έδρες του κύβου;

ΑΣΚΗΣΗ 23-10

Μια αγώγιμη συμπαγής σφαίρα με φορτίο q έχει ακτίνα α. Αυτή βρίσκεται στο εσωτερικό μιας άλλης κοίλης ομόκεντρης σφαίρας και αγώγιμης με εσωτερική ακτίνα b και εξωτερική c. Η κοίλη σφαίρα δεν φέρει φορτίο

Α) Βρείτε εκφράσεις του μέτρου του πεδίου συναρτήσει της απόστασης r από το κέντρο για τις περιοχές

$r<a$

$a<r<b$

$b<r<c$

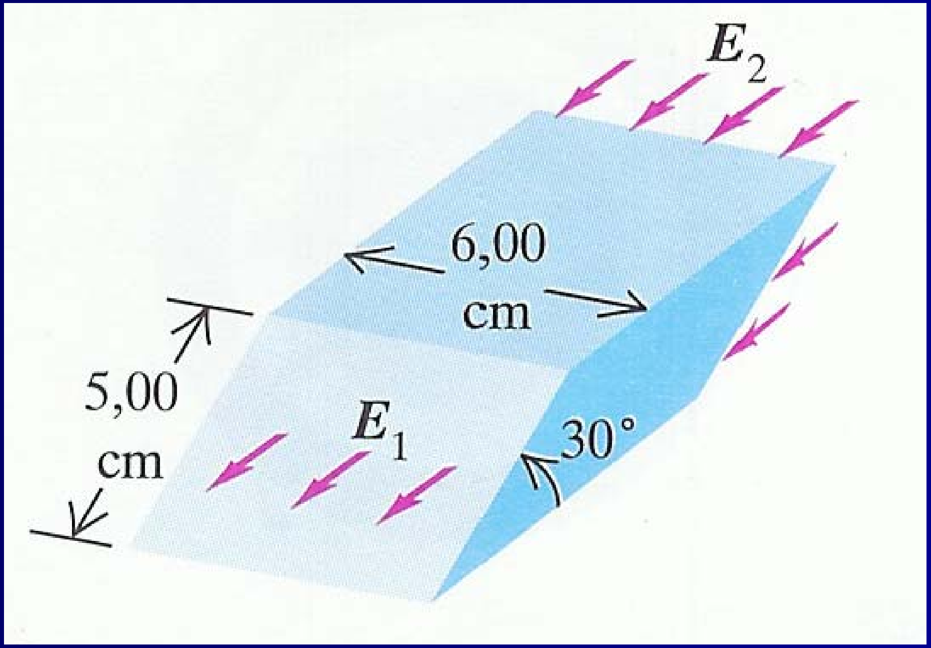
$r>c$

Β) Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση το μέτρου του πεδίου ως συνάρτηση του r από r=o έως r=2c

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 23-13

Ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο E_1 κατευθύνεται προς τα έξω από μια έδρα ενός παραλληλεπιπέδου και ένα άλλο ομογενές πεδίο E_2 κατευθύνεται προς τα μέσα από την απέναντι έδρα. Τα μέτρα είναι $E_1=3,5 \times 10^4$ N/C και $E_2=5 \times 10^4$ N/C. Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχουν άλλες ηλεκτρικές γραμμές που διαπερνούν τις επιφάνειες. Ποιό είναι το ολικό φορτίο που περικλέιεται από το παραλληλεπίπεδο;

(ΥΠΕΝΘΥΝΙΣΗ: Το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από φορτία μέσα και έξω από το παραλληλεπίπεδο)



ΣΥΝΟΨΗ

- Η ηλεκτρική ροή είναι ίση προς το ολοκλήρωμα του γινομένου ενός στοιχείου επιφανείας επί την κάθετη σε αυτό συνιστώσα του Ε

$$\Phi_E = \int E\cos\varphi dA = \int E_\perp dA = \int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A}$$

- Ο νόμος του Gauss είναι ισοδύναμος με το νόμο του Coulomb.
- Ο νόμος του Gauss δηλώνει ότι η ηλεκτρική ροή διαμέσου κλειστής επιφάνειας είναι ανάλογη με το φορτίο που περικλείεται.
- Το φορτίο εγκαθίσταται στην επιφάνεια αγωγού και το πεδίο είναι παντού μηδέν μέσα στον αγωγό.