Ενημέρωση

Η διδασκαλία του μαθήματος, πολλά από τα σχήματα και όλες οι ασκήσεις προέρχονται από το βιβλίο:

«Πανεπιστημιακή Φυσική» του Hugh Young των Εκδόσεων Παπαζήση, οι οποίες μας επέτρεψαν τη χρήση των σχετικών σχημάτων και ασκήσεων

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Έστω δύναμη που ενεργεί πάνω σε σωμάτιο που κινείται από το σημείο a στο σημείο b, τότε η δύναμη παράγει έργο το οποίο είναι

$$W_{a \to b} = \int_a^b \overline{\mathbf{F}} \cdot d\,\overline{l} = \int_a^b F\cos\varphi\, dl$$

Όπου **dl** είναι το στοιχείο μήκους της τροχιάς και φ είναι η γωνία μεταξύ **F** και **dl** σε κάθε σημείο

Εάν το πεδίο δυνάμεων είναι διατηρητικό τότε το έργο μπορεί να δοθεί ως συνάρτηση μιας **δυναμικής ενέργειας U.**

Ας υποθέσουμε το σωματίδιο μας που μεταφέρεται από τη θέση a στη θέση b με αντίστοιχη δυναμική ενέργεια U_a και U_b, τότε το έργο που παράγεται από τη δύναμη είναι

$$W_{a \to b} = U_a - U_b$$

Επομένως το έργο μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό ανάλογα με το πιο σημείο έχει μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια .

ΜΗΧΑΝΙΚΟ ΑΝΑΛΟΓΟ

Όταν αφήσουμε μια μπάλα να πέσει ελεύθερα μέσα στο γήινο πεδίο βαρύτητας αυτή θα κινηθεί από σημείο με μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια σε σημείο με χαμηλότερη, τότε

Η ΔΥΝΑΜΗ ΠΑΡΑΓΕΙ ΘΕΤΙΚΟ ΕΡΓΟ

Όταν όμως πετάμε τη μπάλα προς τα πάνω τότε

Η ΒΑΡΥΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΠΑΡΑΓΕΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΕΡΓΟ

ΘΕΩΡΗΜΑ ΕΡΓΟΥ- ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας (K_b-K_a)είναι ίση με το συνολικό έργο που παράγεται στο σωμάτιο

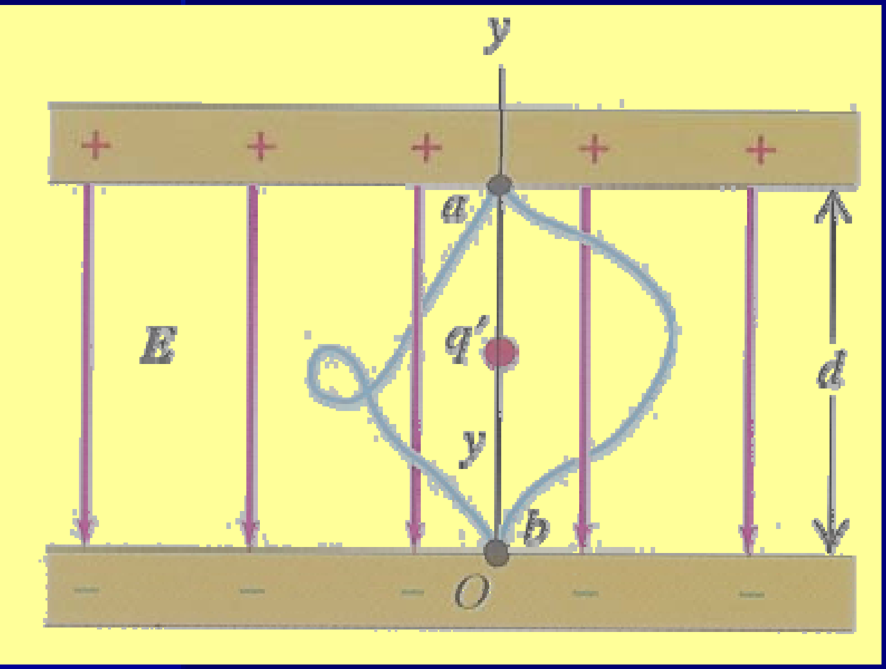
Επομένως το συνολικό έργο είναι $K_b - K_a = U_a - U_b$ Απ' όπου

$$K_b + U_b = K_a + U_a$$

ΔΗΛΑΔΗ Η ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΠΑΡΑΜΕΝΕΙ ΑΝΑΛΟΙΩΤΗ ΑΛΛΑ ΟΙ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΤΗΣ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΝΤΑΙ ΕΤΣΙ ΩΣΤΕ ΤΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΟΥΣ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΣΤΑΘΕΡΟ

ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΗ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΟΜΟΓΕΝΟΥΣ ΠΕΔΙΟΥ

Ας υποθέσουμε ένα δοκιμαστικό φορτίο που κινείται από το σημείο a στο b σημείο του σχήματος

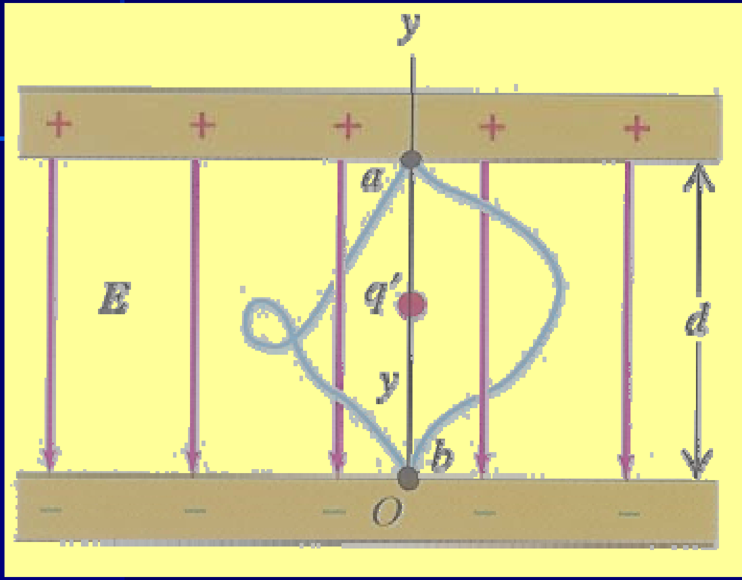


Το πεδίο εξασκεί μια σταθερή δύναμη μέτρου F=q’E, η οποία διευθύνεται προς τα κάτω.

Παράγεται έργο από το πεδίο (ή τη δύναμη), το οποίο είναι

$$W_{a\to b} = Fd = q'Ed$$

Η συνιστώσα κατά τον y της δύναμης είναι $F_y = -q'E$ ενώ δεν υπάρχουν συνιστώσες κατά x και z.
Το έργο είναι ανεξάρτητο από τη διαδρομή .



Η δυναμική ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου είναι $U = q'Ey$ ακριβώς όπως η δυναμική ενέργεια για τη δύναμη βαρύτητας $F_y = -mg$ είναι $U = mgy$

Όταν το δοκιμαστικό μας φορτίο κινείται από το a στο b, το πεδίο παράγει έργο πάνω στο φορτίο, το οποίο είναι

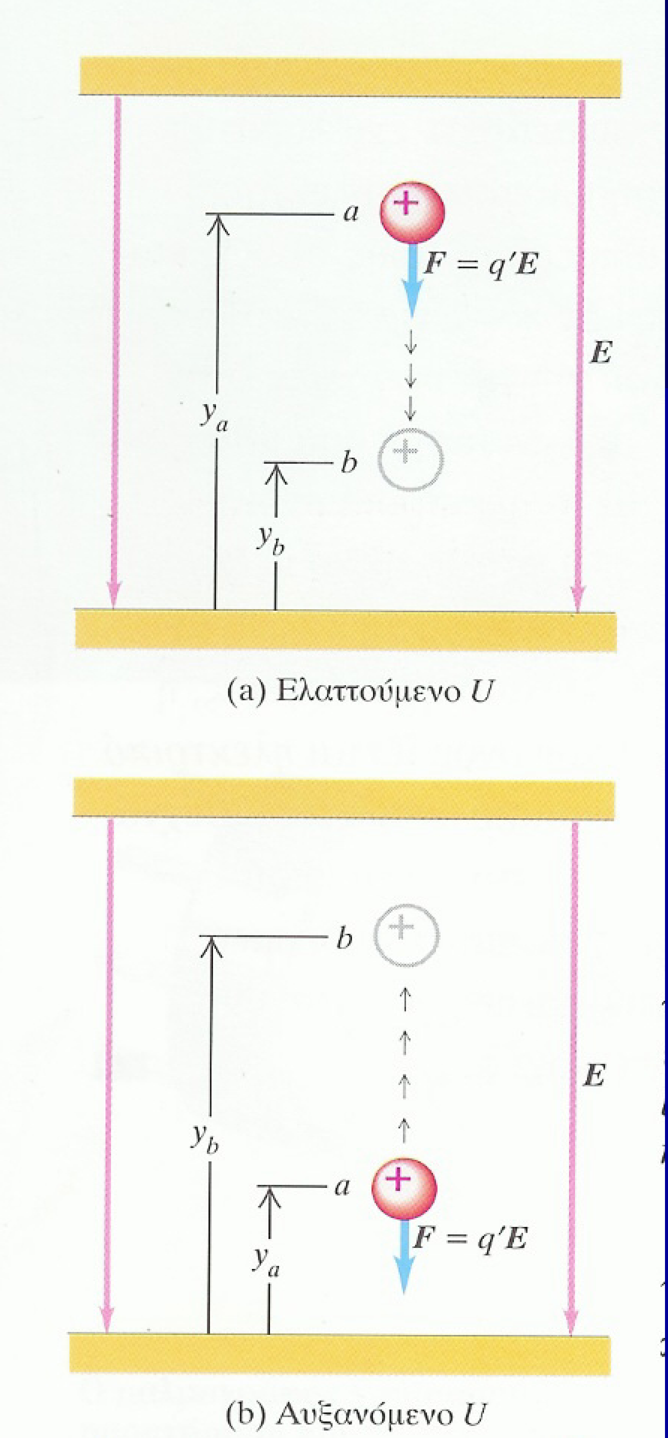
$$W_{a \to b} = U_a - U_b = q'Ey_a - q'Ey_b = q'E(y_a - y_b)$$

ΘΕΤΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ

$$W_{a\to b} = U_a - U_b = q'E(y_a - y_b)$$

Όταν το y_a είναι μεγαλύτερο του y_b τότε το δοκιμαστικό ας φορτίο κινείται στην ίδια κατεύθυνση με αυτή του πεδίου και το έργο είναι θετικό.

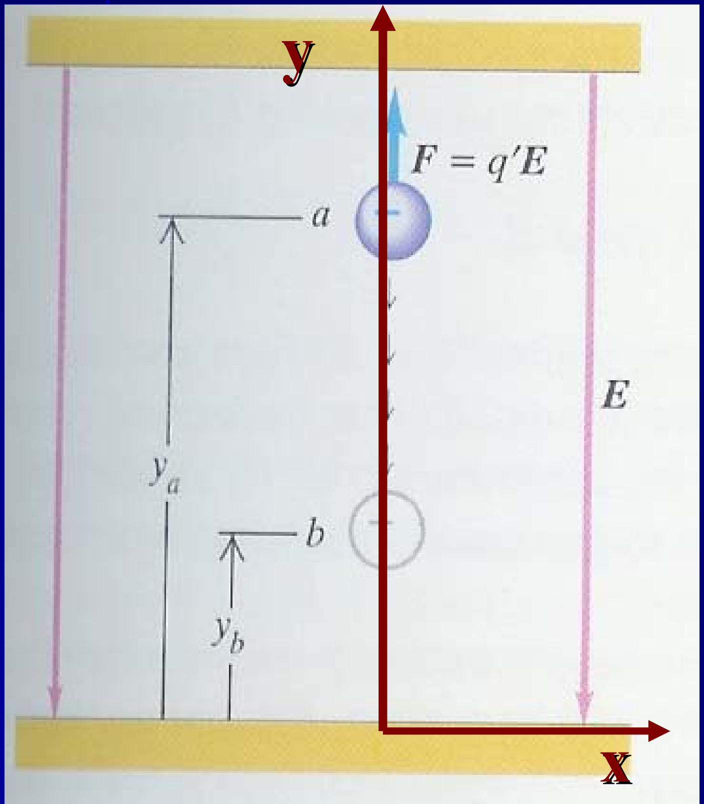
Όταν όμως $y_a<y_b$ τότε το πεδίο παράγει αρνητικό έργο



ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ

Όταν το δοκιμαστικό μας φορτίο είναι αρνητικό τότε η δυναμική ενέργεια αυξάνει όταν το σωμάτιο κινείται προς τη φορά του πεδίου και το έργο που παράγει το πεδίο είναι αρνητικό

ΔΗΛΑΔΗ ΠΑΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΑ ΜΕ ΤΗ «ΘΕΛΗΣΗ» ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ, ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΑΤΑΒΑΛΟΥΜΕ ΕΜΕΙΣ ΕΡΓΟ ΓΙΑ ΝΑ ΓΙΝΕΙ ΑΥΤΟ ΚΑΙ ΟΧΙ ΤΟ ΠΕΔΙΟ



(a) Αυξανόμενο U

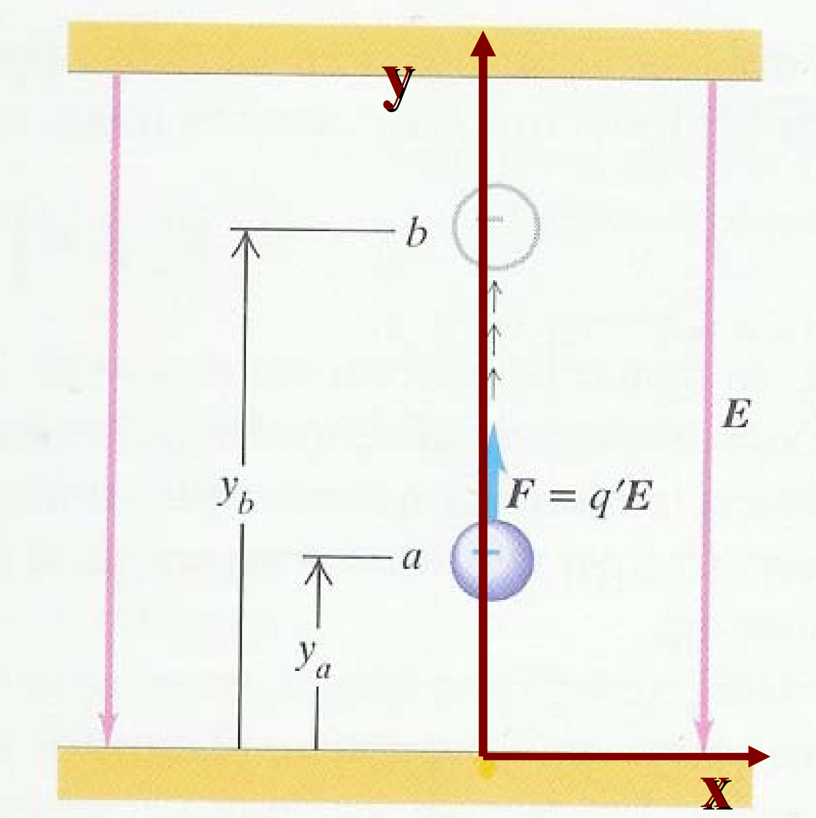
$$U_a = (-q')Ey_a$$
$$U_b = (-q')Ey_b$$
$$y_a > y_b$$
$$\Rightarrow U_b > U_a$$

$$\begin{aligned} W_{a\to b} &= U_a - U_b = (-q')Ey_a - (-q')Ey_b \\ &= (-q')E(y_a - y_b) \\ &= (-q')E\Delta y \\ &= -q'E\Delta y \end{aligned}$$

Η δυναμική ενέργεια ελαττώνεται όταν το φορτίο κινείται αντίθετα με το πεδίο.

ΤΩΡΑ ΟΜΩΣ ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΟ ΤΡΑΒΑΕΙ ΤΟ ΦΟΡΤΙΟ άρα αυτό καταβάλει έργο. Το σωματίδιο υπακούει στο πεδίο.

Το έργο που παράγει το πεδίο στο σωματίδιο είναι θετικό.



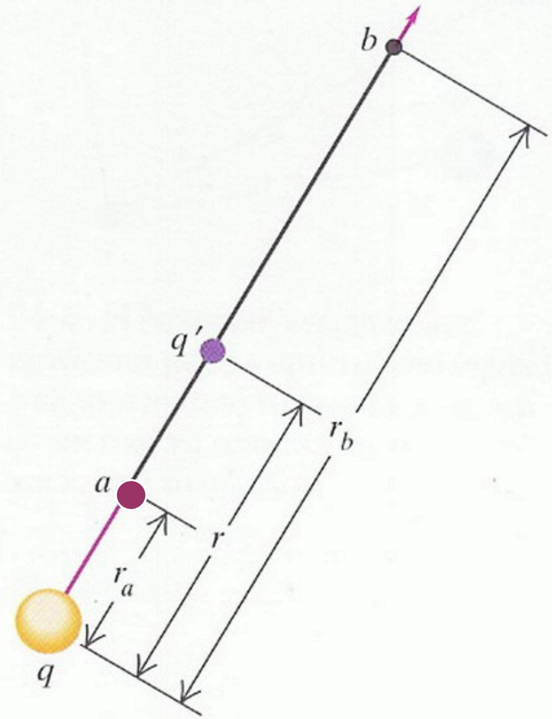
(b) Ελαττούμενο *U*

$$U_a = (-q')Ey_a$$
$$U_b = (-q')Ey_b$$
$$\Rightarrow U_a > U_b$$

$$\begin{aligned} W_{a\to b} &= U_a - U_b = (-q')Ey_a - (-q')Ey_b \\ &= (-q')E(y_a - y_b) \\ &= (-q')E(-\Delta y) \\ &= q'E\Delta y \end{aligned}$$

ΕΡΓΟ ΠΟΥ ΠΑΡΑΓΕΤΑΙ ΟΤΑΝ ΔΟΚΙΜΑΣΤΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ q’ ΚΙΝΕΙΤΑΙ ΜΕΣΑ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΕΙ ΣΤΑΤΙΚΟ ΜΕΜΟΝΩΜΕΝΟ ΣΗΜΕΙΑΚΟ ΦΟΡΤΙΟ

ΠΡΩΤΑ ΘΑ ΔΟΥΜΕ ΤΙ ΓΙΝΕΤΑΙ ΓΙΑ ΑΚΤΙΝΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ



24–4 Το φορτίο q' κινείται κατά μήκος ευθείας γραμμής, η οποία εκτείνεται ακτινικά από το φορτίο q. Καθώς κινείται από το a στο b, η απόσταση μεταβάλλεται από r_a σε r_b.

Νόμος του Coulomb

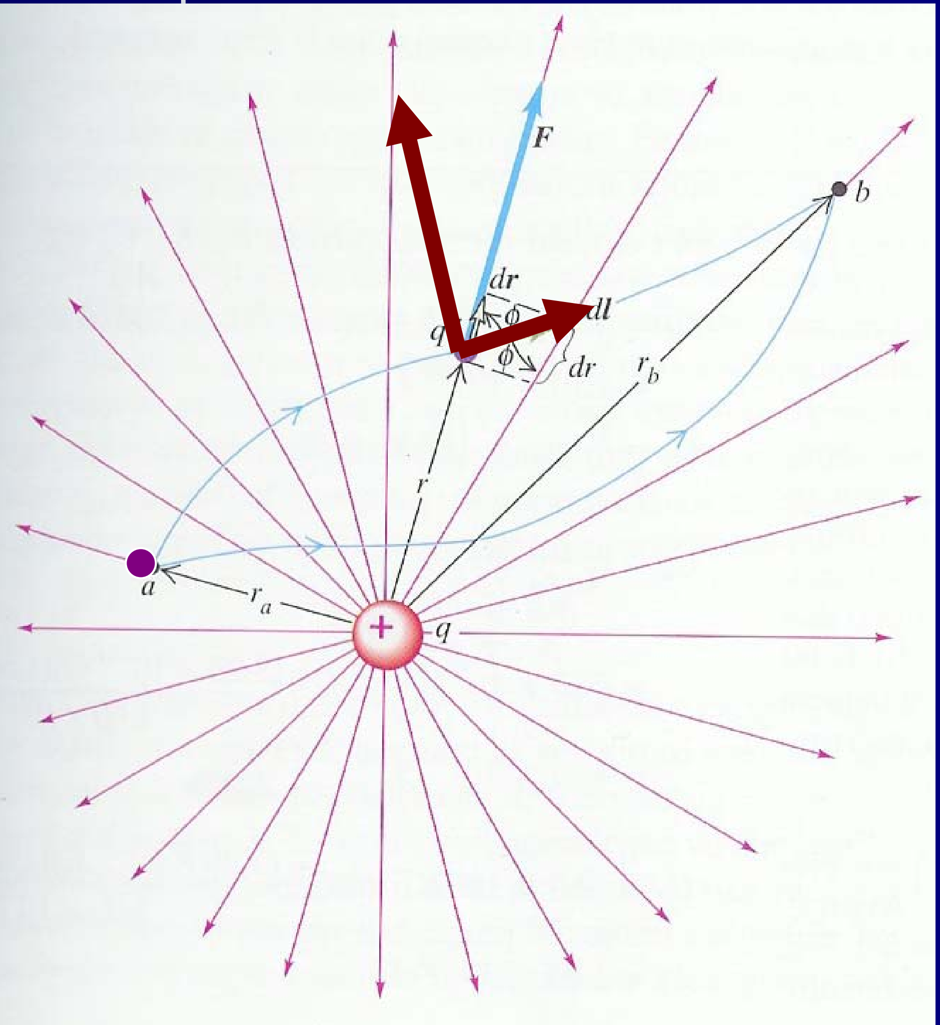
$$F_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2}$$

$$W_{a\rightarrow b} = \int_{r_a}^{r_b} F_r dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2} dr =$$

$$= \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

ΟΜΩΣ ΤΟ ΕΡΓΟ ΠΑΡΑΜΕΝΕΙ ΤΟ ΙΔΙΟ ΓΙΑ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΔΥΝΑΤΕΣ ΤΡΟΧΙΕΣ;

Αν δούμε μια πιο γενική μετατόπιση από το a στο b, τα οποία τώρα δεν είναι πάνω στην ίδια ακτινική διεύθυνση

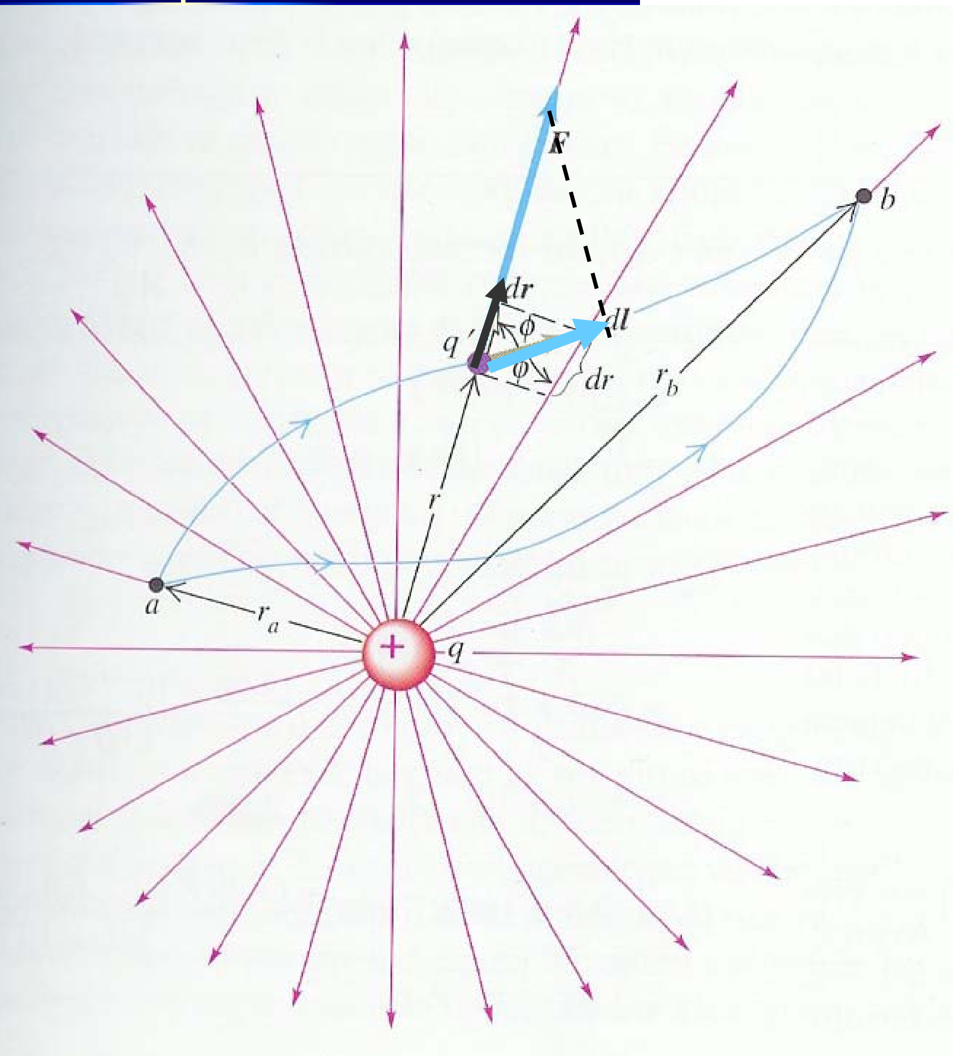


Η δύναμη αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μία κάθετη στην τροχιά και μία εφαπτόμενη

Από αυτές μόνο η εφαπτομενική συνιστώσα παράγει έργο εφόσον μπορεί να μεταβάλει το μέτρο της ταχύτητας ενώ η κάθετη μεταβάλει μόνο τη διεύθυνση της ταχύτητας.

Τα παραπάνω εκφράζονται μαθηματικά με τη θεώρηση του έργου ως εσωτερικό γινόμενου της δύναμης επί την μετατόπιση (Δηλαδή με το γινόμενο της προβολής της δύναμης στη μετατόπιση ΕΠΙ τη μετατόπιση)

$$W_{a \to b} = \int_{r_a}^{r_b} \mathbf{F} \cdot dl = \int_{r_a}^{r_b} F\cos\varphi \, dl = \int_{r_a}^{r_b} F dr$$



Το έργο που παράγεται για κάθε μικρή μετατόπιση dl εξαρτάται μόνο από τη μεταβολή της ακτινικής απόστασης των δύο φορτίων dr

ΓΙΑ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΣΥΝΕΠΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΡΕΠΕΙ Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΝΑ ΕΙΝΑΙ

$$\boxed{U = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

ΔΗΛΑΔΗ:

$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} F_r dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2} dr = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) = U_a - U_b$$

Η δυναμική ενέργεια ορίζεται πάντα ως προς ένα σημείο αναφοράς, δηλαδή ένα σημείο για το οποίο U=0

$$U = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Στην τελευταία εξίσωση έχουμε U=0 όταν $r \to \infty$

Άρα η U παριστά το έργο που προσφέρεται από το πεδίο του φορτίου q στο φορτίο q' για να μεταφερθεί αυτό από μια συγκεκριμένη θέση στο άπειρο

Εάν τα q και q' έχουν ίδιο πρόσημο τότε η αλληλεπίδραση είναι απωστική και το έργο για να πάει το q' στο άπειρο είναι θετικό και από τον ορισμό ΘΕΤΙΚΗ ΕΙΝΑΙ ΚΑΙ Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΕ ΚΑΘΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ

$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} F_r dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2} dr = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{\infty}\right) \Rightarrow U_a > 0, W_{a\to b} > 0$$

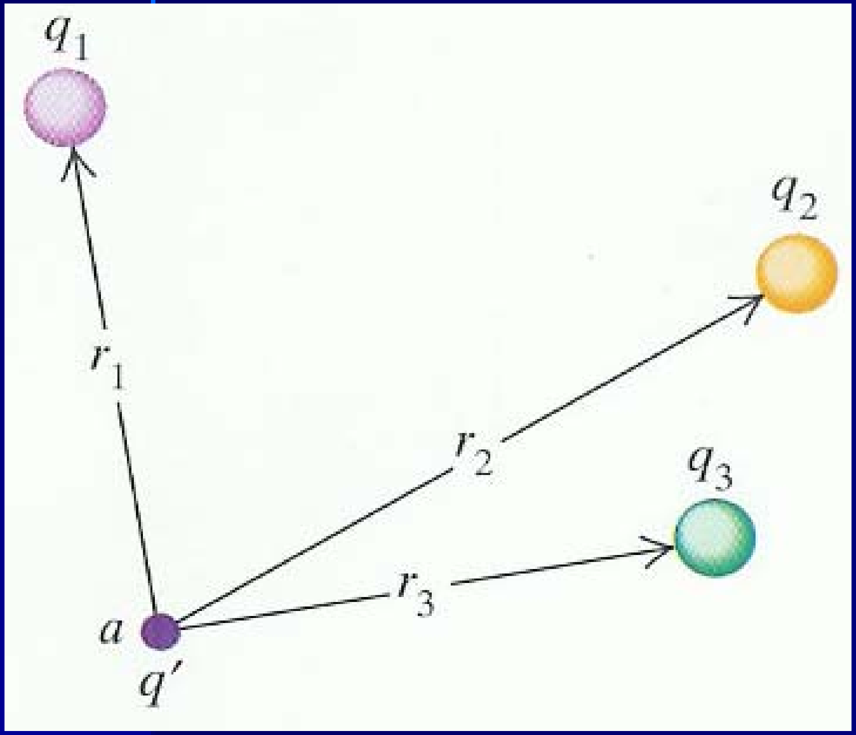
Εάν τα q και q’ έχουν αντίθετο πρόσημο τότε το έργο για να πάει το q’ στο άπειρο είναι αρνητικό και από τον ορισμό ΑΡΝΗΤΙΚΗ ΕΙΝΑΙ ΚΑΙ Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} F_r dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q(-q')}{r^2}dr = -\frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{\infty}\right) \Rightarrow U_a < 0, W_{a\to b} < 0$$

ΜΕ ΑΛΛΑ ΛΟΓΙΑ:
ΕΜΕΙΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΦΑΡΜΟΣΟΥΜΕ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΓΙΑ ΝΑ ΑΠΟΚΟΛΛΗΣΟΥΜΕ ΤΟ ΕΝΑ ΦΟΡΤΙΟ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΛΞΗ ΤΟΥ ΑΛΛΟΥ ΚΑΙ ΝΑ ΤΟ ΠΑΜΕ ΣΤΟ ΑΠΕΙΡΟ

ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ

Έστω ότι το πεδίο μας **E** δημιουργείται από πολλά σημειακά φορτία q_1, q_2, q_3, …… τα οποία βρίσκονται σε αποστάσεις r_1, r_2, r_3, ….. από το δοκιμαστικό φορτίο q’



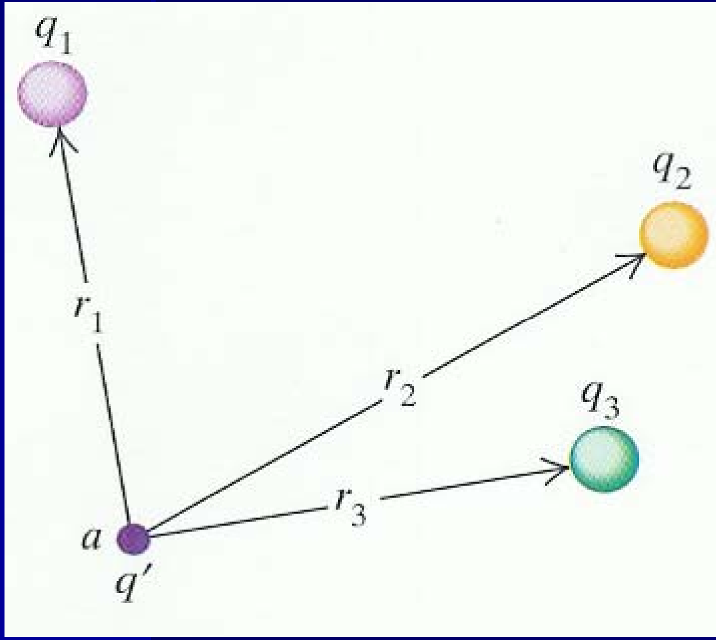
ΔΗΛΑΔΗ το **E** είναι το άθροισμα των πεδίων των επιμέρους φορτίων

Το έργο που παράγεται στο q’ για κάποια μετατόπισή του είναι το άθροισμα των έργων που παράγουν τα επιμέρους πεδία E_1, E_2, E_3 .....

ΕΠΟΜΕΝΩΣ ΚΑΙ Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΕ ΣΗΜΕΙΟ ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΤΗΣ ΟΜΑΔΑΣ ΤΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ ΕΙΝΑΙ:

ΤΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΩΝ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΩΝ

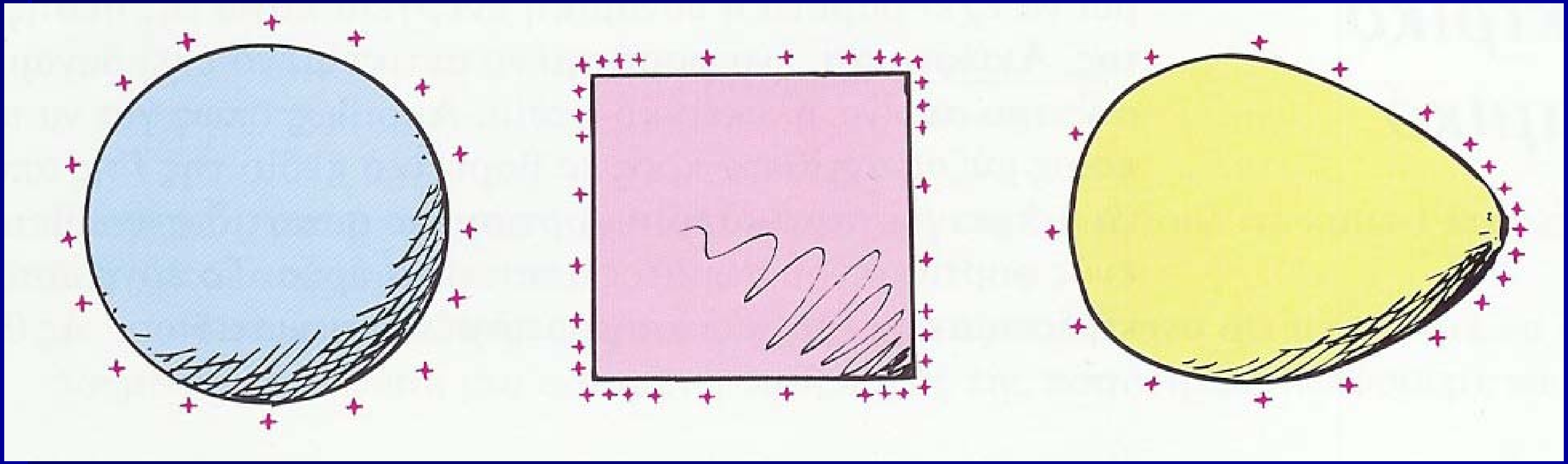
$$U = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \cdots\right) = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$



ΔΗΛΑΔΗ Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ ΑΠΟ ΤΙΣ ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΦΟΡΤΙΩΝ ΤΗΣ ΣΥΛΛΟΓΗΣ ΑΠΟ ΤΟ ΣΗΜΕΙΟ α

ΤΟ ΤΕΛΕΥΤΑΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΕΙΝΑΙ ΠΟΛΥ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ ΓΙΑΤΙ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΘΕΩΡΗΣΟΥΜΕ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΦΟΡΤΙΩΝ ΩΣ ΣΥΛΛΟΓΗ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

Π.Χ. ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΘΕΩΡΗΣΟΥΜΕ ΤΟ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ ΣΦΑΙΡΑΣ ΩΣ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΩΝ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΗΣ



ΕΩΣ ΤΩΡΑ ΘΕΩΡΗΣΑΜΕ ΤΟ ΠΕΔΙΟ Ε ΣΥΛΛΟΓΗΣ ΦΟΡΤΙΩΝ ΚΑΙ ΤΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΠΟΥ ΣΥΝΔΕΕΤΑΙ ΜΕ ΤΑ ΦΟΡΤΙΑ ΑΥΤΑ ΚΑΘ’ ΕΑΥΤΑ

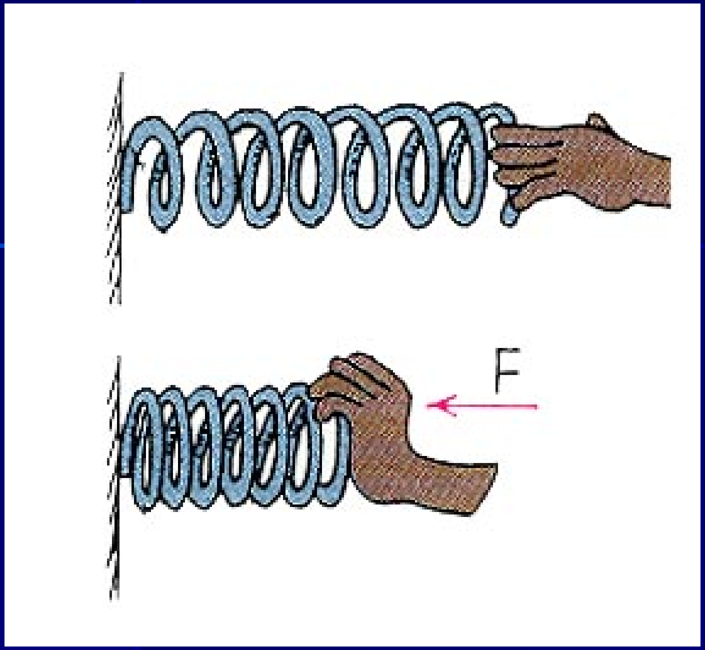
Ας θεωρήσουμε τα φορτία q_1, q_2, q_3, …σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους και ότι στη συνέχεια αυτά πλησιάζουν σε αποστάσεις r_{ij} το ένα από το άλλο

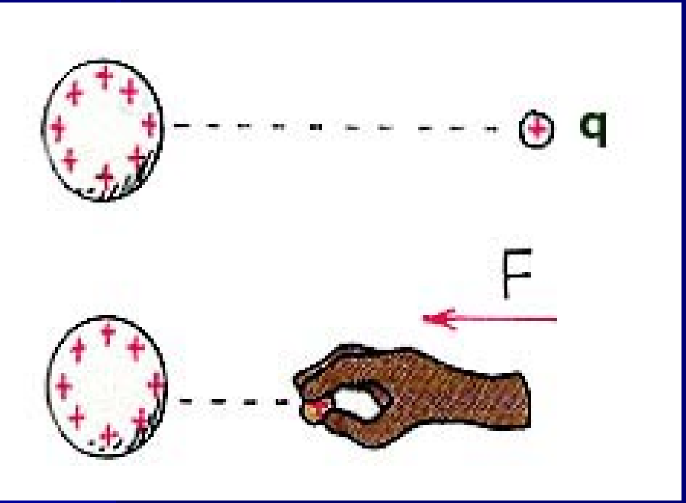
ΤΟΤΕ ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΠΟΚΤΑ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Μετράμε κάθε ζεύγος μια μόνο φορά

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ





Όταν συμπιέζουμε το ελατήριο δαπανούμε έργο (εμείς το βάζουμε εξωτερικά➔ αρνητικό έργο). Αυτό αποθηκεύεται ως δυναμική ενέργεια.

Αν αφήσουμε το ελατήριο ελεύθερο, τότε θα εκτελεστεί έργο (θετικό) γιατί από θέση υψηλής δυναμικής ενέργειας θα μεταπέσει σε θέση χαμηλής

Το ίδιο συμβαίνει όταν ωθούμε το θετικό δοκιμαστικό φορτίο προς μια θετικά φορτισμένη σφαίρα.

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ

Είναι η δυναμική ενέργεια που συνδέεται με δοκιμαστικό φορτίο q’ δια του φορτίου. ΑΝΑΦΕΡΕΤΑΙ ΣΕ ΚΑΠΟΙΟ ΣΗΜΕΙΟ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

$$V = \frac{U}{q'}$$

ΥΠΕΝΘΥΜΙΖΕΤΑΙ:

Ένταση πεδίου είναι η δύναμη ανά μονάδα φορτίου

$$W_{a\to b} = U_a - U_b \Rightarrow$$

$$\frac{W_{a\to b}}{q'} = \frac{U_a}{q'} - \frac{U_b}{q'} = V_a - V_b$$

ΕΡΓΟ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΦΟΡΤΙΟΥ ΕΙΝΑΙ ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ

ΣΥΛΛΟΓΗ ΦΟΡΤΙΩΝ

$$V = \frac{U}{q'} = \frac{\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \cdots\right)}{q'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Όταν έχουμε συνεχή κατανομή φορτίων κατά μήκος γραμμής ή καθ’ έκταση ή μέσα σε ορισμένο όγκο ΤΟΤΕ:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$

Όπου r είναι απόσταση του στοιχείου φορτίου από το σημείο στο οποίο θα υπολογίσουμε το δυναμικό. Το ολοκλήρωμα αναφέρεται στο χώρο που καταλαμβάνει η κατανομή.

ΜΟΝΑΔΕΣ

Ενέργεια ανά φορτίο 1J/C=1V (Volt)

Alessandro Volta (1745-1827)

Τα βολτόμετρα μπορούν σήμερα να μετρήσουν έως 10^{-12} V.

Τα συνηθισμένα μπορούν έως 10^{-6} V=1μV

ΑΝ θέλουμε να δουλέψουμε με την ένταση του πεδίου και όχι με τα δυναμικά, μπορούμε να καταλήξουμε σε σχέση που συνδέει το δυναμικό με αυτή

$$W_{a\to b} = \int_a^b \overline{\mathbf{F}} \cdot d\overline{l} = \int_a^b q' \,\overline{\mathbf{E}} \cdot d\overline{l} \Rightarrow \frac{W_{a\to b}}{q'} = \frac{\int_a^b q' \,\overline{\mathbf{E}} \cdot d\overline{l}}{q'} \Rightarrow \frac{W_{a\to b}}{q'} = \int_a^b \overline{\mathbf{E}} \cdot d\overline{l}$$

$$\frac{W_{a\to b}}{q'} = V_a - V_b$$

$$V_a - V_b = \int_a^b \overline{\mathbf{E}} \cdot d\overline{l}$$

ΑΛΛΟΙΩΣ: Για να μεταφέρουμε το φορτίο από το b στο a χρειαζόμαστε μια εξωτερική δύναμη ανά μονάδα φορτίου **-Ε** . Το έργο που παράγεται από αυτή την εξωτερική δύναμη είναι η διαφορά δυναμικού

$$V_a - V_b = -\int_b^a \overline{\mathbf{E}} \cdot d\overline{l}$$

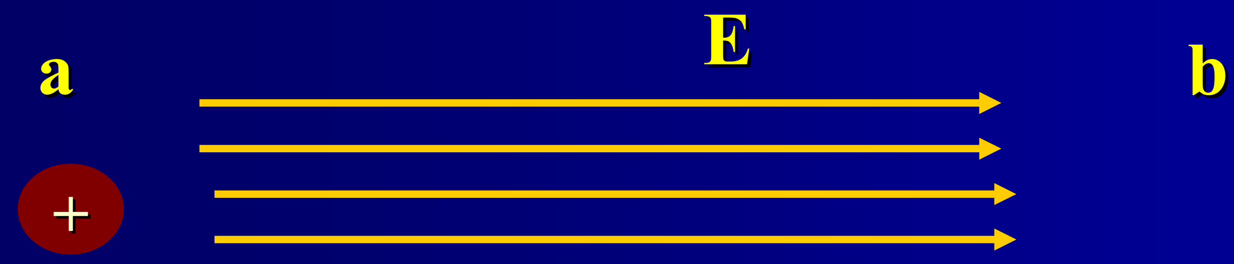
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-2

Ένα πρωτόνιο (φορτίο $1{,}6 \times 10^{-19}$ C) κινείται μέσα σε γραμμικό επιταχυντή από το σημείο a στο σημείο b πάνω σε ευθεία γραμμή, διανύοντας απόσταση d=0,5 m. Το ηλεκτρικό πεδίο είναι ομογενές κατά μήκος αυτής της γραμμής με κατεύθυνση από το a στο b και έχει ένταση μέτρου $E=1{,}5 \times 10^{7}$ N/C. Να βρεθούν:

α) η δύναμη στο πρωτόνιο

β) το έργο που παράγει το πεδίο για αυτή τη μετακίνηση

γ) η διαφορά δυναμικού $V_a - V_b$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-2

α) η δύναμη στο πρωτόνιο

$F=q'E=(1,6 \times 10^{-19})(1,5 \times 10^{7})\ \ C \times N/C=2,4 \times 10^{-12} N$

β) Έργο που παράγει το πεδίο για τη μετακίνηση από το a στο b

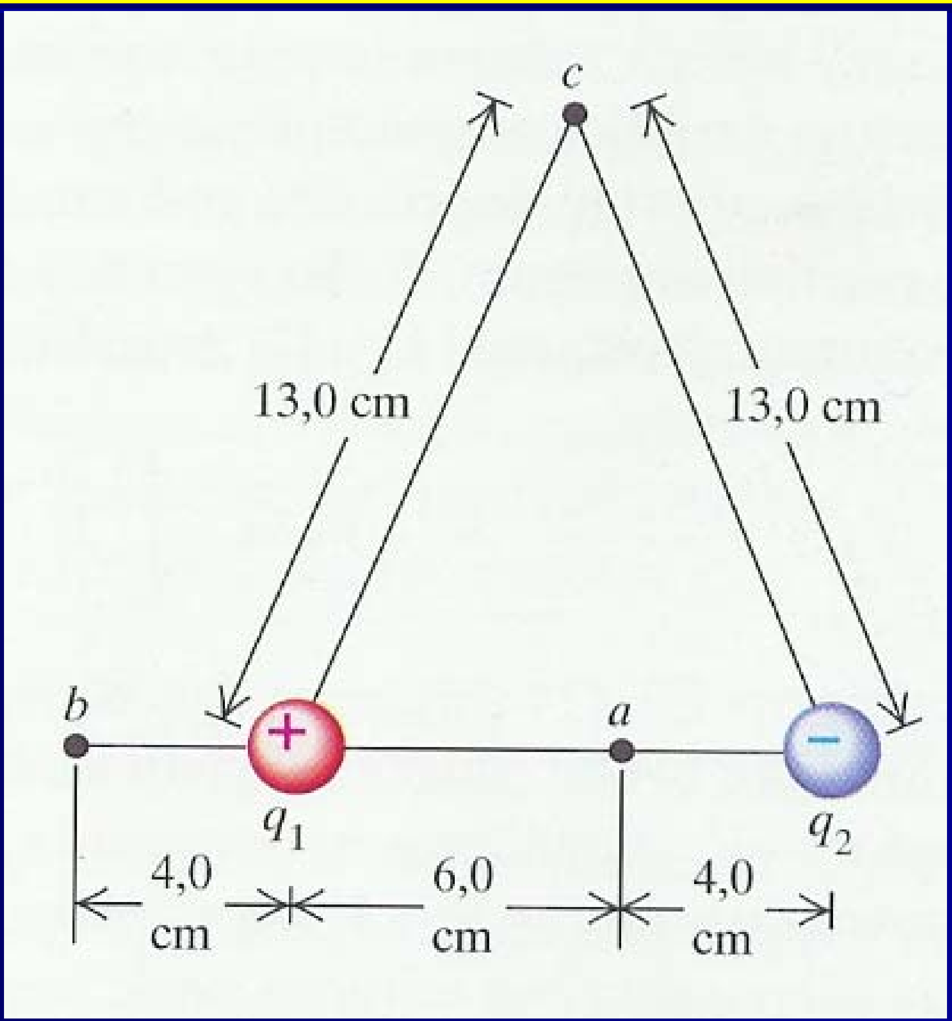
$W=Fd=(2,4 \times 10^{-12})(0,5)\ \ N \times m=1,2 \times 10^{-12}\ J$

γ) Διαφορά δυναμικού V_a-V_b

$V_a-V_b=W/q=(1,2 \times 10^{-12})/(1,6 \times 10^{-19})\ \ J/C = 7,5 \times 10^{6}\ V$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-3

Ένα ηλεκτρικό δίπολο αποτελείται από δύο σημειακά φορτία +12 nC και -12 nC, σε απόσταση 10 cm μεταξύ τους. Να υπολογιστούν τα δυναμικά στα σημεία a,b, και c του σχήματος.

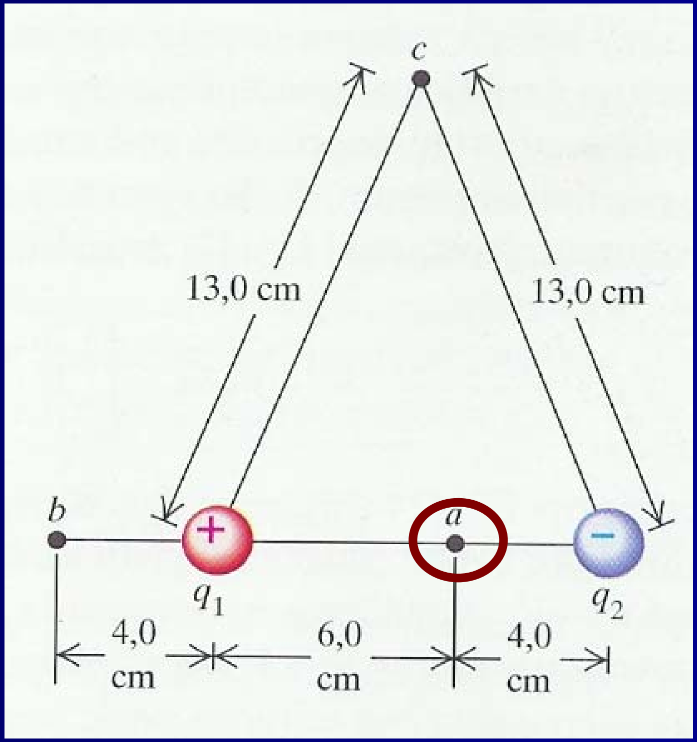


$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \cdots\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

Στο σημείο a

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right) = (9{,}0\times 10^9\, Nm^2/C^2)\left(\frac{12\times 10^{-9}}{0{,}06} - \frac{12\times 10^{-9}}{0{,}04}\right) = -900V$$

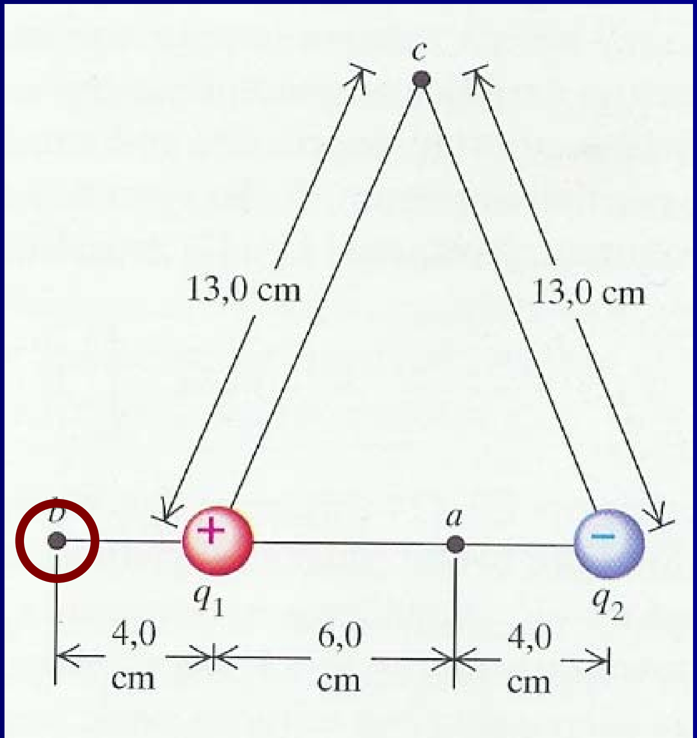


Στο σημείο b

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right) = (9{,}0\times10^9\, Nm^2/C^2)\left(\frac{12\times10^{-9}}{0{,}04} - \frac{12\times10^{-9}}{0{,}14}\right) = 1930V$$

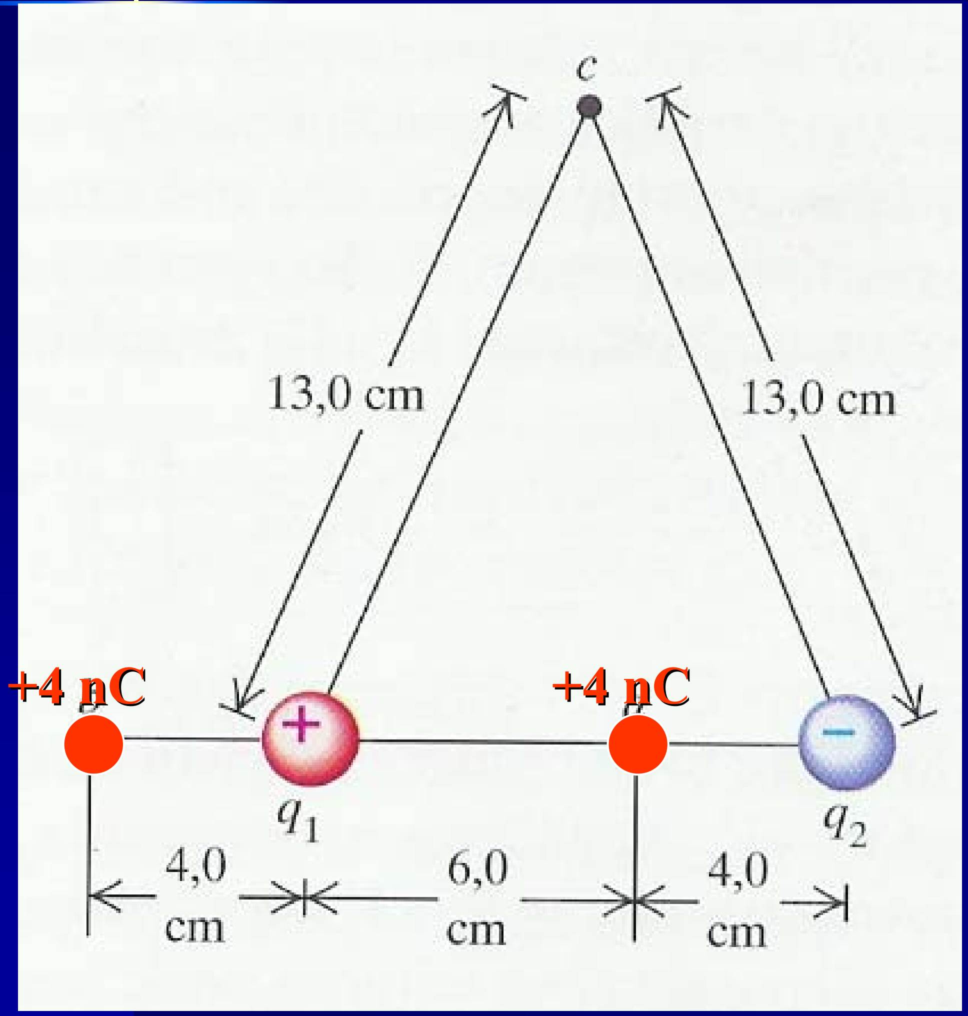
Στο σημείο c

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right) = (9{,}0\times10^9\, Nm^2/C^2)\left(\frac{12\times10^{-9}}{0{,}13} - \frac{12\times10^{-9}}{0{,}13}\right) = 0V$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-4

Φέρουμε φορτίο +4 nC στα σημεία a,b, και c του σχήματος. Να υπολογιστούν οι δυναμικές ενέργειες που συνδέονται με το φορτίο .



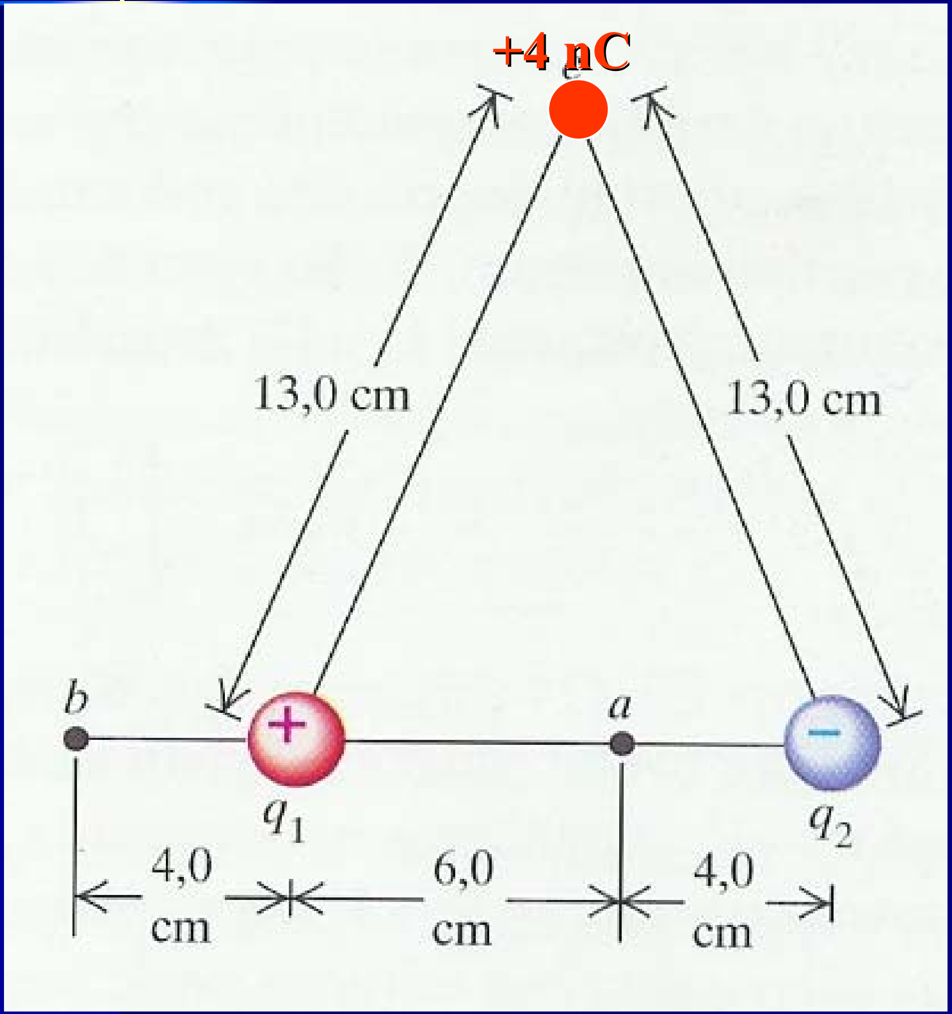
$$U_a = qV_a = (4\times10^{-9})(-900)\mathrm{C}\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} = -3{,}6\times10^{-6}\,\mathrm{J}$$

$$U_b = qV_b = (4\times10^{-9})(1930)\mathrm{C}\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} = 7{,}7\times10^{-6}\,\mathrm{J}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-4

$$U_c = qV_c = 0$$

ΠΡΟΣΟΧΗ
ΟΛΕΣ ΟΙ ΤΙΜΕΣ ΑΝΑΦΕΡΟΝΤΑΙ ΣΕ ΣΤΑΘΜΗ 0 ΣΤΟ ΑΠΕΙΡΟ

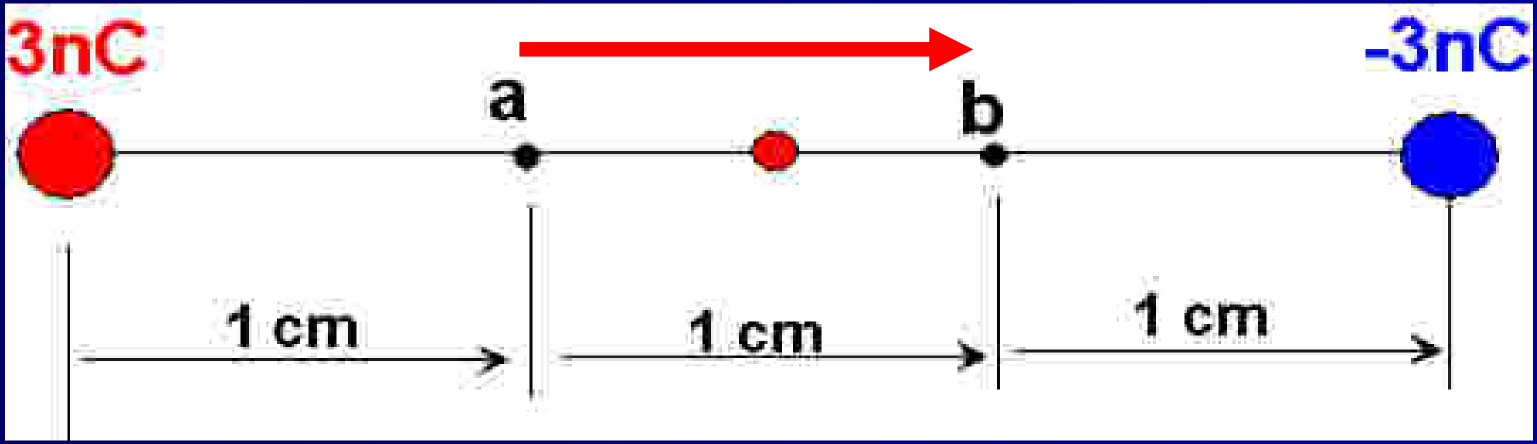


Αν μεταφέρουμε το φορτίο κατά μήκος της μεσοκαθέτου δεν παράγεται έργο γιατί παντού πάνω η δυναμική ενέργεια είναι 0

Αν από σημείο της μεσοκαθέτου μεταφέρουμε το φορτίο στο άπειρο, όποια διαδρομή και αν ακολουθήσουμε, το έργο είναι 0 γιατί η αρχική και η τελική τιμή δυναμικού και δυναμικής ενέργειας είναι 0

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-5

Ένα σωμάτιο μάζας m=5 g και φορτίου q’=2 nC ξεκινά από την ηρεμία στο σημείο α και κινείται κατά μήκος της ευθείας που ενώνει τα δύο σταθερά φορτία. Ποιά είναι η ταχύτητά του όταν φτάσει στο σημείο b



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-5

Αρχή διατήρησης της ενέργειας

$$K_a + U_a = K_b + U_b$$

$$K_a = 0$$

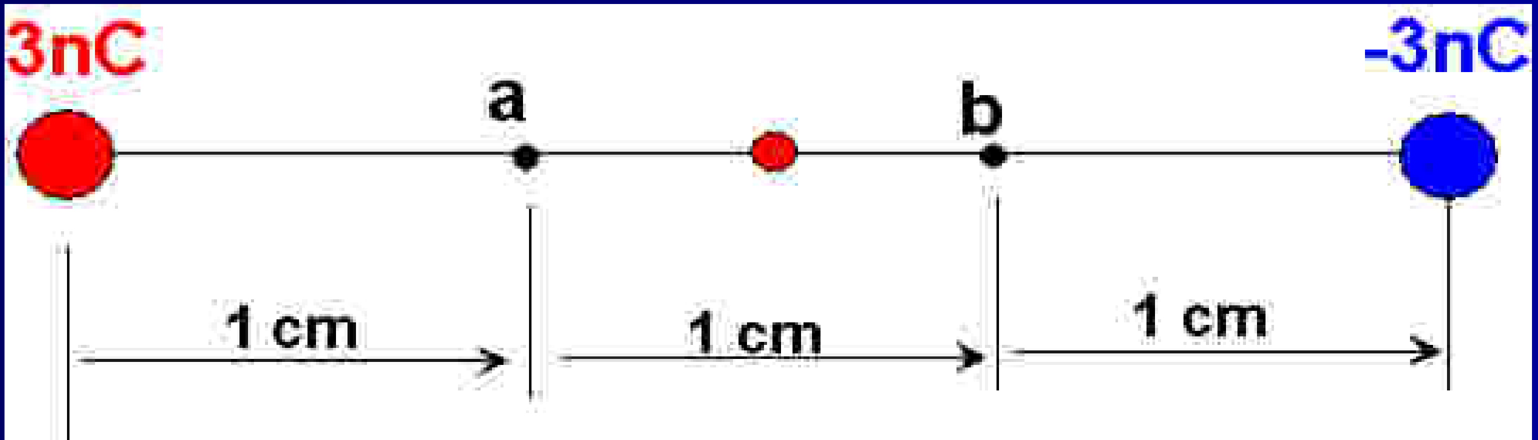
$$K_b = \frac{1}{2} m\upsilon^2$$

$$V_a = \frac{U_a}{q'} \Rightarrow q'V_a = U_a$$

$$q'V_b = U_b$$

$$0 + q'V_a = \frac{1}{2} m\upsilon^2 + q'V_b$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2q'(V_a - V_b)}{m}}$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-5

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2q'(V_a - V_b)}{m}}$$

$$V_a = 9\times10^9\left(\frac{3\times10^{-9}}{0.01} - \frac{3\times10^{-9}}{0.02}\right)\frac{Nm^2}{C^2}\frac{C}{m} = 1350V$$

$$V_b = 9\times10^9\left(\frac{3\times10^{-9}}{0.02} - \frac{3\times10^{-9}}{0.01}\right)\frac{Nm^2}{C^2}\frac{C}{m} = -1350V$$

$$V_a - V_b = 1350V - (-1350V) = 2700V$$

$$\Rightarrow \quad \upsilon = \sqrt{\frac{2(2\times10^{-9})(2700)}{5\times10^{-3}}\frac{CV}{kg}} = 4,6\times10^{-2}\,\frac{m}{s}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-6

Έστω στερεά αγώγιμη σφαίρα με φορτίο q. Να υπολογιστεί το δυναμικό σε κάθε σημείο μέσα και έξω από τη σφαίρα.

Σε άλλο παράδειγμα χρησιμοποιήσαμε το νόμο του Gauss για να δείξουμε ότι ΕΞΩΤΕΡΙΚΑ το πεδίο είναι το ίδιο με αυτό ενός σημειακού φορτίου στο κέντρο της σφαίρας

ΕΣΩΤΕΡΙΚΑ της σφαίρας το πεδίο είναι παντού μηδέν

ΘΕΩΡΟΥΜΕ V=0 ΟΤΑΝ r→ΑΠΕΙΡΟ

ΤΟΤΕ για σημείο εκτός της σφαίρας και σε απόσταση r από αυτή, η σφαίρα θα «φαίνεται» σαν σημειακό φορτίο

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ

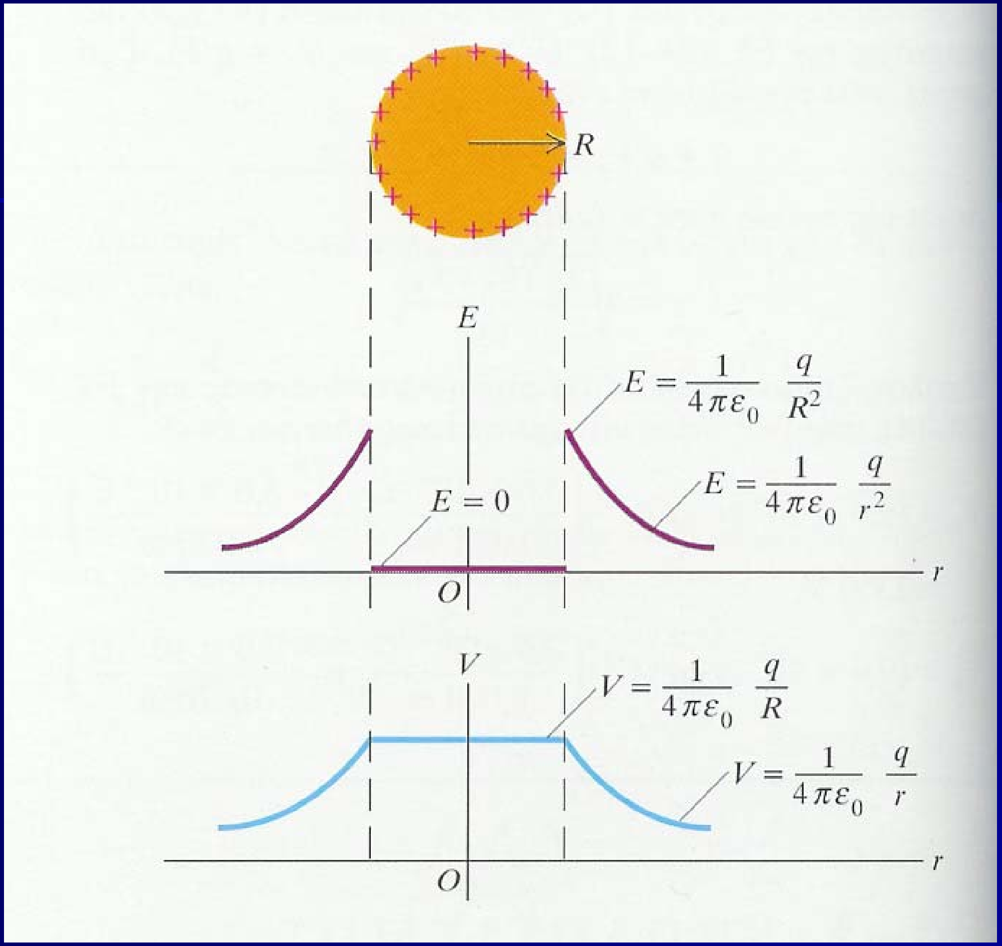
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$$

ΕΣΩΤΕΡΙΚΑ της σφαίρας το πεδίο είναι παντού μηδέν. Επομένως δεν παράγεται έργο κατά τη μετακίνηση δοκιμαστικού φορτίου μεταξύ δύο οποιονδήποτε σημείων στην περιοχή αυτή.

ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΕΙΝΑΙ ΙΔΙΟ ΓΙΑ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΣΗΜΕΙΟ ΜΕΣΑ ΣΤΗ ΣΦΑΙΡΑ ΚΑΙ ΙΣΟ ΜΕ ΑΥΤΟ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ

ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΘΑ ΕΧΕΙ ΜΕΤΡΟ

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{R^2}$$


R
E
$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$
$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$
$E = 0$
r
O
V
$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$
$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$
r
O

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

ΤΟ ΜΕΓΙΣΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΤΟ ΟΠΟΙΟ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΤΕΘΕΙ ΑΓΩΓΟΣ ΣΤΟΝ ΑΕΡΑ

ΤΑ ΜΟΡΙΑ ΤΟΥ ΑΕΡΑ ΙΟΝΙΖΟΝΤΑΙ

ΓΙΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ 3×10^6 N/C.

Δηλαδή σε τέτοιο πεδίο ο αέρας καθίσταται αγώγιμος.

Από το προηγούμενο παράδειγμα έχουμε ότι το δυναμικό στην επιφάνεια της σφαίρας είναι V=ER εφόσον

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{R}\frac{1}{R} = \frac{V}{R}$$

Δηλαδή το μέγιστο δυναμικό σχετίζεται με το μέγιστο πεδίο (αυτό που θα προκαλέσει ιονισμό) με τη σχέση

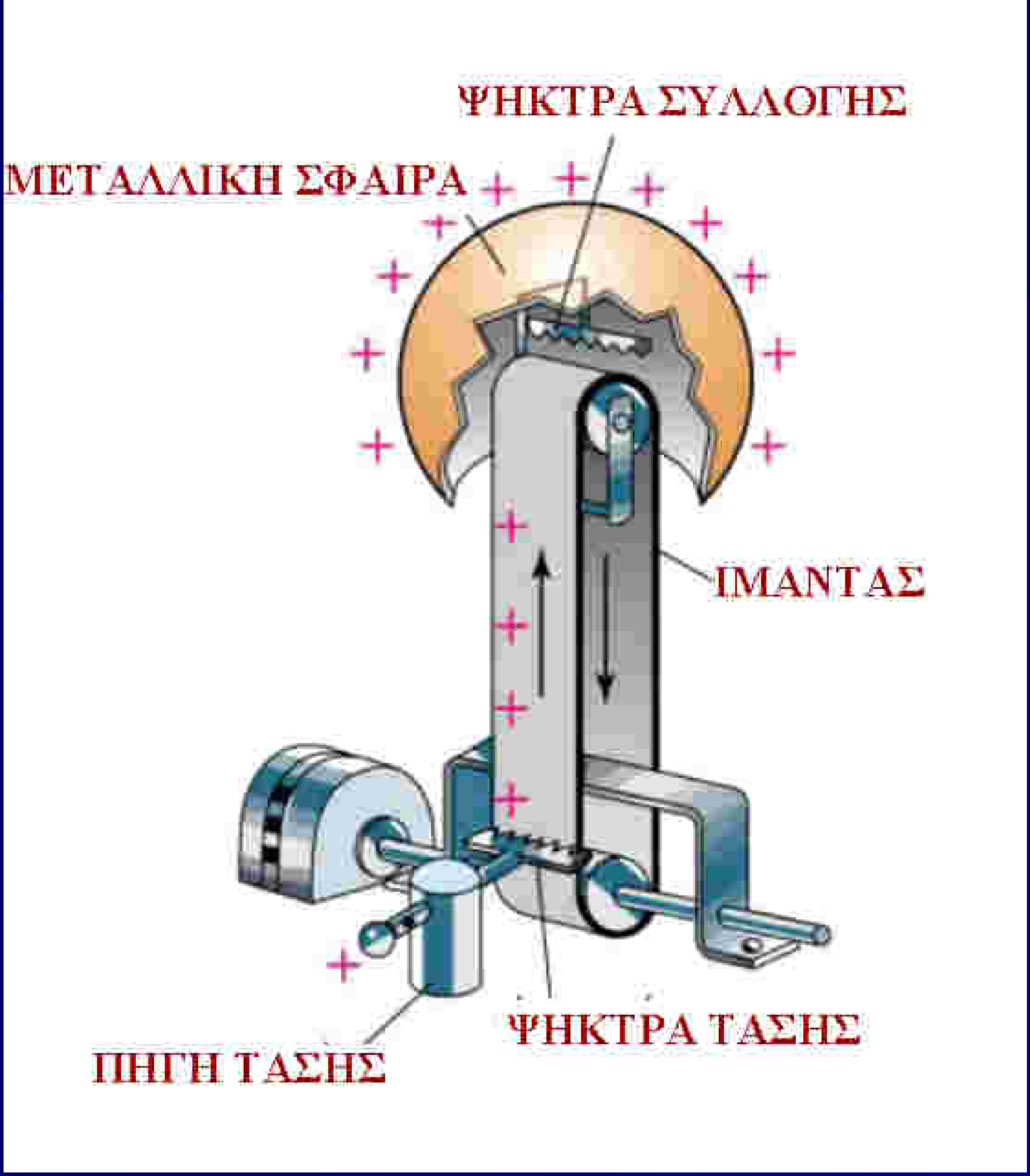
$$V_m = E_m R$$

ΓΙΑ ΣΦΑΙΡΑ ΑΚΤΙΝΑΣ 1 cm

$$V_m=(10^{-2})(3 \times 10^{6})\ [\mathrm{mN/C}]=30000\ \mathrm{V}$$

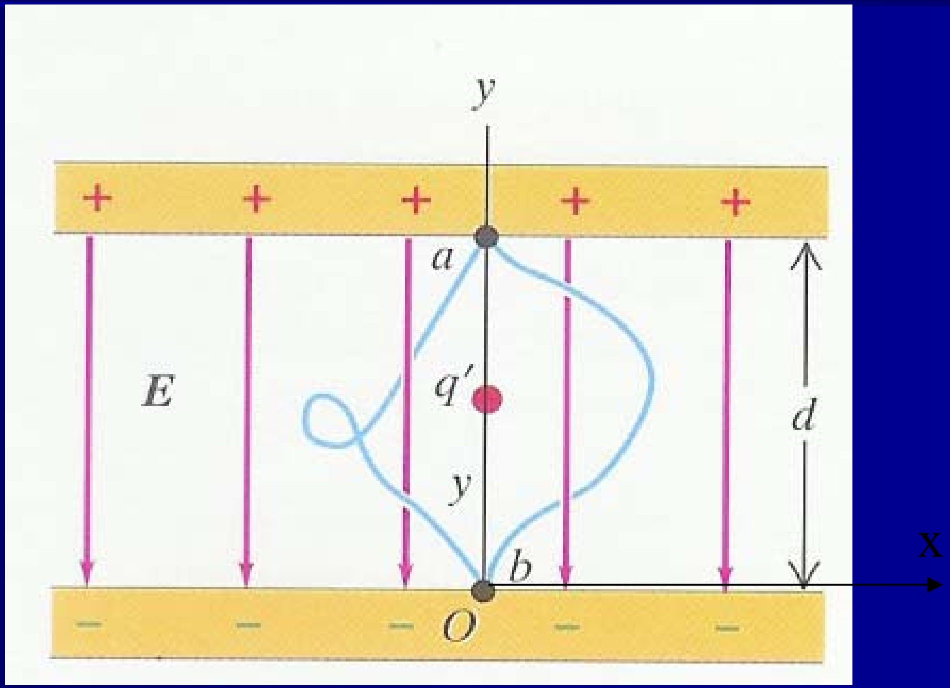
Δηλαδή κανένας τρόπος δεν υπάρχει να υψώσουμε το δυναμικό της σφαίρας ακτίνας 1 cm πέραν της τιμής των 30000 V. ΑΝ ΞΕΠΕΡΑΣΟΥΜΕ ΤΗΝ ΤΙΜΕ ΑΥΤΗ Ο ΑΕΡΑΣ ΠΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΕΙ ΤΗ ΣΦΑΙΡΑ ΙΟΝΙΖΕΤΑΙ (ΓΙΝΕΤΑΙ ΑΓΩΓΙΜΟΣ) ΚΑΙ ΤΟ ΦΟΡΤΙΟ ΘΑ ΔΙΑΦΥΓΕΙ ΜΕΣΩ ΤΟΥ ΑΕΡΑ (ΑΣΤΡΑΠΗ)

Αυτός είναι και ο λόγος που στις μηχανές υψηλής τάσης χρησιμοποιούνται ως πόλοι σφαίρες σχετικά μεγάλων ακτινών. Π.χ. Οι γεννήτριες Van de Graaf.
ΑΝ ΚΑΝΟΥΜΕ ΤΗΝ ΑΚΤΙΝΑ 3 m ΤΟΤΕ V_m=9 MV


ΨΗΚΤΡΑ ΣΥΛΛΟΓΗΣ
ΜΕΤΑΛΛΙΚΗ ΣΦΑΙΡΑ
ΙΜΑΝΤΑΣ
ΨΗΚΤΡΑ ΤΑΣΗΣ
ΠΗΓΗ ΤΑΣΗΣ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-7

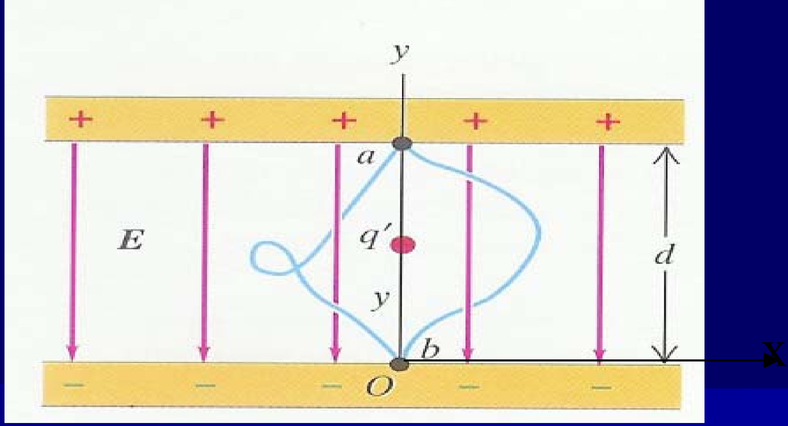
Έστω φορτισμένες παράλληλες πλάκες όπως στο σχήμα. Να υπολογιστεί το δυναμικό σε κάθε σημείο μεταξύ των πλακών.



Θέτουμε το σημείο 0 των αξόνων στην κάτω πλάκα. Τότε η δυναμική ενέργεια για δοκιμαστικό φορτίο q’ σε απόσταση y από την κάτω πλάκα είναι

$$U=q'Ey$$

$U=q'Ey$ → $U/q'=Ey=V_y$



Θεωρούμε U=0 και επομένως και V=0 στο σημείο y=0 δηλαδή στην κάτω πλάκα. →

$$V_y=Ey$$

Αλλά και αν επιλέγαμε μια διαφορετική του μηδενός τιμή στην κάτω πλάκα τότε πάλι θα είχαμε

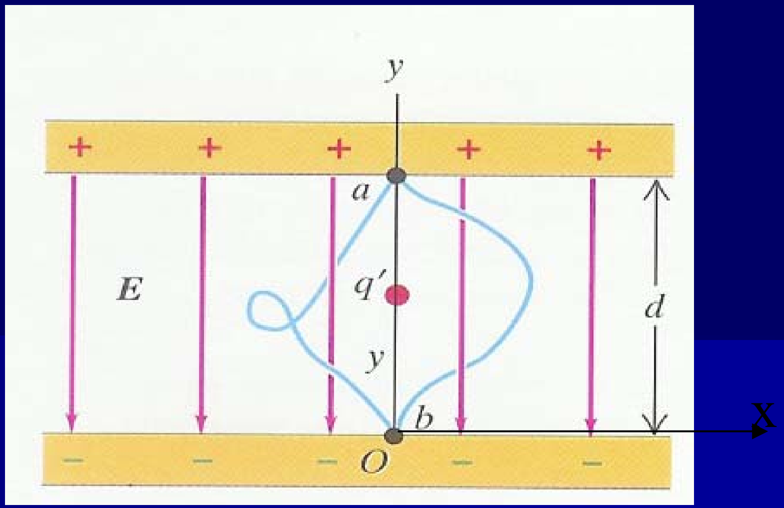
$$V_y-V_b=Ey.$$

Το δυναμικό ελαττώνεται γραμμικά καθώς κινούμαστε από την πάνω πλάκα προς τη κάτω (γιατί μειώνεται το y) και εκεί παίρνει την τιμή 0

$V_y - V_b = Ey.$

Στο σημείο a: $y=d$ και $V_y=V_a$

$V_\alpha - V_b = Ed$ και $E=(V_\alpha - V_b)/d = V_{ab}/d$



ΠΡΟΣΟΧΗ ΑΥΤΟ ΙΣΧΥΕΙ ΜΟΝΟ ΓΙΑ ΕΠΙΠΕΔΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ ΟΧΙ ΓΙΑ ΟΜΟΚΕΝΤΡΕΣ ΣΦΑΙΡΕΣ ΚΑΙ ΟΜΟΚΕΝΤΡΟΥΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥΣ

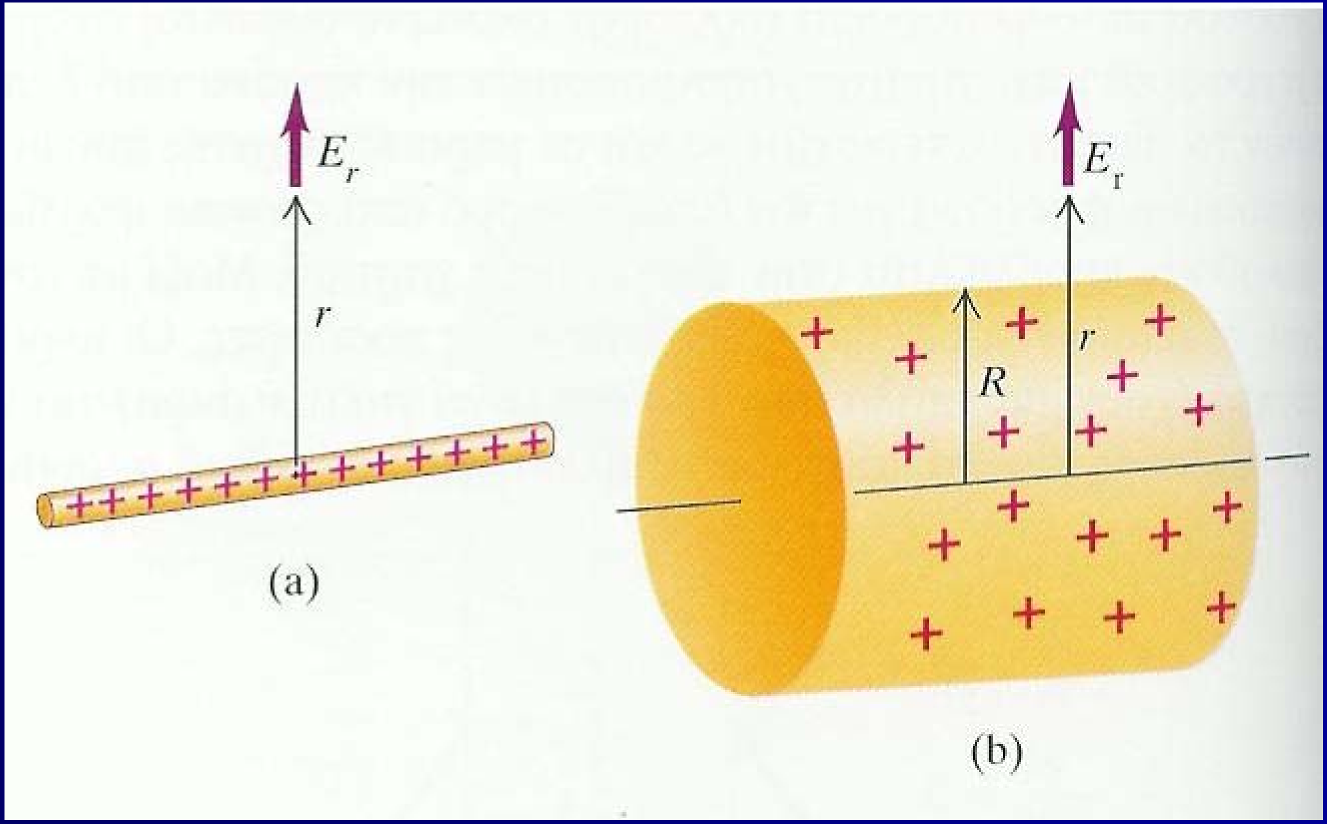
ΜΟΝΑΔΑ ΠΕΔΙΟΥ

1 V/m= 1 N/C

Σε παραδείγματα που αναλύσαμε στα προηγούμενα μαθήματα είχαμε βρει ότι το πεδίο μεταξύ των πλακών είναι $E=\sigma/\varepsilon_0$.
Η σχέση που έχουμε τώρα δίνει το πεδίο ως συνάρτηση του δυναμικού και είναι πολύ πιο εύχρηστη στην πράξη γιατί το δυναμικό μετριέται με ένα βολτόμετρο ενώ δεν υπάρχουν όργανα που να μετρούν την επιφανειακή πυκνότητα φορτίου

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-8

Να βρεθεί το δυναμικό σε απόσταση r από πολύ μακριά γραμμική κατανομή φορτίου και σε ίδια απόσταση από μεγάλου μήκους φορτισμένο κύλινδρο.



Φορτίο ανά μονάδα μήκους = λ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-8

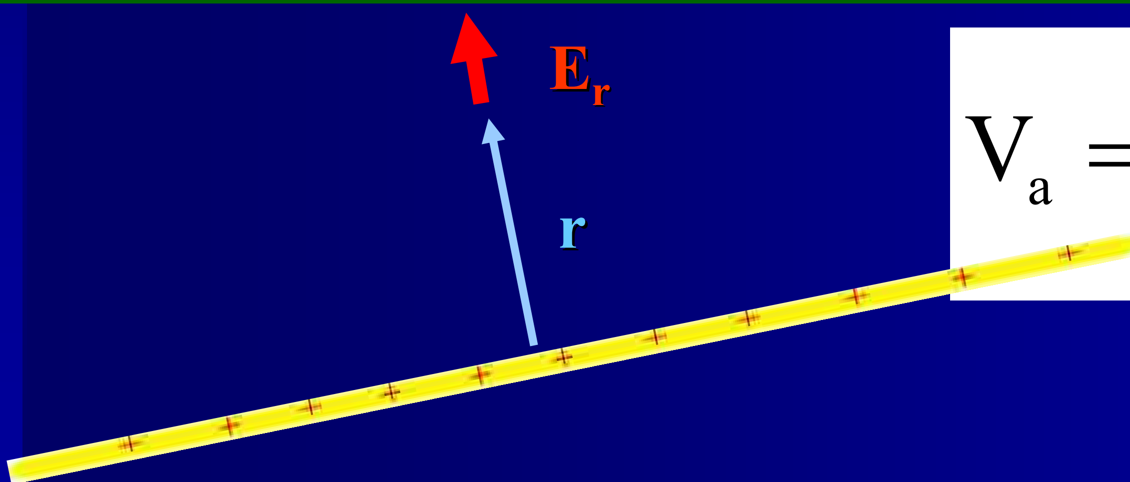
ΑΠΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΧΟΥΜΕ ΒΡΕΙ

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

Το δυναμικό μεταξύ δύο σημείων σε ακτινικές αποστάσεις από την κατανομή είναι

$$V_a - V_b = \int_a^b E \cdot dl = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_a}^{r_b}\frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_b}{r_a}$$

ΔΕΝ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΘΕΩΡΗΣΟΥΜΕ ΟΤΙ V=0 ΟΤΑΝ $r_b \rightarrow$ ΑΠΕΙΡΟ ΓΙΑΤΙ ΤΟΤΕ



$$V_a = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\infty}{r_a} = \infty$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-8

ΔΗΛΑΔΗ ΑΝ ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΕΙΝΑΙ ΜΗΔΕΝ ΣΤΟ ΑΠΕΙΡΟ ΤΟΤΕ ΑΥΤΟ ΕΙΝΑΙ ΑΠΕΙΡΟ ΣΕ ΚΑΘΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ

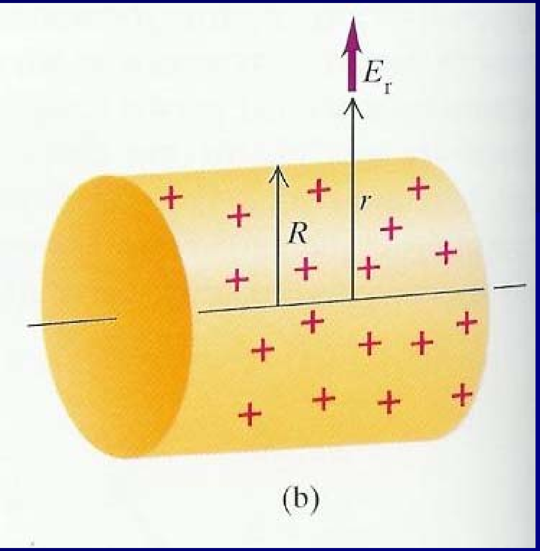
ΕΠΟΜΕΝΩΣ ΟΡΙΖΟΥΜΕ ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΜΗΔΕΝ ΣΕ ΜΙΑ ΑΥΘΑΙΡΕΤΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ $r_b=r_0$

$$\Rightarrow \quad V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_0}{r}$$

Η παραπάνω εξίσωση δίνει το δυναμικό στο πεδίο μιας ευθύγραμμης κατανομής φορτίων

ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΜΑΣ ΔΙΝΕΙ ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΓΙΑ ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΕΞΩ ΟΜΩΣ ΑΠΟ ΤΟΝ ΚΥΛΙΝΔΡΟ ΔΗΛΑΔΗ ΟΤΑΝ R<r

ΑΝ ΓΙΑ ΤΟΝ ΚΥΛΙΝΔΡΟ ΔΙΑΛΕΞΟΥΜΕ $R=r_0$



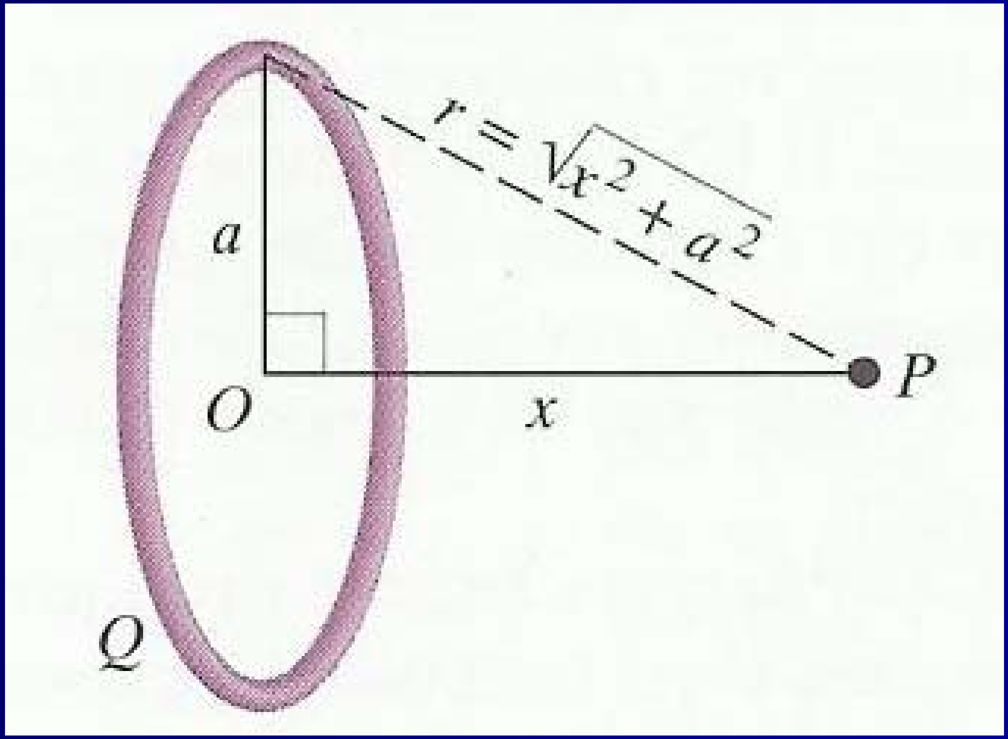
ΔΗΛΑΔΗ ΟΡΙΖΟΥΜΕ ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΜΗΔΕΝ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΟΥ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ,

ΤΟΤΕ ΕΧΟΥΜΕ:

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{R}{r}$$

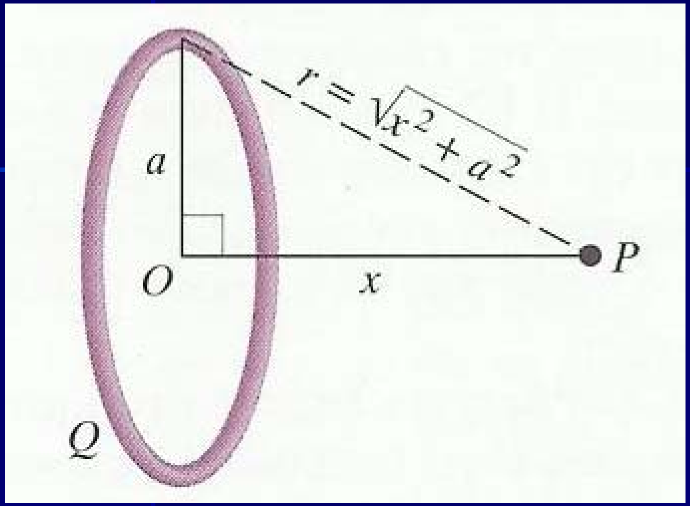
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-9

Να βρεθεί το δυναμικό σε σημείο P του άξονα ομοιόμορφα φορτισμένου δακτυλίου με φορτίο Q σε απόσταση x από το κέντρο του



Όλο το φορτίο είναι σε απόσταση

$$r = \left(x^2 + a^2\right)^{\frac{1}{2}}$$



$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Σε μεγάλη απόσταση

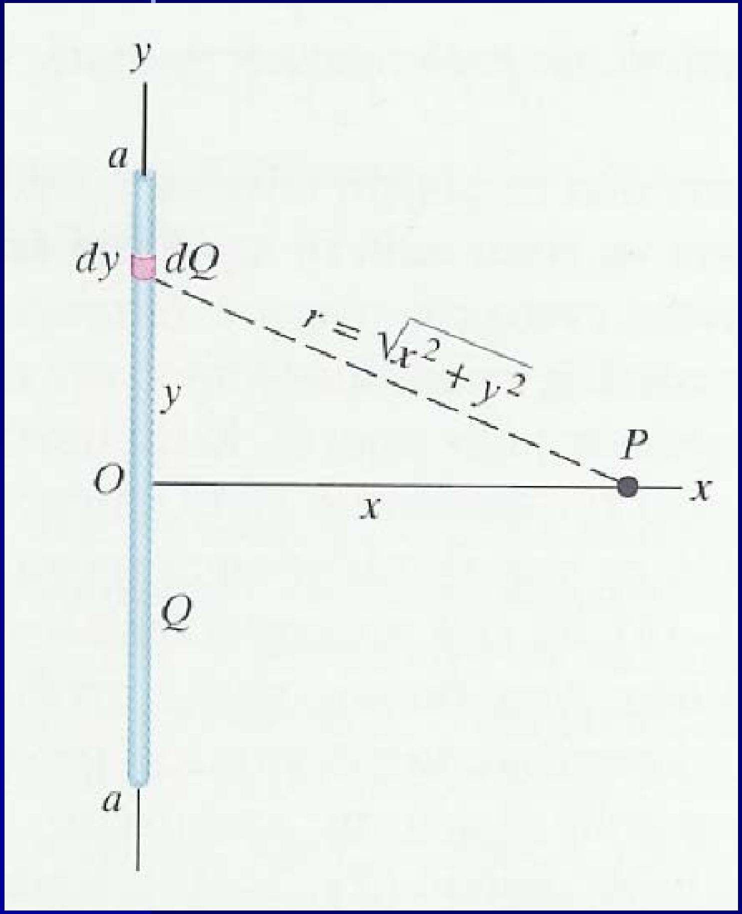
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x}$$

ΔΗΛΑΔΗ ΕΧΟΥΜΕ ΠΑΛΙ ΤΟ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ ΠΟΥ ΕΞΗΓΑΜΕ ΟΤΑΝ ΕΞΕΤΑΖΑΜΕ ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΟΥ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ ΔΑΚΤΥΛΙΟΥ

Ο ΔΑΚΤΥΛΙΟΣ ΑΠΟ ΜΑΚΡΥΑ ΦΑΙΝΕΤΑΙ ΣΑΝ ΣΗΜΕΙΑΚΟ ΦΟΡΤΙΟ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-10

Να βρεθεί το δυναμικό σε σημείο P της μεσοκαθέτου λεπτής ράβδου μήκους 2α, ομοιόμορφα φορτισμένης με συνολικό φορτίο Q.



$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Όμως

$$\frac{\mathrm{dQ}}{\mathrm{Q}} = \frac{dy}{2a}$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{2a}\frac{dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 24-10

$$V(x) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{2a}\int_{-a}^{a}\frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{2a}\ln\frac{\sqrt{a^2+x^2}+a}{\sqrt{a^2+x^2}-a}$$

Όταν το χ είναι πολύ μεγάλο το V τείνει στο 0

ΓΕΝΙΚΑ ΣΤΑ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΦΑΙΝΕΤΑΙ ΟΤΙ ΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΙΝΑΙ ΑΠΛΟΥΣΤΕΡΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΠΟ ΟΤΙ ΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΤΩΝ ΠΕΔΙΩΝ.

ΑΥΤΟ ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ ΣΤΟ ΟΤΙ ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΕΙΝΑΙ ΒΑΘΜΩΤΗ ΠΟΣΟΤΗΤΑ

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ

Κάθε επιφάνεια, στη οποία το δυναμικό έχει την ίδια τιμή σε όλα τα σημεία της λέγεται ισοδυναμική

ΕΧΟΥΜΕ ΔΗΛΑΔΗ ΕΠΟΠΤΙΚΗ ΕΙΚΟΝΑ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΟΠΩΣ ΜΕ ΤΙΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΠΕΔΙΟΥ (ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ)

Αν έχουμε ένα δοκιμαστικό φορτίο που κινείται πάνω σε ισοδυναμική επιφάνεια τότε το πεδίο Ε δεν παράγει έργο γιατί η δυναμική ενέργεια είναι παντού ίδια.

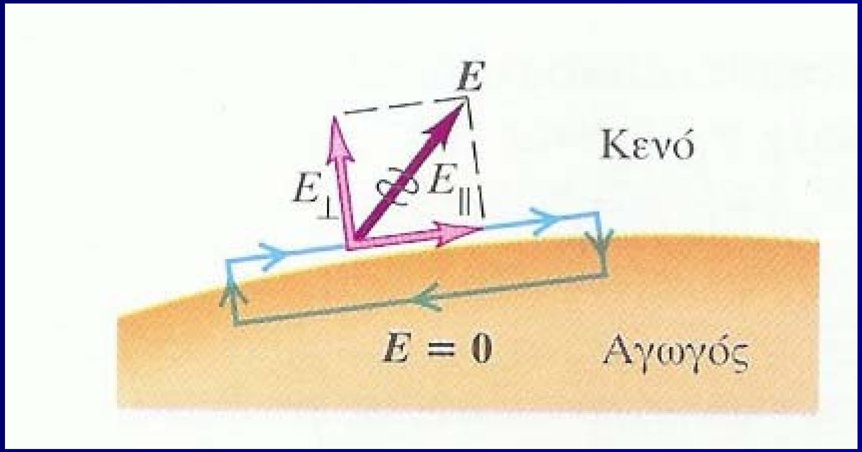
ΕΠΟΜΕΝΩΣ το πεδίο Ε δεν έχει συνιστώσα εφαπτόμενη προς την ισοδυναμική επιφάνεια γιατί τέτοια συνιστώσα θα παρήγαγε έργο κατά την κίνηση του φορτίου πάνω στην επιφάνεια.

ΟΙ ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΚΑΙ ΟΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΕΙΝΑΙ ΠΑΝΤΑ ΚΑΘΕΤΕΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ

ΤΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΜΟΛΙΣ ΕΞΩ ΑΠΟ ΤΟΝ ΑΓΩΓΟ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΚΑΘΕΤΟ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΟΥ ΑΓΩΓΟΥ

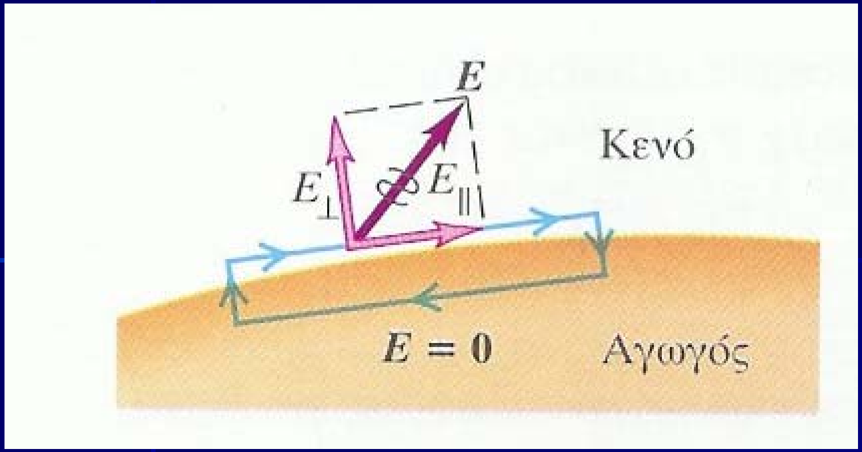
ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο βρόχο μερικώς μέσα και μερικώς έξω από τον αγωγό και δοκιμαστικό φορτίο που τον διατρέχει.



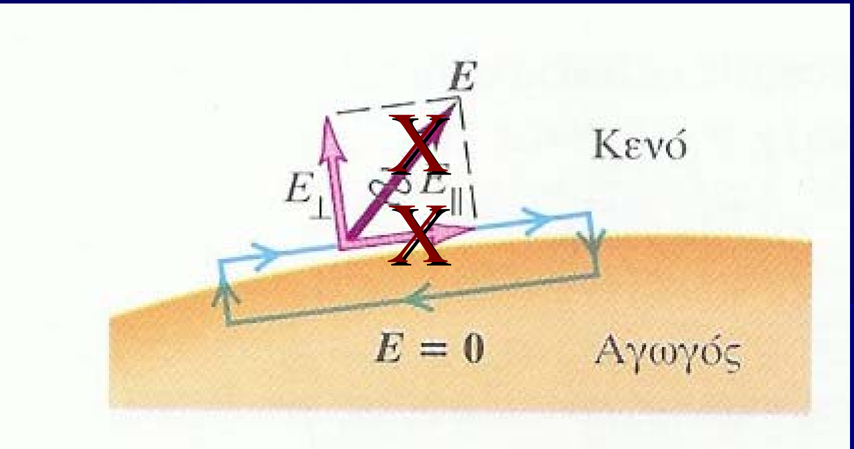
Επειδή το πεδίο είναι διατηρητικό, το έργο που θα παράγει πάνω στο δοκιμαστικό φορτίο για αυτή την κλειστή διαδρομή θα πρέπει να είναι μηδέν.

Έχουμε όμως ότι E=0 παντού μέσα στον αγωγό.



ΟΜΩΣ ΕΦΟΣΟΝ ΣΥΜΒΑΙΝΕΙ ΑΥΤΟ ΤΟΤΕ ΚΑΙ Η ΣΥΝΙΣΤΩΣΑ ΤΟΥ Ε Η ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ ΑΜΕΣΩΣ ΕΞΩ ΑΠΟ ΤΟΝ ΑΓΩΓΟ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ 0

ΑΝ ΔΕΝ ΗΤΑΝ ΕΤΣΙ ΤΟΤΕ ΤΟ ΕΡΓΟ ΓΙΑ ΚΛΕΙΣΤΗ ΔΙΑΔΡΟΜΗ (ΔΗΛΑΔΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΗ ΤΡΟΧΙΑ ΤΟΥ ΔΟΚΙΜΑΣΤΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ) ΜΕΡΙΚΩΣ ΜΕΣΑ ΚΑΙ ΜΕΡΙΚΩΣ ΕΞΩ ΑΠΟ ΤΟ ΑΓΩΓΟ ΔΕΝ ΘΑ ΗΤΑΝ 0

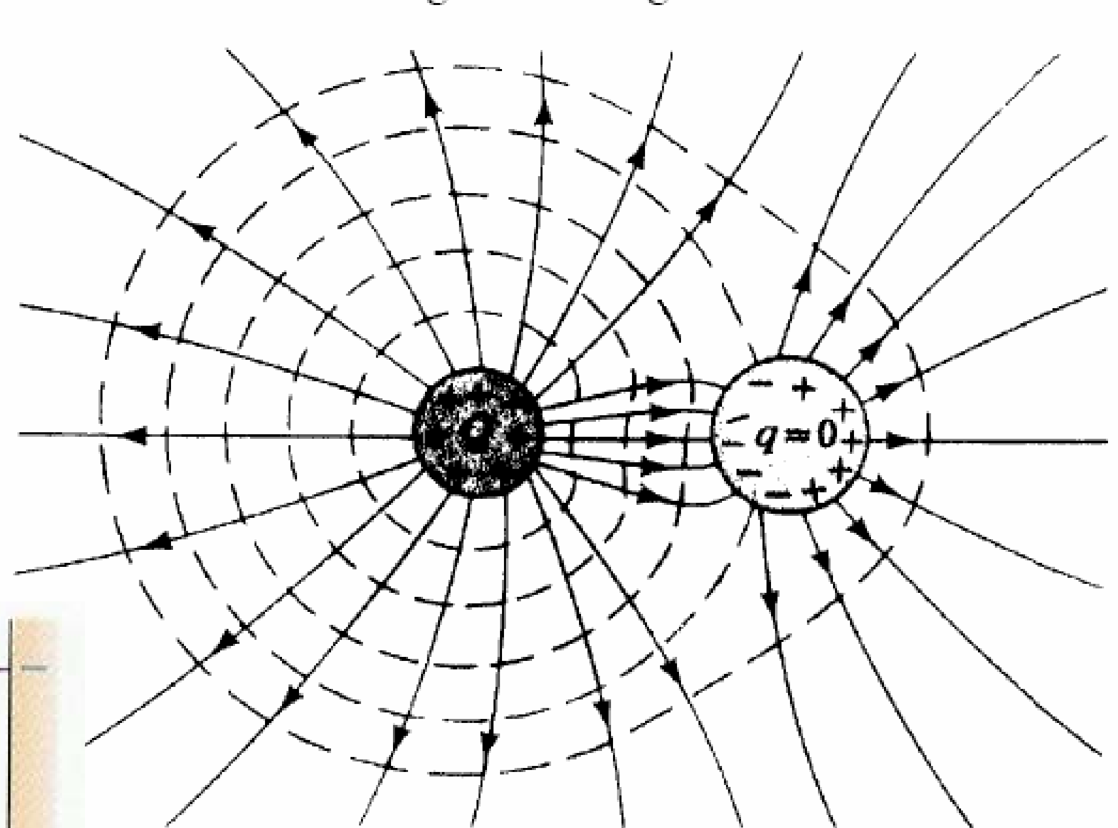


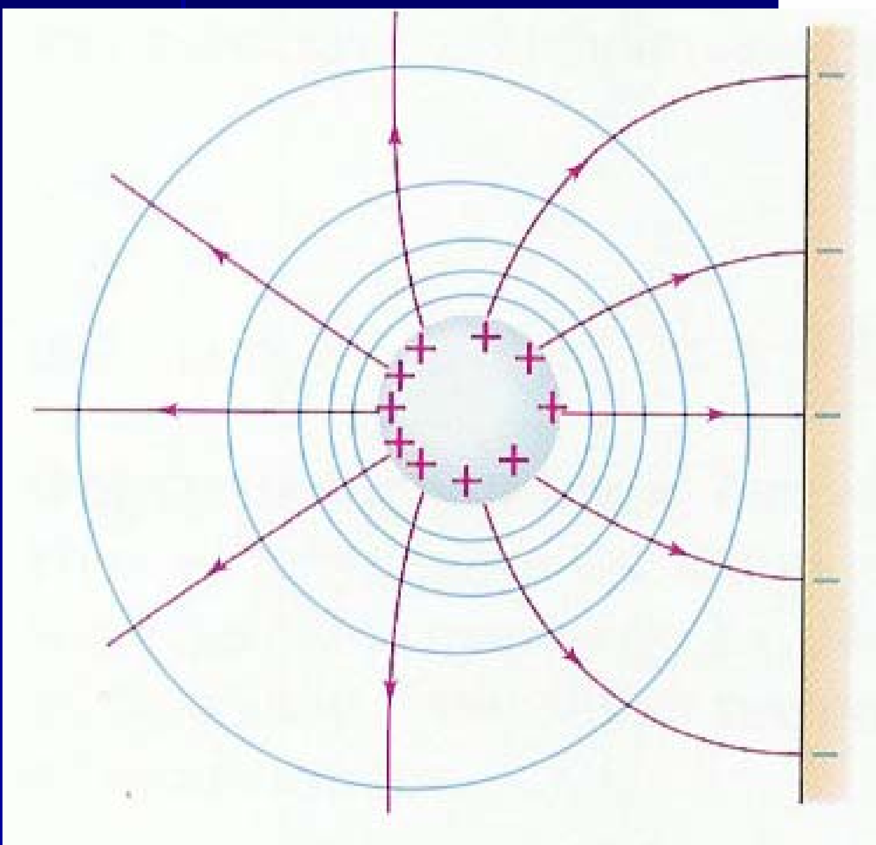
Αυτό είναι Αδύνατο γιατί έρχεται σε αντίθεση με τη διατηρητική φύση του ηλεκτρικού πεδίου.

ΕΠΟΜΕΝΩΣ ΥΠΑΡΧΕΙ ΜΟΝΟ ΚΑΘΕΤΗ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΟΥ ΑΓΩΓΟΥ

ΜΕ ΑΛΛΑ ΛΟΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΓΩΓΙΜΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΕΙΝΑΙ ΜΙΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

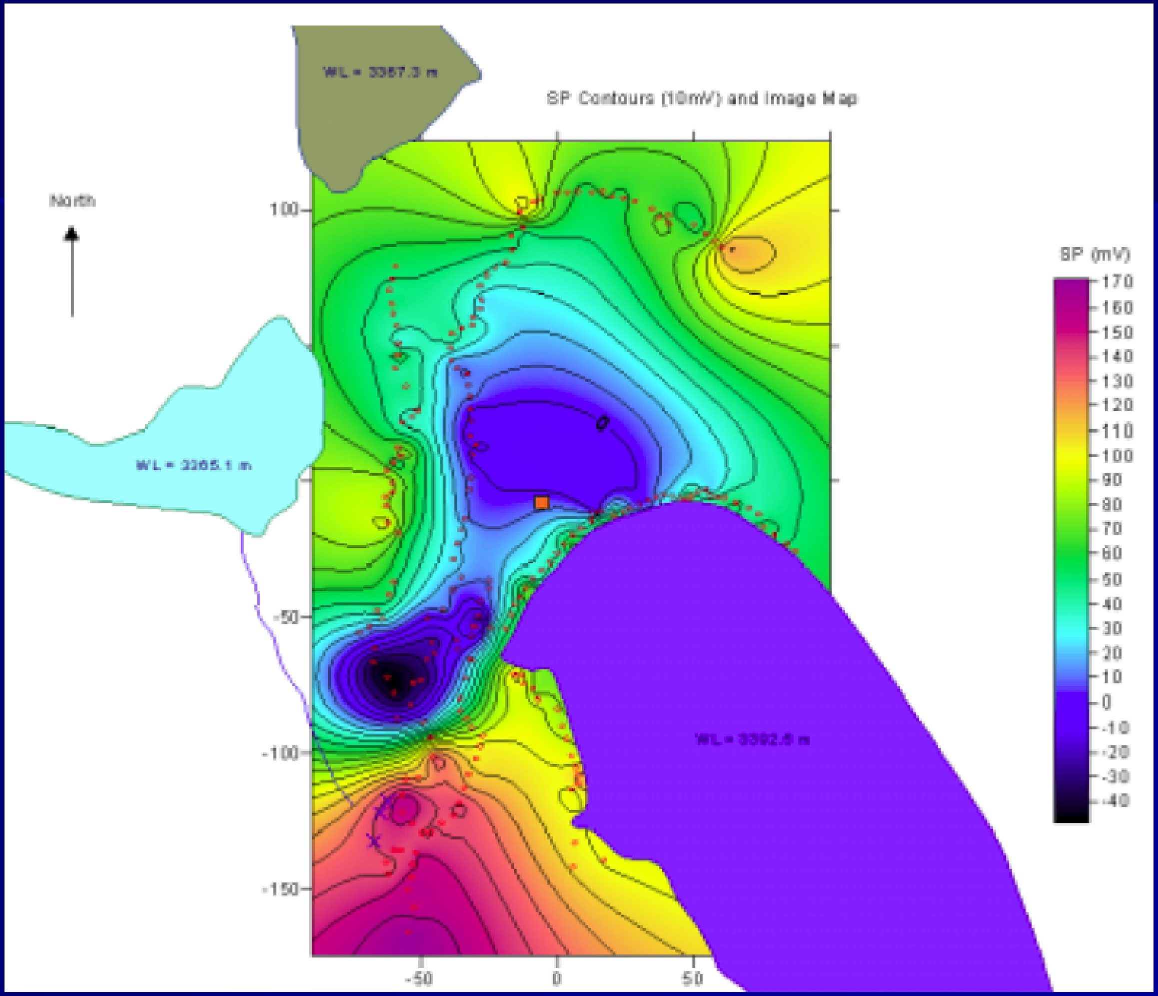
ΟΤΑΝ ΕΧΟΥΜΕ ΑΓΩΓΙΜΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΟΙ ΓΡΑΜΜΕΣ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΣΤΑΜΑΤΟΥΝ ΕΚΕΙ.


q = 0



ΕΔΩ ΒΛΕΠΟΥΜΕ ΤΙΣ ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΗΣ ΓΗΣ. Η ΕΥΡΕΣΗ ΚΑΙ Η ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΗΣΗ ΤΟΥΣ ΑΠΟΤΕΛΕΙ ΜΙΑ ΑΠΟ ΤΙΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΤΗΣ ΔΟΜΗΣ ΤΟΥ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΥ ΤΗΣ ΓΗΣ.

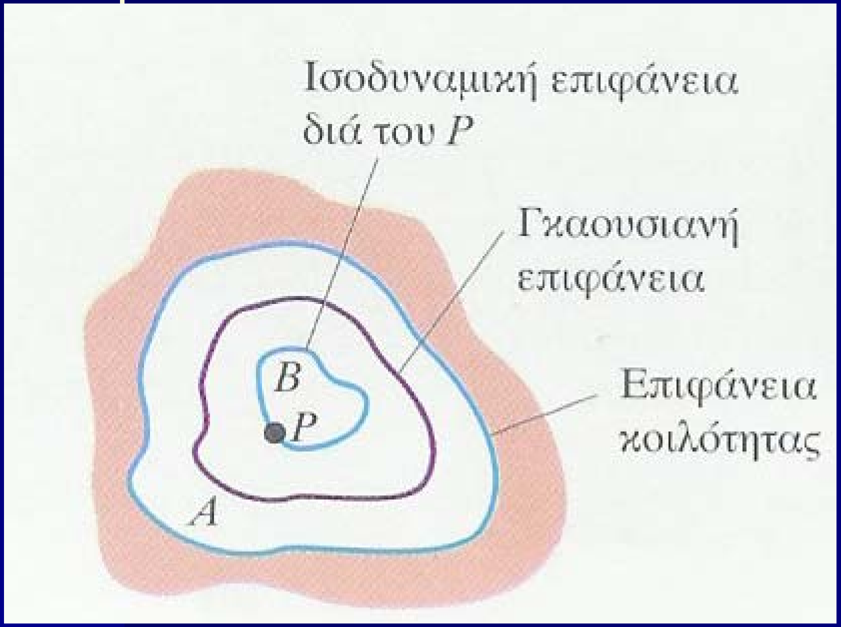
ΜΕ ΑΛΛΑ ΛΟΓΙΑ ΜΙΑ ΜΕΘΟΔΟ ΤΗΣ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΓΕΩΦΥΣΙΚΗΣ



Detecting Seepage Through a Natural Moraine Dam Using the Self-Potential Method

Jeffrey R. Moore, John W. Sanders, John J. Clague, and Steven D. Glaser

ΓΙΑ ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ, όταν ένας αγωγός περιέχει μια κοιλότητα, η οποία δεν περιέχει φορτίο, τότε δεν μπορεί να υπάρξει φορτίο οπουδήποτε πάνω στην επιφάνεια της κοιλότητας



Η επιφάνεια της κοιλότητας, ας την πούμε Α, είναι ισοδυναμική επιφάνεια γιατί είναι επιφάνεια αγωγού.

Υποθέτουμε επίσης ότι το σημείο Ρ της κοιλότητας έχει διαφορετικό δυναμικό και έστω Β η ισοδυναμική επιφάνεια στην οποία ανήκει το Ρ

Θεωρούμε τώρα μια γκαουσιανή επιφάνεια μεταξύ των δύο ισοδυναμικών.

ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΕΤΑΙ ΑΠΟ ΣΤΗ ΜΙΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΑΛΛΗ ΜΕ ΦΟΡΑ ΠΟΥ ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ ΑΠΟ ΤΟ ΠΟΙΑ ΕΧΕΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ ΤΙΜΗ

↓

ΡΟΗ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΗ ΓΚΑΟΥΣΙΑΝΗ

↓

ΑΤΟΠΟ ΓΙΑΤΙ ΔΕΝ ΠΕΡΙΕΧΕΤΑΙ ΦΟΡΤΙΟ ΜΕΣΑ ΣΤΗ ΓΚΑΟΥΣΙΑΝΗ

↓

ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΣΑ ΣΤΗΝ ΚΟΙΛΟΤΗΤΑ ΕΙΝΑΙ ΠΑΝΤΟΥ ΙΔΙΟ ΚΑΙ ΜΑΛΙΣΤΑ ΙΣΟ ΜΕ ΑΥΤΟ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΗΣ ΚΟΙΛΟΤΗΤΑΣ

ΤΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΚΑΙ ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΝΔΕΟΝΤΑΙ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ

$$V_a - V_b = \int_a^b \overline{\mathbf{E}} \cdot d\overline{\mathbf{l}} = -\int_b^a \overline{\mathbf{E}} \cdot d\overline{\mathbf{l}}$$

Όμως, Va-Vb είναι το δυναμικό του a ως προς το b. Δηλαδή η μεταβολή του δυναμικού όταν ένα φορτίο κινείται από το b στο a

$$V_a - V_b = V_{ab} = \int_b^a \mathbf{dV} = -\int_a^b \mathbf{dV}$$

Αν $E_{||}$ είναι η συνιστώσα του πεδίου η παράλληλη προς τη στοιχειώδη μετατόπιση dl

$$-\int_a^b dV = \int_a^b E_{||} dl$$

$$-dV = E_{\parallel} dl \Rightarrow$$

$$E_{\parallel} = -\frac{dV}{dl}$$

Δηλαδή το πεδίο κατά τη διεύθυνση dl είναι ο ρυθμός μεταβολής του δυναμικού στην ίδια διεύθυνση.

Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων θα έχουμε

$$\mathrm{E}_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad \mathrm{E}_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad \mathrm{E}_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Και έτσι

$$\overline{\mathbf{E}} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{k}\right)$$

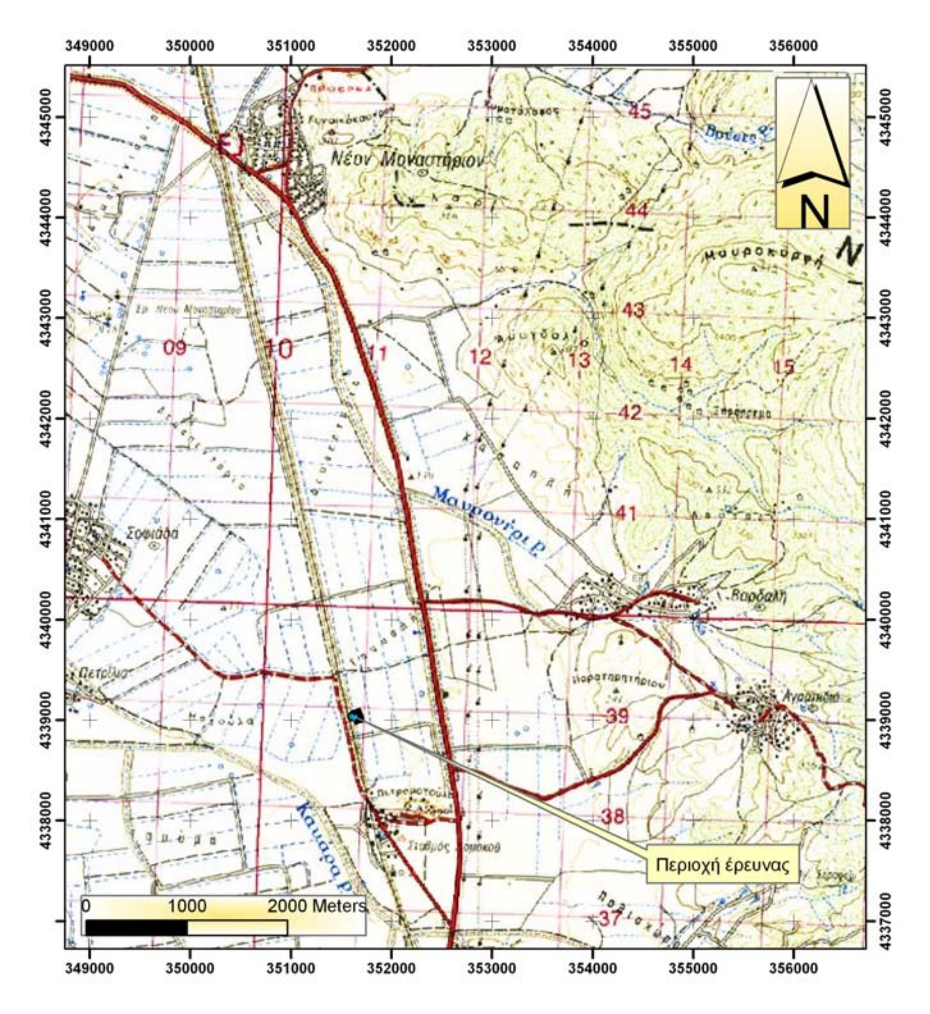
ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΤΗ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟ (ΒΑΘΜΙΔΑ) ΔΗΛΑΔΗ ΤΟΝ ΤΕΛΕΣΤΗ ΑΝΑΔΕΛΤΑ, ΕΧΟΥΜΕ

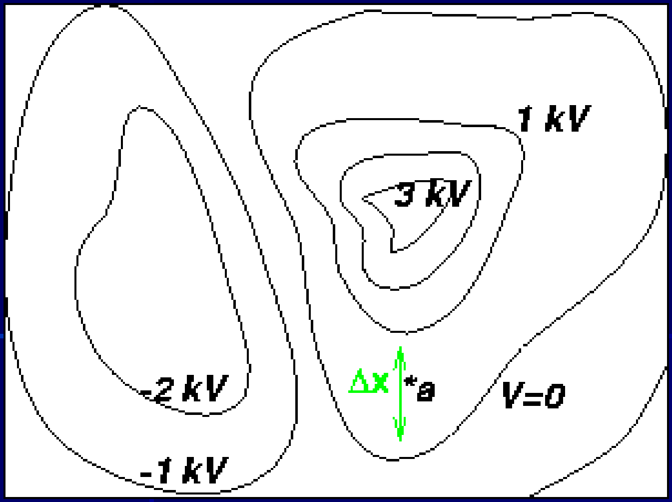
$$E = -\nabla V$$

Όλα τα σημεία μιας ισοϋψούς του τοπογραφικού χάρτη είναι στο ίδιο βαρυτικό δυναμικό (σε πρώτη προσέγγιση) γιατί απέχουν το ίδιο από το κέντρο της Γης. Μπορούμε να παραλληλίσουμε τις ισοϋψείς με τις ισοδυναμικές γραμμές στο ηλεκτρικό πεδίο.

Το νερό κυλά λόγω βαρύτητας επίσης σε χαμηλότερα σημεία και η ροή του είναι κάθετη στις γραμμές του τοπογραφικού χάρτη, έτσι προσομοιώνουμε τις υδάτινες γραμμές ροής με τις γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου (δυναμικές γραμμές)

Οι επιφάνειες των λιμνών έχουν το ίδιο υψομέτρο παντού. Ακριβώς όπως οι επιφάνειες των αγωγών ευρίσκονται στο ίδιο δυναμικό.





Το ηλεκτρικό πεδίο είναι η «κλίση» του δυναμικού σε κάθε σημείο και βρίσκεται ακριβώς όπως η τοπογραφική κλίση

$$\overline{E} = -\nabla V$$

Εν προκειμένω

$$E_x = -\frac{\Delta V}{\Delta x}$$

Όπου Δx είναι η απόσταση μεταξύ δύο ισοδυναμικών

Οι γραμμές του πεδίου κατευθύνονται πάντα προς την «κατηφόρα» δηλαδή από σημείο υψηλότερου δυναμικού προς σημείο με χαμηλότερο

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

ΠΕΔΙΟ ΣΗΜΕΙΑΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \Rightarrow E_x = E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{\partial\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}\right)}{\partial z} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

ΠΕΔΙΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}(\ln R - \ln r) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r$$

Εφόσον θεωρήσαμε ως δυναμικό αναφορά (=0), το δυναμικό στην επιφάνεια του κυλίνδρου

$$\Rightarrow E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{\partial\left(-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r\right)}{\partial z} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Όταν ένα σωμάτιο κινείται μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο από μια θέση a με δυναμικό V_a σε μια άλλη b με δυναμικό V_b τότε η δυναμική του ενέργεια μεταβάλλεται κατά ΔU

$$\Delta U = q(V_a - V_b) = qV_{ba}$$

Αν το φορτίο είναι ίσο με το φορτίου ηλεκτρονίου (δηλαδή ίσο με το κβάντο φορτίου= $1{,}602 \times 10^{-19}$ C) και η διαφορά δυναμικού ίση με 1 V

ΔU=($1{,}602 \times 10^{-19}$ C)(1V)= $1{,}602 \times 10^{-19}$ J

Η ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΑΥΤΗ ΟΡΙΖΕΤΑΙ ΩΣ

1 ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΟΒΟΛΤ (1eV)

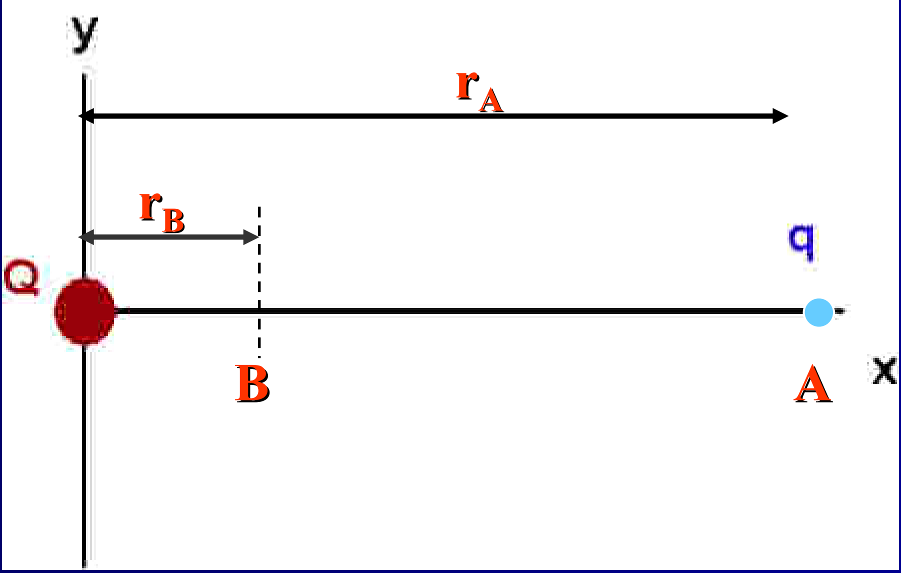
1eV= $1{,}602 \times 10^{-19}$ J

ΑΣΚΗΣΗ 24-1

Σημειακό φορτίο Q=+800 μC τοποθετείται με σταθερή πρόσδεση στην αρχή των αξόνων. Ένα δεύτερο σημειακό φορτίο q=-0.5 μC με μάζα 3X10^{-4} kg τοποθετείται στον άξονα των σε απόσταση 0,800 m από την αρχή.

Α) Ποιά είναι η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του ζεύγους των φορτίων;(Να θεωρηθεί ότι η δυναμική ενέργεια είναι 0 όταν τα φορτία είναι σε άπειρη απόσταση.)

Β) Το δεύτερο φορτίο ελευθερώνεται σε ηρεμία. Ποιά θα είναι η ταχύτητά του σε απόσταση 0,2 m από την αρχή των αξόνων.

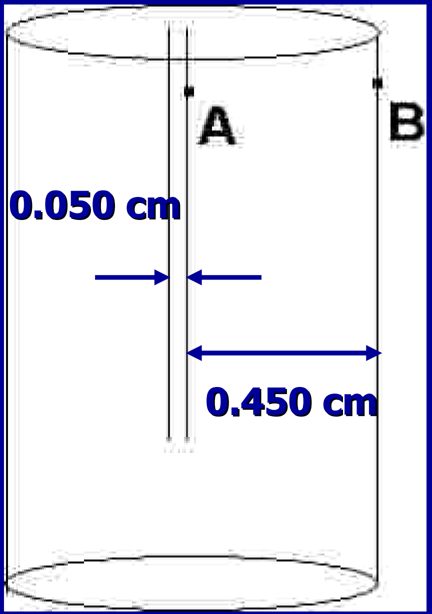


ΑΣΚΗΣΗ 24-7

Σε πόση απόσταση από σημειακό φορτίο $q=6 \times 10^{-11}$ C έχουμε δυναμικό:
α) 12 V β) 24 V

ΑΣΚΗΣΗ 24-17

Ένας απλός τύπος λυχνίας κενού (δίοδος) αποτελείται από δύο ηλεκτρόδια σε κάψουλα υψηλού κενού. Ένα ηλεκτρόδιο, η κάθοδος, διατηρείται σε υψηλή θερμοκρασία και έτσι εκπέμπει ηλεκτρόνια από την επιφάνειά της. Το άλλο ηλεκτρόδιο, η άνοδος βρίσκεται σε υψηλότερο δυναμικό. Υποθέτουμε ότι η κάθοδος είναι κυλινδρική με ακτίνα 0.050 cm και η άνοδος είναι επίσης κύλινδρος, ομοαξονικός της καθόδου, με ακτίνα 0.45 cm. Το δυναμικό της ανόδου είναι κατά 360 V υψηλότερο της καθόδου. Ένα ηλεκτρόνιο αφήνει την κάθοδο από την κατάσταση της ηρεμίας και βομβαρδίζει την άνοδο. Με πόση ταχύτητα προσκρούει στην άνοδο;



ΣΥΝΟΨΗ

- Σε ηλεκτροστατικές συνθήκες το έργο που παράγεται από το πεδίο πάνω σε σωματίδιο που κινείται μέσα σε αυτό μπορεί να παρασταθεί από συνάρτηση δυναμικής ενέργειας.

$$W_{a\rightarrow b} = U_a - U_b$$

$$U = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \cdots\right) = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

- Το δυναμικό είναι η δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου.

ΣΥΝΟΨΗ

- Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων είναι επίσης το γραμμικό ολοκλήρωμα του πεδίου

$$\mathrm{V_a} - \mathrm{V_b} = \int_a^b \overline{\mathbf{E}} \cdot d\bar{l}$$

- Ισοδυναμική επιφάνεια είναι η επιφάνεια πάνω στην οποία το δυναμικό έχει παντού την ίδια τιμή
- Οι ισοδυναμικές επιφάνειες και οι γραμμές πεδίου (ή δυναμικές γραμμές) είναι κάθετες μεταξύ τους.
- Το πεδίο μπορεί να εκφραστεί σε N/C αλλά μας είναι πολύ πιο χρήσιμη η μονάδα V/m.

ΣΥΝΟΨΗ

- Το πεδίο είναι η   κλίση (γενικευμένη παράγωγος) του δυναμικού

$$\overline{E} = -\nabla V$$

- Το ηλεκτρονιοβόλτ είναι η ενέργεια που χρειάζεται ένα σωματίδιο για να διασχίσει διαφορά δυναμικού ίση με 1V