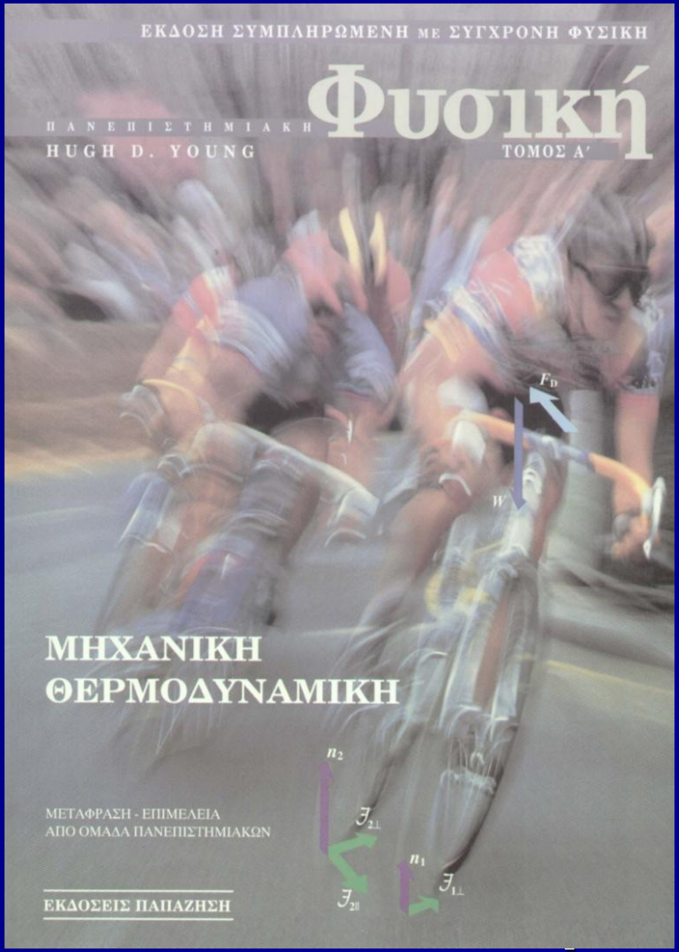
Ενημέρωση

Η διδασκαλία του μαθήματος, πολλά από τα σχήματα και όλες οι ασκήσεις προέρχονται από το βιβλίο:

«Πανεπιστημιακή Φυσική» του Hugh Young των Εκδόσεων Παπαζήση, οι οποίες μας επέτρεψαν τη χρήση των σχετικών σχημάτων και ασκήσεων

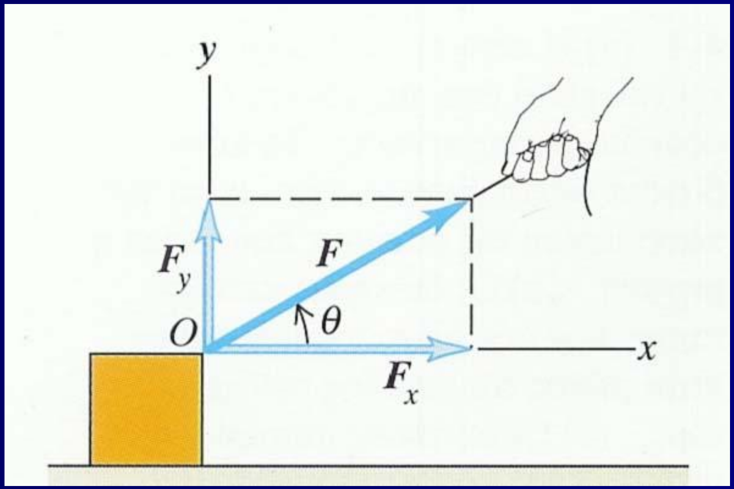


ΣΥΝΟΨΗ 3ου Μαθήματος

ΔΥΝΑΜΙΚΗ

Ανάλυση και επαλληλία δυνάμεων;

Όπως όλα τα διανύσματα!



$$\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2 + \ldots + \vec{\mathbf{F}}_n$$

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + \ldots + F_{nx}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + \ldots + F_{ny}$$

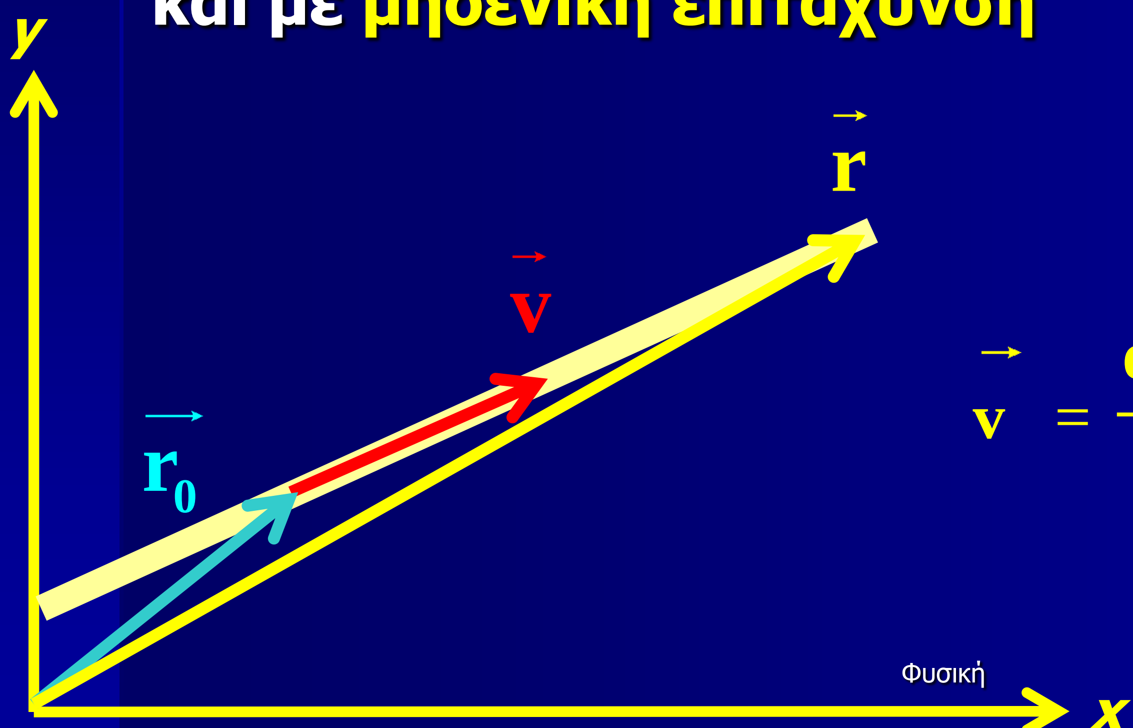
Οι δυνάμεις μπορούν να αντικατασταθούν από τις συνιστώσες τους

ΣΥΝΟΨΗ 3ου Μαθήματος

1ος Νόμος του Νεύτωνα

Κάθε σώμα πάνω στο οποίο η συνολική δύναμη είναι μηδενική κινείται με σταθερή διανυσματική ταχύτητα (η οποία μπορεί να είναι και μηδενική) και με μηδενική επιτάχυνση

$$\vec{\mathbf{F}} = 0 \Rightarrow \vec{\mathbf{a}} = 0$$



$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \vec{c} \Rightarrow \vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_0 + \vec{\mathbf{v}}t$$

ΣΥΝΟΨΗ 3ου Μαθήματος

2ος Νόμος του Νεύτωνα

Αν η **συνολική δύναμη** δεν είναι μηδενική, το σώμα επιταγχύνεται με **επιτάχυνση ανάλογη με τη δύναμη** και η αναλογία αυτή είναι **σταθερή** για κάθε σώμα

$$F / a = \sigma\tau\alpha\theta.$$

Η σταθερή αναλογία ονομάζεται μάζα αδράνειας, m

$$\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}} \qquad \Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$$

$$\Sigma F_x = ma_x \quad \Sigma F_y = ma_y \quad \Sigma F_z = ma_z$$

ΣΥΝΟΨΗ 3ου Μαθήματος

1ος - 2ος Νόμος του Νεύτωνα

1ος Νόμος του Νεύτωνα

Μόνο στα συστήματα αναφοράς που ισχύει η σχέση…

$$\vec{\mathbf{F}} = 0 \;\Rightarrow \vec{\mathbf{a}} = 0 \Rightarrow \vec{\mathbf{v}} = \overrightarrow{\boldsymbol{\sigma\tau\alpha\theta}}.$$

2ος Νόμος του Νεύτωνα

…ισχύει και η σχέση:

$$\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$$

Τα συστήματα που ισχύει ο 1ος Νόμος του Νεύτωνα λέγονται αδρανειακά συστήματα αναφοράς

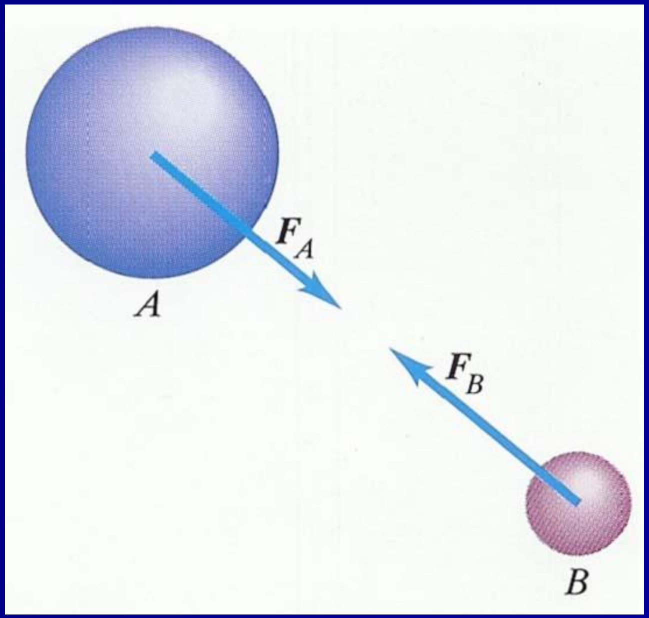
ΣΥΝΟΨΗ 3ου Μαθήματος

3ος Νόμος του Νεύτωνα

Αν ένα σώμα Α ασκεί σε ένα σώμα Β μία δύναμη, τότε το σώμα Β ασκεί στο σώμα Α δύναμη (ίδιου τύπου) ίση σε μέτρο και με αντίθετη κατεύθυνση.

$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{A}\,(\alpha\pi\acute{o}\ \mathbf{B})} = -\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{B}\,(\alpha\pi\acute{o}\ \mathbf{A})}.$$

Αρχή διατήρησης δυνάμεων



ΠΡΟΣΟΧΗ!!!

Οι δυνάμεις ασκούνται σε ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΣΩΜΑΤΑ

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ & ΕΡΓΟ

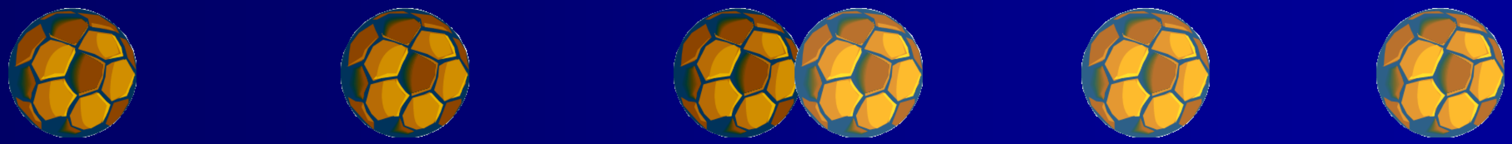
Τι είναι *Ενέργεια* ;

- ✓ **Εξαιρετικά δύσκολο να οριστεί!!!**
- ✓ **Βασική έννοια ενός θεμελιώδη νόμου (*Διατήρησης της Ενέργειας*), που (όπως όλοι οι νόμοι διατήρησης) βεβαιώνει ότι το σύνολό της είναι σταθερό π.χ. αντίστοιχος με το νόμο διατήρησης της μάζας**

ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Διατήρηση Ενέργειας

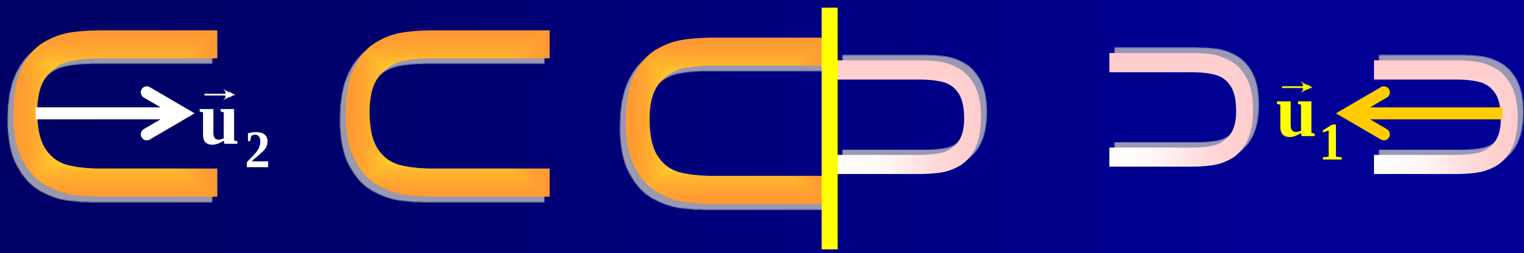
- ✓ **Ελαστική σύγκρουση**



- ✓ **Διατήρηση της ποσότητας** $\frac{1}{2}mu^2$ **(Κινητική ενέργεια)**

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

- **Μη ελαστική σύγκρουση**



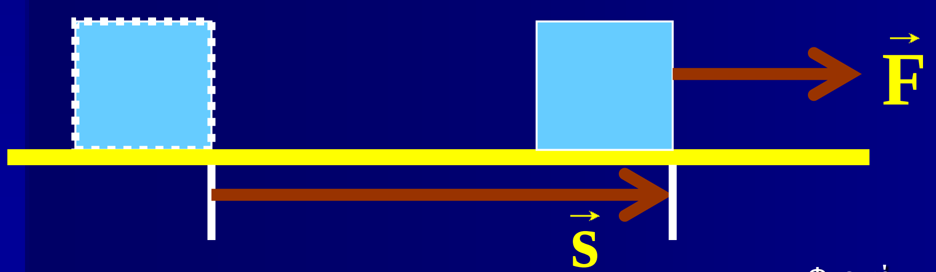
- **Μη Διατήρηση της ποσότητας $\frac{1}{2}mu^2$ (Κινητική ενέργεια)-Γιατί;**
- **Ένα άλλο είδος ενέργειας (Εσωτερική ενέργεια!) συμμετέχει, ώστε να διατηρείται η *συνολική ενέργεια***
- ***Σε κάθε περίπτωση που θεωρήθηκε ότι η αρχή αυτή δεν ισχύει, οδηγηθήκαμε σε ανακάλυψη μίας νέας μορφής ενέργειας***

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ & ΕΡΓΟ

Έργο

- ✓ Συνδεδεμένο με τη δράση δύναμης σε ένα σώμα
- ✓ Μεταβάλλει την Κινητική Ενέργεια $\frac{1}{2}mu^2$

Έργο στην ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή δύναμη με την ίδια διεύθυνση



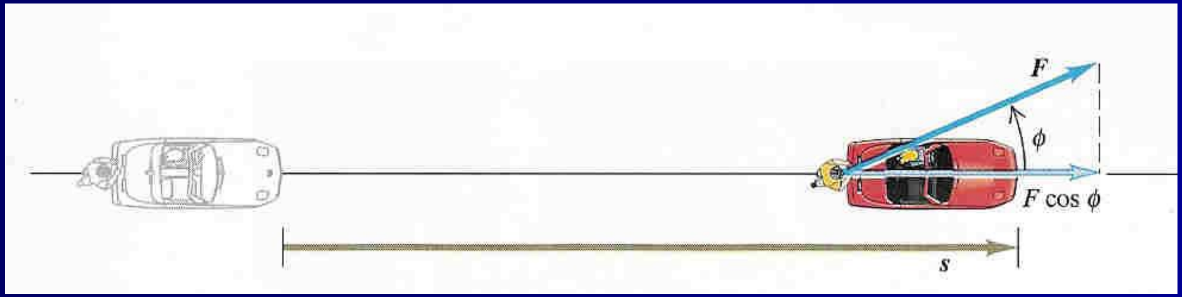
$$W = F\ s$$

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ & ΕΡΓΟ

Έργο

- ✓ **Μονάδα** ***1N*m=1Joule***

Έργο στην ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή δύναμη που σχηματίζει γωνία *φ* με τη μετατόπιση



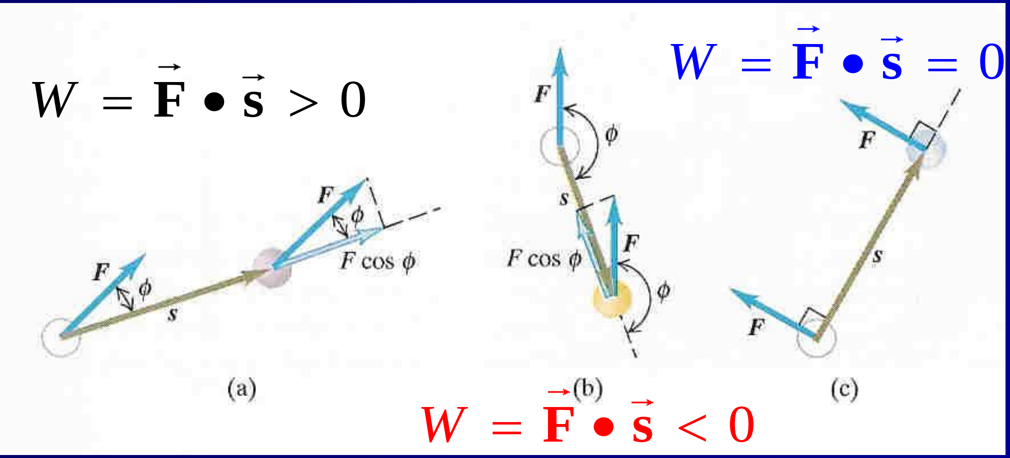
$$W = F\ s \cos\phi$$

$$W = \vec{\mathbf{F}} \bullet \vec{\mathbf{s}}$$

ΕΡΓΟ

Ευθύγραμμη κίνηση

$$W = F\ s \cos\phi \qquad\qquad W = \vec{\mathbf{F}} \bullet \vec{\mathbf{s}}$$



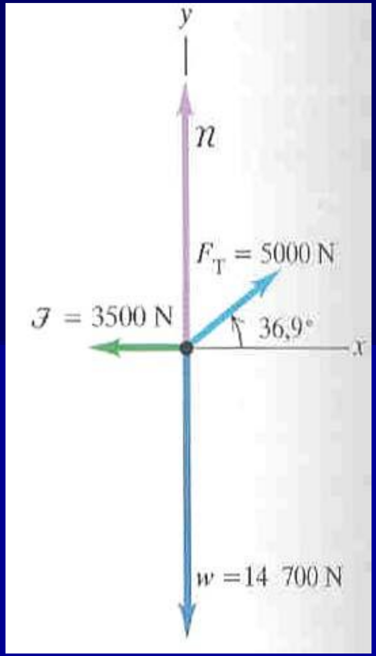
Όταν υπάρχουν πολλές δυνάμεις:

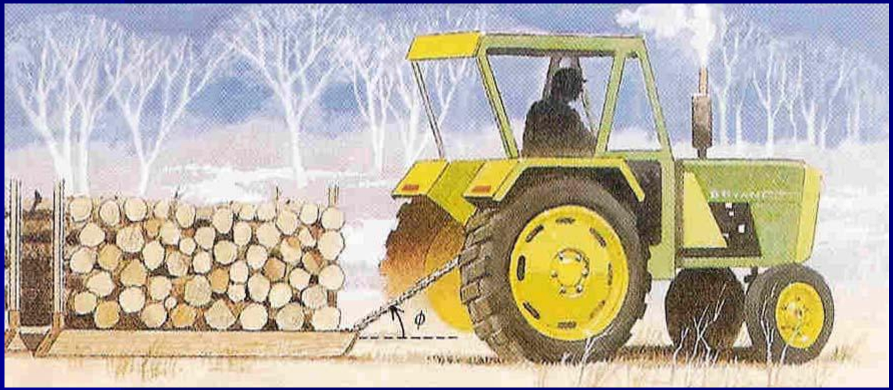
- ✓ Υπολογίζουμε τη συνολική δύναμη και **μετά** βρίσκουμε το έργο της ή
- ✓ Υπολογίζουμε το έργο **κάθε δύναμης** και αθροίζουμε τα έργα

ΕΡΓΟ

Παράδειγμα 6-2

Ένα τρακτέρ σέρνει καυσόξυλα σε απόσταση 20m. Το συνολικό βάρος του τρακτέρ και των ξύλων είναι 14700N και το τρακτέρ ασκεί δύναμη 5000N υπό γωνία *φ*=36.9°στα ξύλα, στα οποία ασκείται και τριβή 3500N. Τι έργο παράγει η κάθε δύναμη;





$$W_{F_T} = \vec{\mathbf{F}}_T \bullet \vec{\mathbf{s}} =$$

$$5000 * \cos(36.9) * 20 = 80000 J$$

$$W_T = \vec{\mathbf{T}} \bullet \vec{\mathbf{s}} =$$

$$3500 * \cos(180) * 20 = -70000 J$$

$$W = W_{F_T} + W_T = 10000 J$$

ΕΡΓΟ

Παράδειγμα 6-3

Ηλεκτρόνιο κινείται με σταθερή ταχύτητα $8*10^7$m/sec. Πάνω του ασκούνται ηλεκτρικές, μαγνητικές και βαρυτικές δυνάμεις. Ποιο το έργο που παράγεται όταν μετακινηθεί κατά 1m;

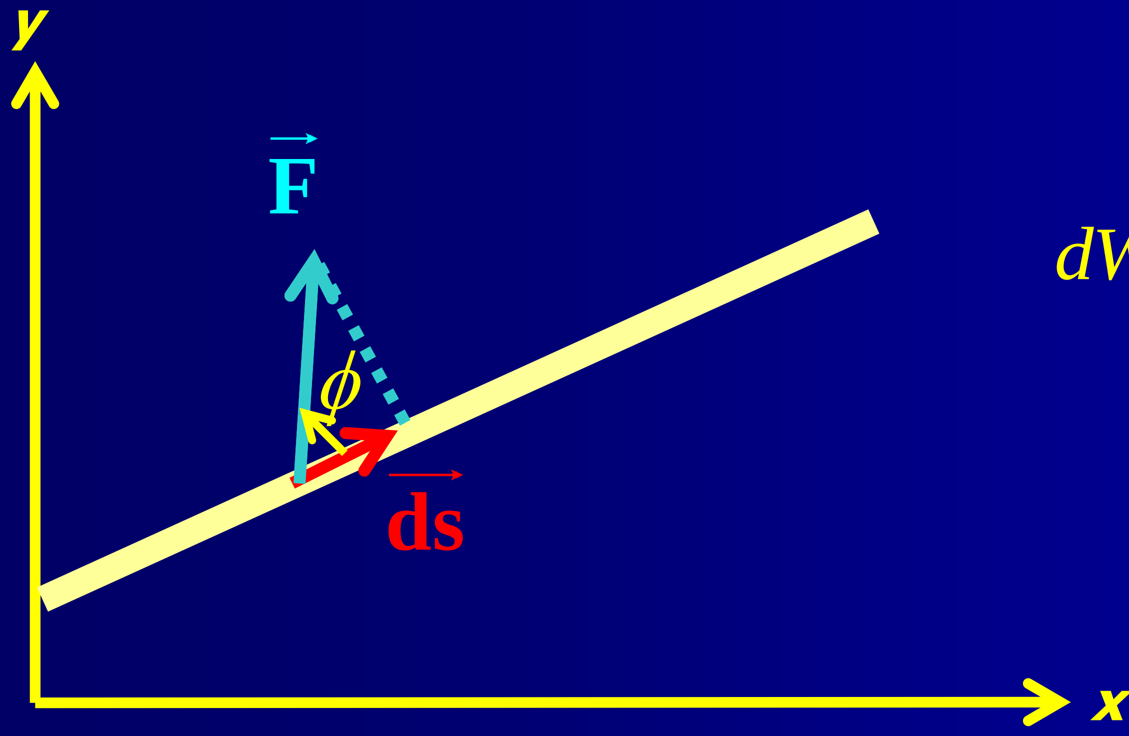
1ος Νόμος του Νεύτωνα

$$\vec{\mathbf{v}} = \overrightarrow{\mathbf{σταθ}} \Rightarrow \vec{\mathbf{a}} = 0 \Rightarrow \vec{\mathbf{F}} = 0$$

$$W = \vec{\mathbf{F}} \bullet \vec{\mathbf{s}} = 0$$

ΕΡΓΟ

Μεταβαλλόμενη δύναμη στην ευθύγραμμη κίνηση



$$dW = F\ ds \cos\phi$$

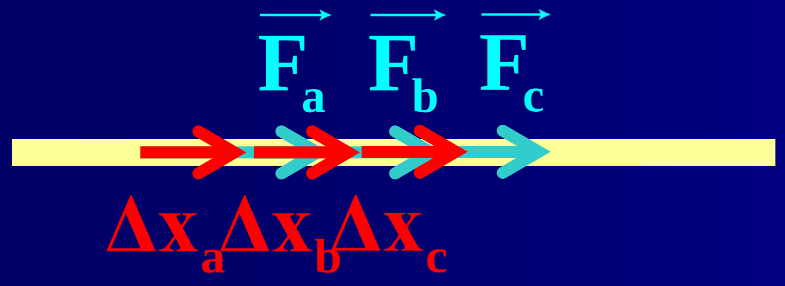
$$dW = \vec{F} \bullet \vec{ds}$$

ΕΡΓΟ

Μεταβαλλόμενη δύναμη στην ευθύγραμμη κίνηση

Αν θεωρήσουμε ότι η κίνηση γίνεται (για λόγους απλότητας) στον άξονα x και ότι η δύναμη είναι παράλληλη με τον x τότε:

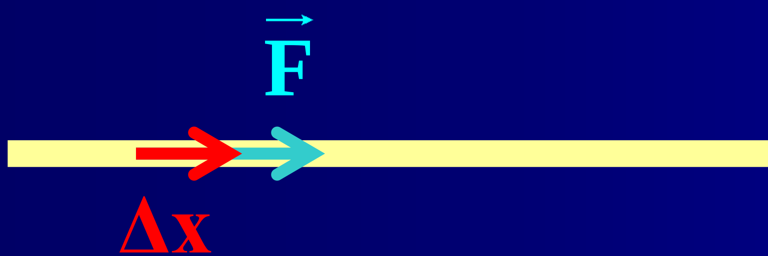
$$\Delta W_a = F_a\ \Delta x_a \qquad \Delta W_b = F_b\ \Delta x_b \qquad \Delta W_c = F_c\ \Delta x_c$$



$$W = \Delta W_a + \Delta W_b + \ldots$$

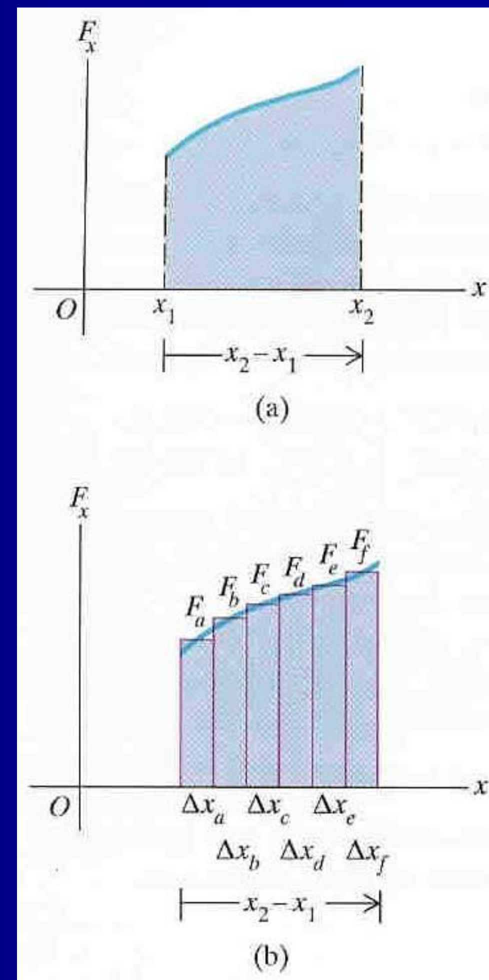
ΕΡΓΟ

Μεταβαλλόμενη δύναμη στην ευθύγραμμη κίνηση



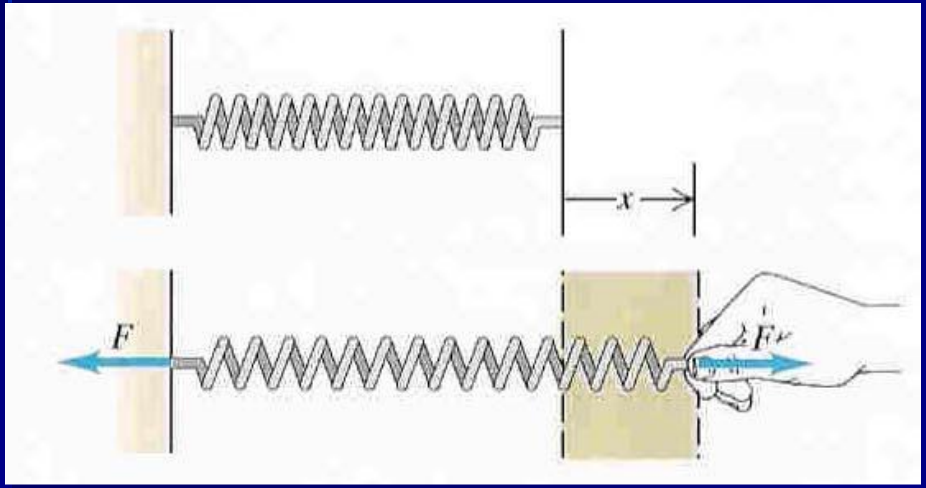
$$W = \Delta W_a + \Delta W_b + \ldots$$

$$W = \int dW = \int F dx$$



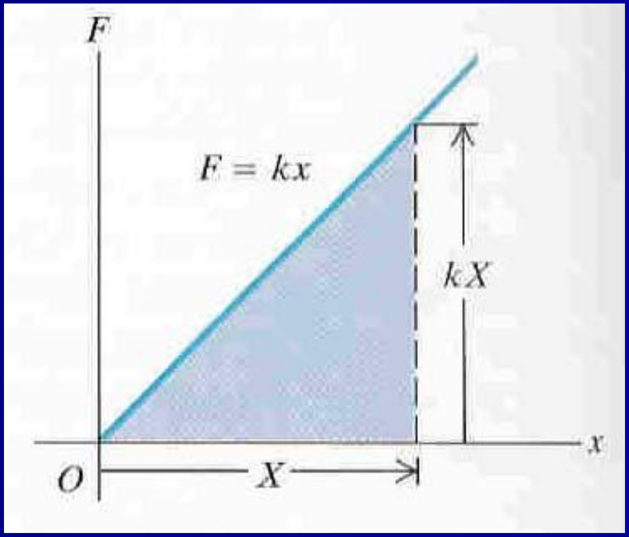
ΕΡΓΟ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΗΝ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΙΝΗΣΗ

Παράδειγμα: Ελατήριο



$$F = kx$$

Νόμος Hooke

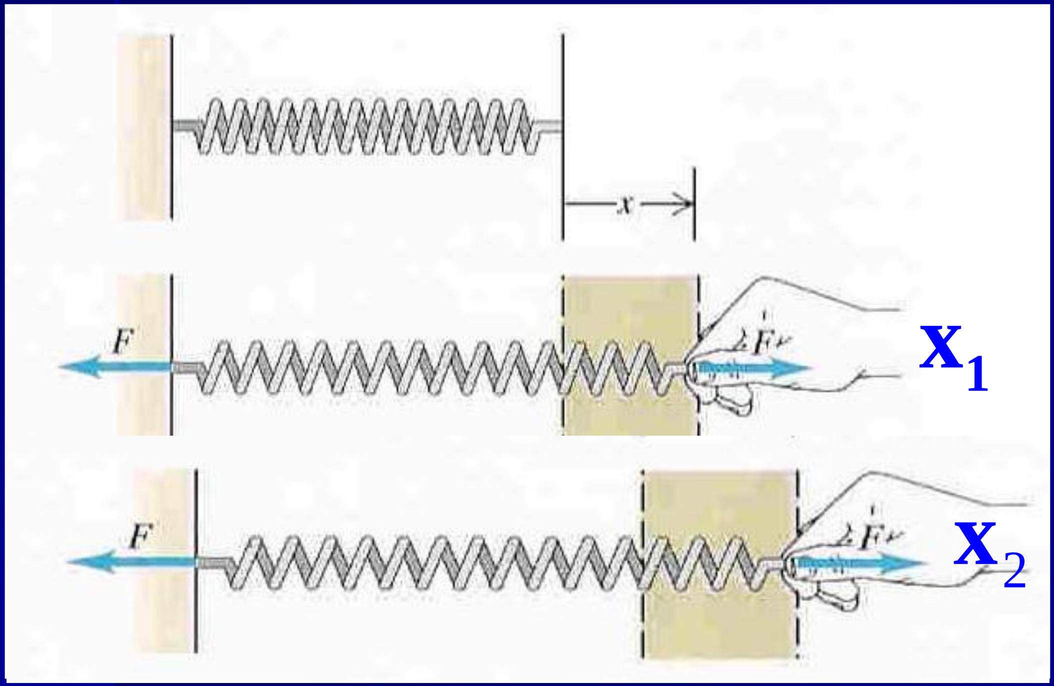


$$W = \int dW = \int F dx = \int kx dx$$

$$W = \frac{1}{2} kx^2$$

ΕΡΓΟ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΗΝ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΙΝΗΣΗ

Παράδειγμα: Ελατήριο



$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} kx dx$$

$$W = \frac{1}{2} k{x_2}^2 - \frac{1}{2} k{x_1}^2$$

ΕΡΓΟ & ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Παράδειγμα: Κίνηση με σταθερή Επιτάχυνση

$$a = \sigma\tau\alpha\theta. \quad v = v_0 + at \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Απαλείφοντας το t:

$$v^2 = v_0{}^2 + 2a(x - x_0) \Rightarrow v^2 = v_0{}^2 + 2as \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0{}^2}{2s}$$

$$F = ma \Rightarrow F = m\frac{v^2 - v_0{}^2}{2s}$$

$$W = Fs = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0{}^2$$

ΕΡΓΟ & ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Παράδειγμα: Κίνηση με σταθερή Επιτάχυνση

$$W = Fs = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m{v_0}^2$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Κινητική Ενέργεια!!!

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

Το έργο που παράγεται από τη συνισταμένη εξωτερική δύναμη επί ενός σωματίου είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειάς του

ΕΡΓΟ & ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

$$W_{tot} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0{}^2 = \Delta K$$

1N*m = 1 Joule = 1Kgr*m²/sec²

Γενική μορφή κίνησης

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dx}{dt}\frac{dv}{dx} = v\frac{dv}{dx}$$

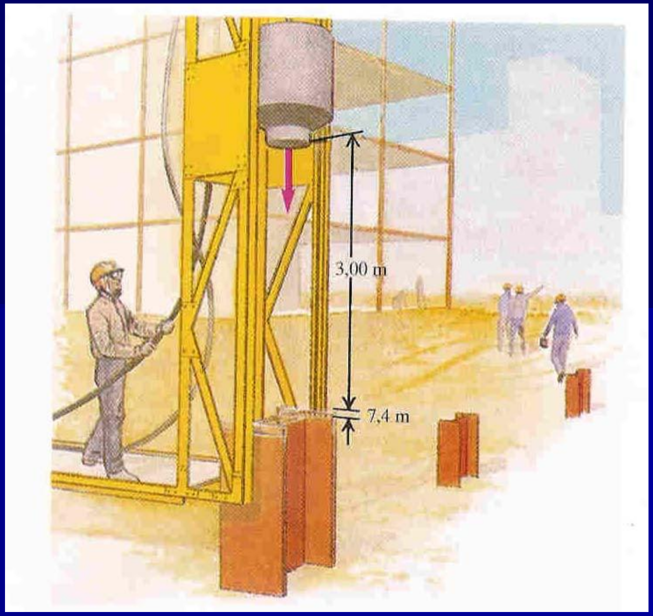
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx = \int_{x_1}^{x_2} ma\,dx$$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} m\,v\frac{dv}{dx}dx = \int_{v_1}^{v_2} m\,v\,dv = \frac{1}{2}mv_2{}^2 - \frac{1}{2}mv_1{}^2 = \mathrm{K}_2 - \mathrm{K}_1$$

ΕΡΓΟ

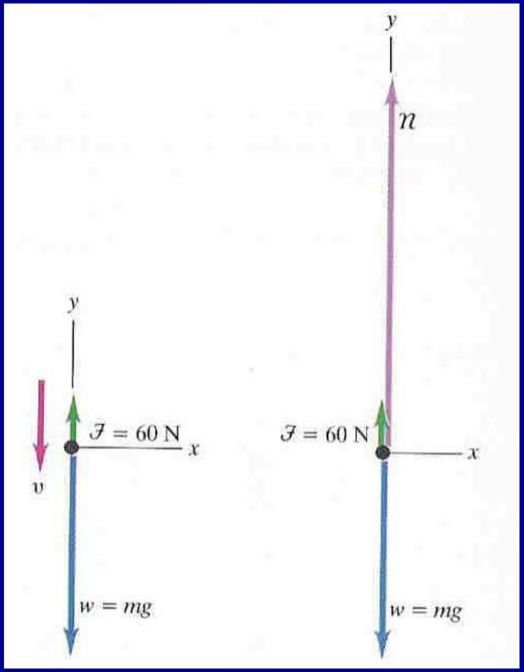
Παράδειγμα 6-7

Σε ένα σύστημα πάκτωσης δοκών μία σφύρα 200kg πέφτει με τη βοήθεια μεταλλικών οδηγών από ύψος 3m σε δοκό διατομής I, βυθίζοντάς την σε βάθος 7.4cm. Οι κατακόρυφοι οδηγοί ασκούν δύναμη τριβής 60N στην σφύρα. Βρείτε: α) την ταχύτητα της σφύρας πριν την πρόσκρουση στη δοκό και, β) τη μέση δύναμη που ασκεί η σφύρα στη δοκό διατομής I



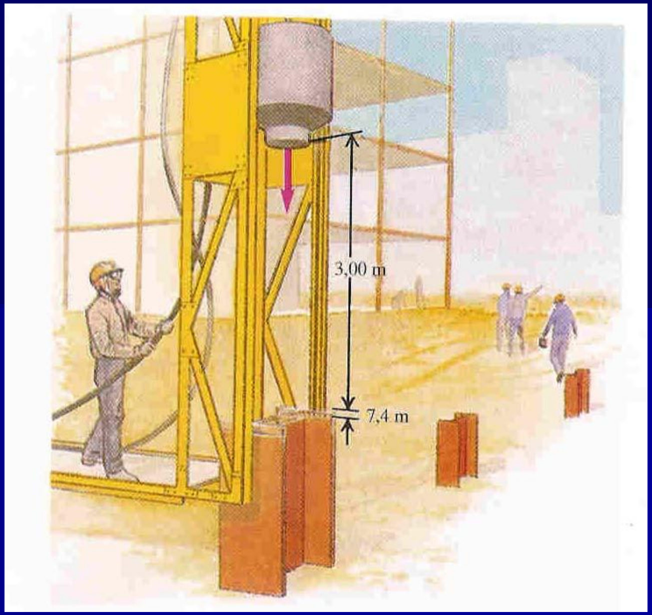
$$w = mg = 200 * 9.8 = 1960N$$

$$W = F * s = (1960 - 60) * 3 = 5700J$$



ΕΡΓΟ

$$W = F * s = (1960 - 60) * 3 = 5700 J$$



$$W = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v^2 - 0 \Rightarrow$$

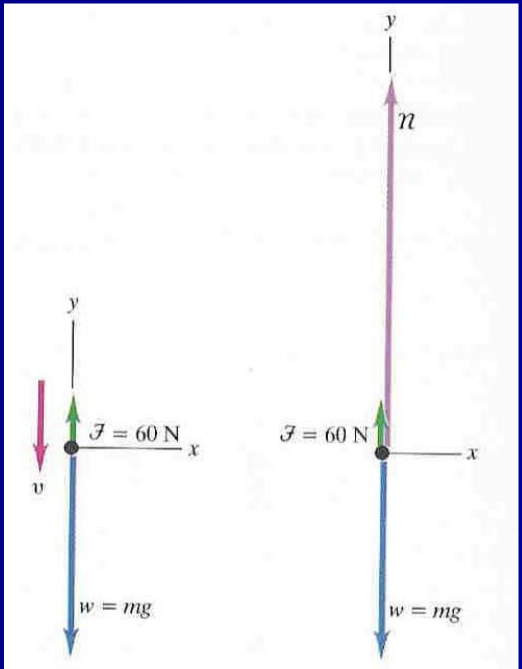
$$v = \sqrt{2W / m} = 7.55 m / s$$

Μετά την πρόσκρουση

$$W = K_2 - K_1 = 0 - \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow$$

$$(1960 - 60 - n) * 0.074 = -5700 \Rightarrow$$

$$n = 79000 N$$



ΕΡΓΟ και ΙΣΧΥΣ

Μέση Ισχύς

Μέση ενέργεια ανά μονάδα χρόνου

$$P_{av} = \frac{W_2 - W_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Στιγμιαία Ισχύς

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

Μονάδα ***1Joule/sec = 1Watt***

- ✓ ***Λάμπα 100W***
- ✓ ***Κατανάλωση 1KWh =1000W*3600s=3.6*10^6J=3.6MJ***

ΕΡΓΟ και ΙΣΧΥΣ

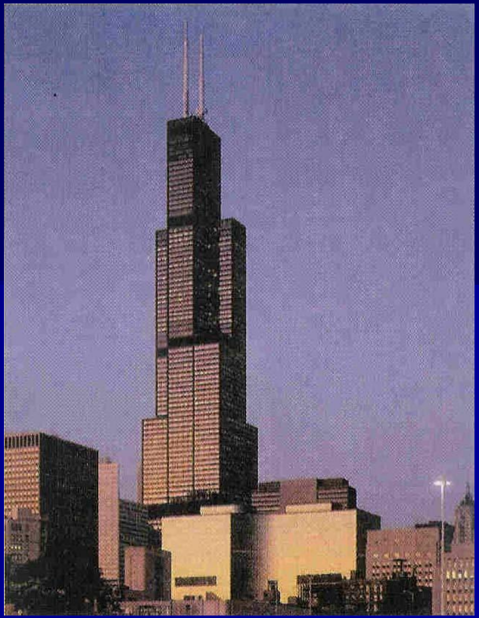
Ενέργεια - Ισχύς

Η ενέργεια ενώ δεν μπορεί να οριστεί (όπως π.χ έστω και προσεγγιστικά η δύναμη) είναι το βασικό εμπορεύσιμο προϊόν

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{\mathbf{F}} \bullet \overrightarrow{\mathbf{ds}}}{dt} = \vec{\mathbf{F}} \bullet \frac{\overrightarrow{\mathbf{ds}}}{dt}$$

$$\Rightarrow P = \vec{\mathbf{F}} \bullet \vec{\mathbf{v}} \qquad P_{av} = \vec{\mathbf{F}} \bullet \vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{av}}$$

ΕΡΓΟ και ΙΣΧΥΣ



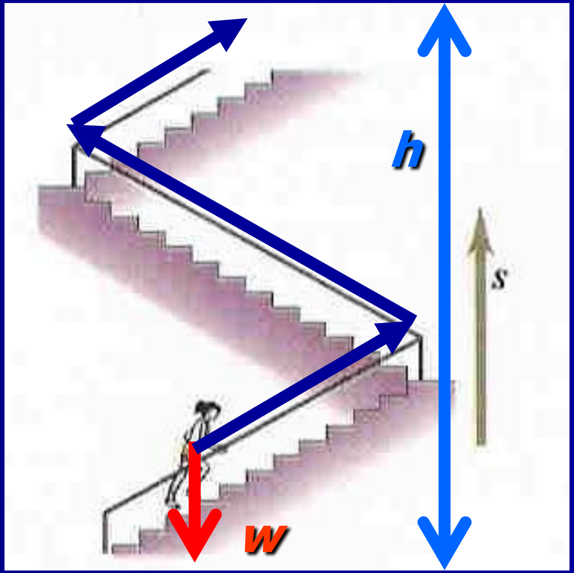
Παράδειγμα 6-9

Μία μαραθωνοδρόμος με μάζα 50Kg ανεβαίνει (με τις σκάλες) ουρανοξύστη ύψους 443m σε 15 λεπτά. Ποια η μέση ισχύς της αθλήτριας σε *Watt*

Α' Τρόπος

$$W = mgh = 50 * 9.8 * 443 = 2.17 * 10^5\ J$$

$$P_{av} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{2.17 * 10^5}{515 * 60} = 241W$$



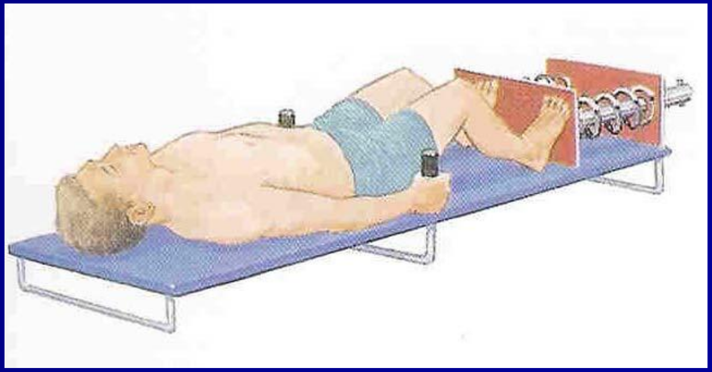
Β' Τρόπος

$$P_{av} = Fv_{av} = (mg)v_{av} \Rightarrow$$

$$P_{av} = 50 * 9.8 * 443 / 900 = 241W$$

ΕΡΓΟ

Άσκηση 6-10
Σε ένα μηχάνημα εκγύμνασης (ποδοπρέσα) ένας άνθρωπος παράγει έργο 40J όταν μετακινεί τα ελατήρια 0.2m. Πόσο πρόσθετο έργο πρέπει να παράγει για να πάει τα ελατήρια ακόμα 0.2m μακρύτερα;

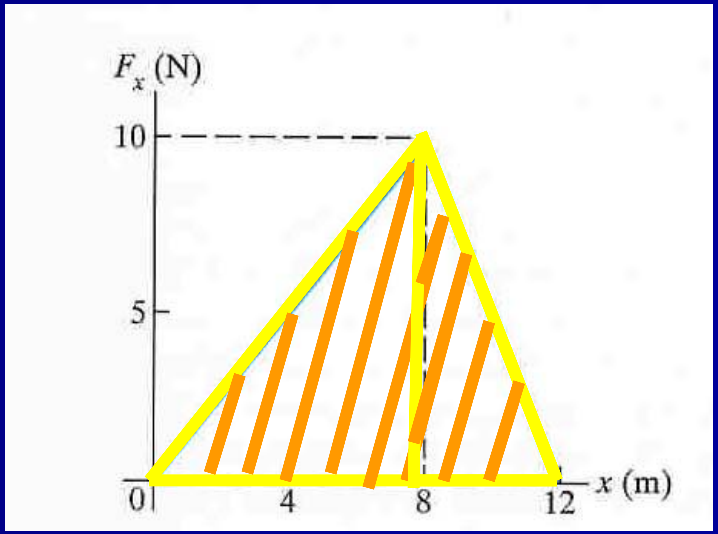


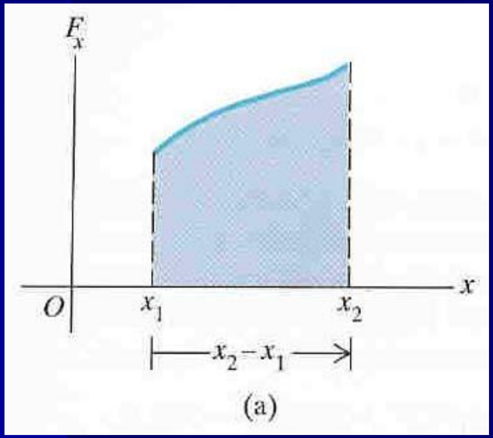
$$W_1 = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}k0^2 \Rightarrow k = 2W_1 / x_1^2 = 2000N / m$$

$$W_2 = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow W_2 = 160 - 40J = 120J$$

ΕΡΓΟ

Άσκηση 6-11
Μία δύναμη παράλληλη με τον x άξονα ασκείται σε ένα σώμα. Η δύναμη μεταβάλλεται με το χρόνο όπως δείχνει το διάγραμμα. Υπολογίστε το έργο που παράγεται από τη δύναμη F όταν το σώμα μετακινείται: α) από τη θέση x=0 στη θέση x=12m, β) από τη θέση x=12m στη θέση x=8m





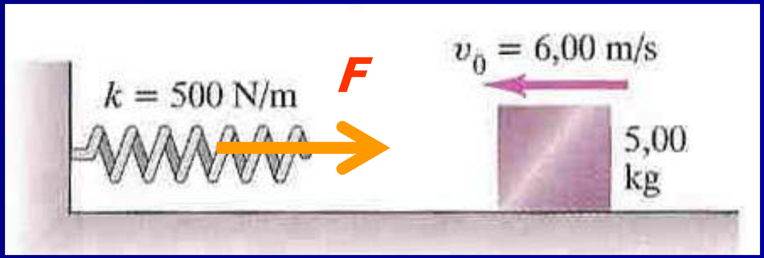
$$W_a = \frac{1}{2}12*10 = 60J$$

$$W_\beta = -\frac{1}{2}4*10 = -20J$$

$$W = \int dW = \int Fdx$$

ΕΡΓΟ

Άσκηση 6-50
Κύβος μάζας 5Kg κινείται με ταχύτητα 6m/s κατά μήκος μίας οριζοντίου επιφάνειας χωρίς τριβή και προσκρούει σε ελατήριο σταθεράς k=500N/m που είναι στερεωμένο σε τοίχο. Ποιο το μέγιστο μήκος που θα συμπιεστεί το ελατήριο;



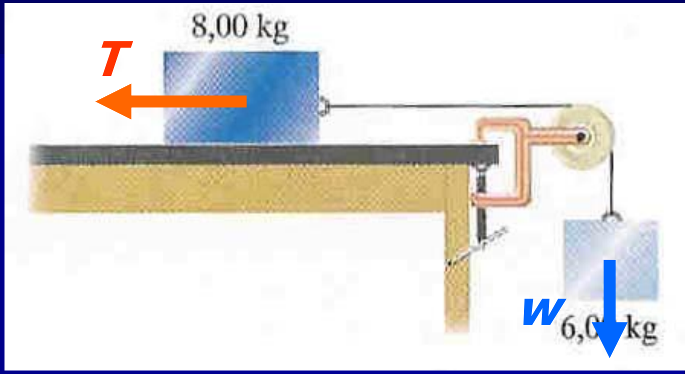
$$W = K_2 - K_1 \Rightarrow -\frac{1}{2}kx^2 = 0 - \frac{1}{2}m{v_0}^2 \Rightarrow$$

$$x = v_0\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow x = 6\sqrt{\frac{5}{500}} = 0.6m$$

ΕΡΓΟ

Άσκηση 6-52

Στο σύστημα του σχήματος ο συντ. τριβής του σώματος 8Kg με το τραπέζι είναι μ_{κ}=0.3. Θεωρείστε ότι το σχοινί και η τροχαλία δεν έχουν μάζα. Με ενεργειακή μέθοδο υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος 6Kg μετά από 1.5m, αν ξεκινάει από ηρεμία

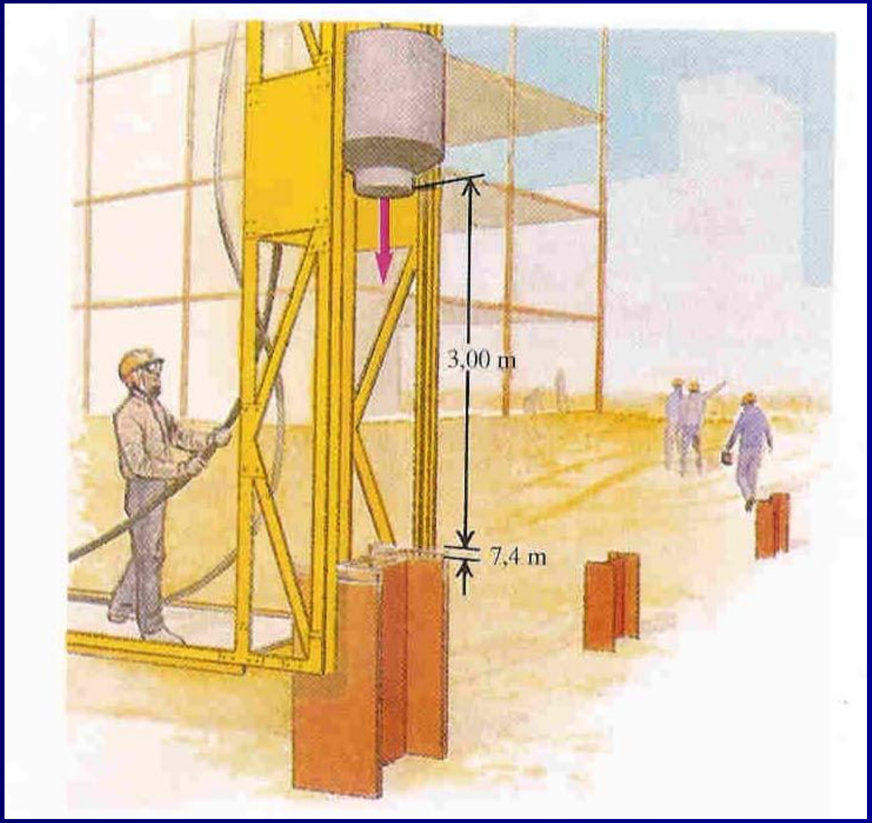


$$W_{tot} = K_2 - K_1 \Rightarrow \qquad (w - T)x = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow$$

$$(6*9.8 - 8*9.8*0.3)1.5 = \frac{1}{2}(8+6)v^2 \Rightarrow$$

$$v = 2.1m/\sec$$

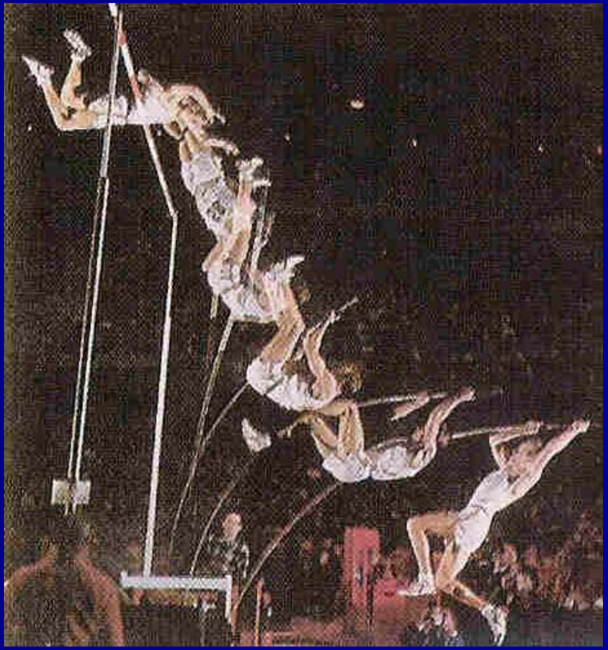
ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ



ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Τι είναι *Δυναμική ενέργεια* ;

- **Εξαιρετικά δύσκολο να οριστεί!!!**
- **Ενέργεια που συνδέεται με τη θέση και *όχι* με την κίνηση**
- **Οι σχετικές δυνάμεις λέγονται διατηρητικές δυνάμεις**
- **Η ολική μηχανική ενέργεια είναι η κινητική και η δυναμική**
- **Όταν η ολική ενέργεια είναι σταθερή, το σύστημα λέγεται διατηρητικό**



ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Παράδειγμα

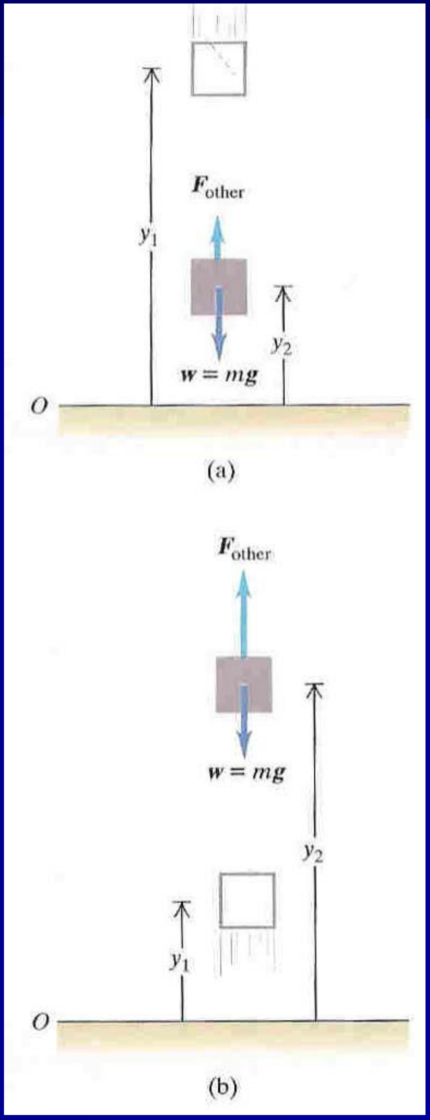
Βαρυτική Δυναμική ενέργεια

✓Άμεσα συνδεδεμένη με τη θέση ενός σώματος σε σχέση με τη Γη

$$W_{grav} = Fs = w(y_1 - y_2) = mgy_1 - mgy_2$$

✓Η ποσότητα ***U=mgy*** (***w* y***) ονομάζεται βαρυτική ενέργεια

$$W_{grav} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$



ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

$$W_{grav} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

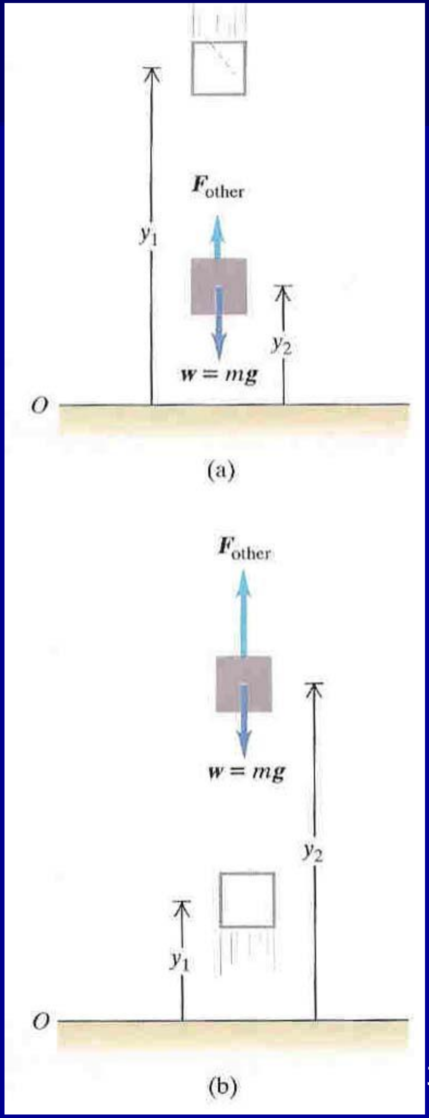
$$Έστω \ \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{other}} = 0$$

$$W_{tot} = W_{grav} = U_1 - U_2$$

$$W_{tot} = \mathrm{K}_2 - \mathrm{K}_1 \Rightarrow U_1 - U_2 = \mathrm{K}_2 - \mathrm{K}_1 \Rightarrow$$

$$U_1 + \mathrm{K}_1 = U_2 + \mathrm{K}_2$$

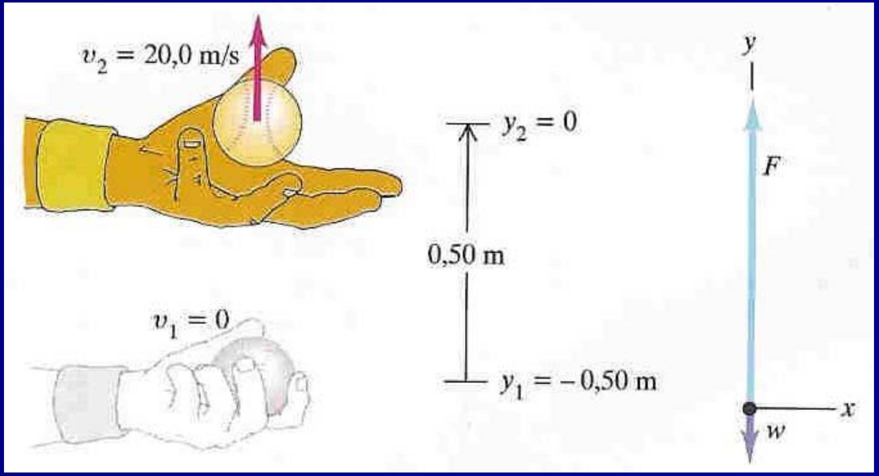
Ολική μηχανική ενέργεια



ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Παράδειγμα 7-1

Μία μπάλα μπέϊζμπολ μάζας 0.15Kg ρίχνεται προς τα πάνω, δίνοντας μία αρχική ταχύτητα 20m/s. Με ενεργειακά κριτήρια βρείτε σε τι ύψος θα φτάσει η μπάλα (θεωρείστε μηδενική αντίσταση αέρα)



$$mgy_1 + \frac{1}{2} m{v_1}^2 = mgy_2 + \frac{1}{2} m{v_2}^2 \Rightarrow$$

$$y_2 = y_1 + \frac{1}{2g}\left({v_1}^2 - {v_2}^2\right) = 20m$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

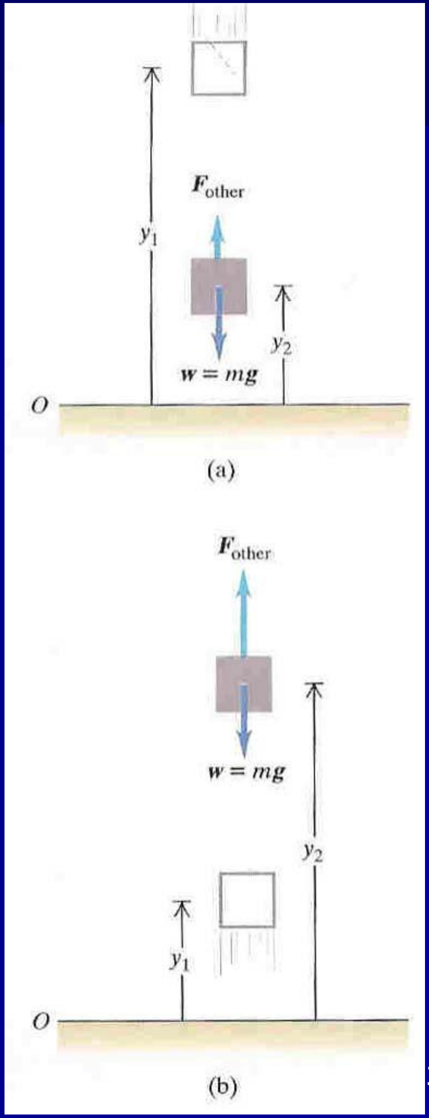
$$W_{grav} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

$$\text{Αν } \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{other}} \neq 0$$

$$W_{tot} = W_{grav} + W_{other} = K_2 - K_1$$

$$U_1 - U_2 + W_{other} = K_2 - K_1 \Rightarrow$$

$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$



Το έργο που παράγεται από όλες τις δυνάμεις (εκτός από τη βαρυτική) ισούται με τη μεταβολή της ολικής μηχανική ενέργειας

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

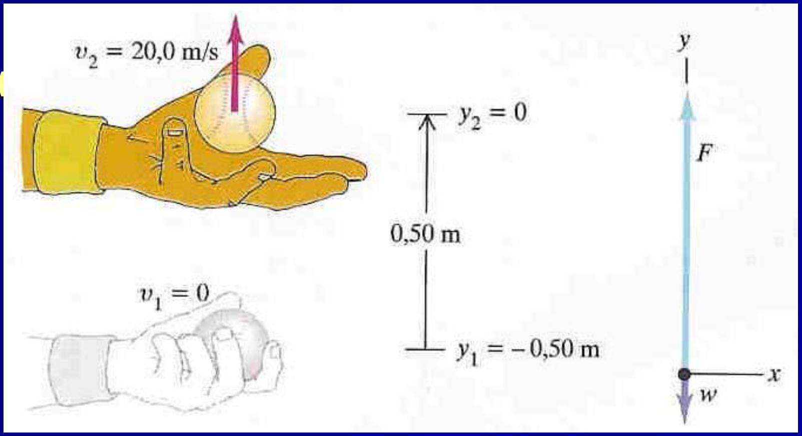
Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

- ✓ Καθορισμός αρχικής (*1*) και τελικής (*2*) κατάστασης
- ✓ Καθορισμός του συστήματος συντεταγμένων (το *y* προς τα πάνω για τη σχέση *U=mgy*)
- ✓ Καταγραφή τιμών ενέργειας (K_1, K_2, U_1, U_2)
- ✓ Υπολογισμός έργου άλλων δυνάμεων W_{other}
- ✓ Χρήση σχέσης: $U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$
- ✓ Προσοχή: Η βαρύτητα στο ΔU, άλλες δυνάμεις στο W_{other}

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Παράδειγμα 7-2

Μία μπάλα μπέϊζμπολ μάζας 0.15Kg ρίχνεται προς τα πάνω, δίνοντας μία αρχική ταχύτητα 20m/s. Για να γίνει αυτό, ασκήθηκε στη μπάλα σταθερή δύναμη για μήκος 0.5m. Με ενεργειακά κριτήρια βρείτε: α) Τι δύναμη ασκήθηκε; β) Τι ταχύτητα θα έχει 15m πάνω από το σημείο που έφυγε από το χέρι;



Όσο ακουμπάει τη μπάλα το χέρι: $U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$

$$mgy_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 + Fs = mgy_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow$$

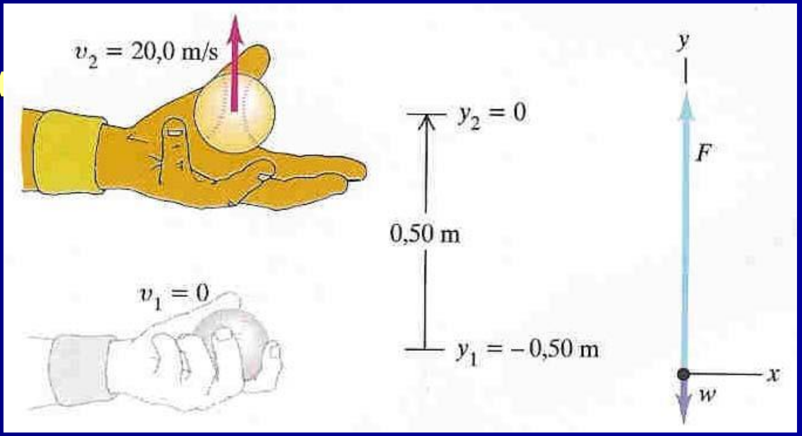
$$0.15*9.8*(-0.5) + 0 + F*0.5 = 0 + \frac{1}{2}0.15*20^2 \Rightarrow$$

$$F = 62N$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Παράδειγμα 7-2

Μία μπάλα μπέϊζμπολ μάζας 0.15Kg ρίχνεται προς τα πάνω, δίνοντας μία αρχική ταχύτητα 20m/s. Για να γίνει αυτό, ασκήθηκε στη μπάλα σταθερή δύναμη για μήκος 0.5m. Με ενεργειακά κριτήρια βρείτε: α) Τι δύναμη ασκήθηκε; β) Τι ταχύτητα θα έχει 15m πάνω από το σημείο που έφυγε από το χέρι;



Όταν δέν ακουμπάει τη μπάλα το χέρι: $U_3 + K_3 = U_2 + K_2$

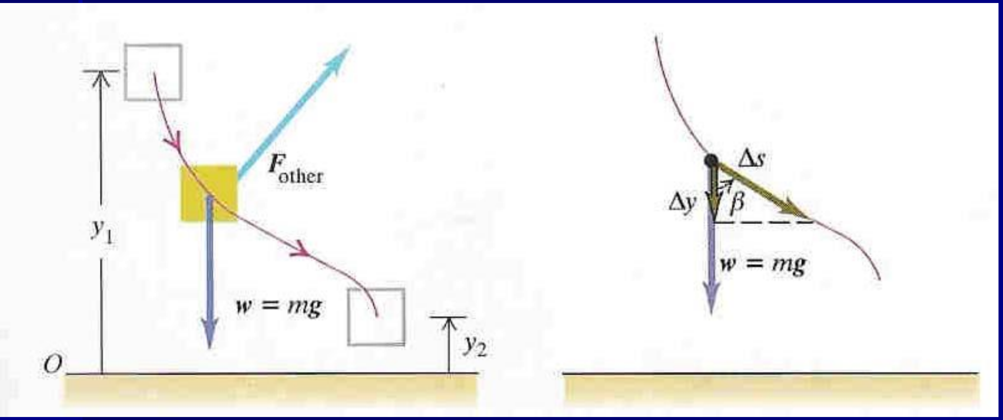
$$mgy_3 + \frac{1}{2} m{v_3}^2 = mgy_2 + \frac{1}{2} m{v_2}^2 \Rightarrow$$

$$0.15*9.8*15 + \frac{1}{2} 0.15*{v_3}^2 = 0 + \frac{1}{2} 0.15*20^2 \Rightarrow$$

$${v_3}^2 = 100 \Rightarrow v_3 = \pm 10 m/s$$

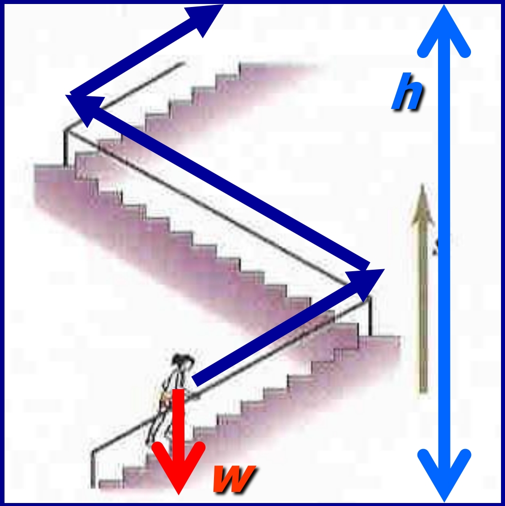
ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Τι συμβαίνει με τη *Δυναμική ενέργεια* όταν το σώμα κινείται σε καμπύλη τροχιά;



$$\Delta W = w * \Delta s * \cos\beta \Rightarrow$$

$$\Delta W = m * g * \Delta y$$



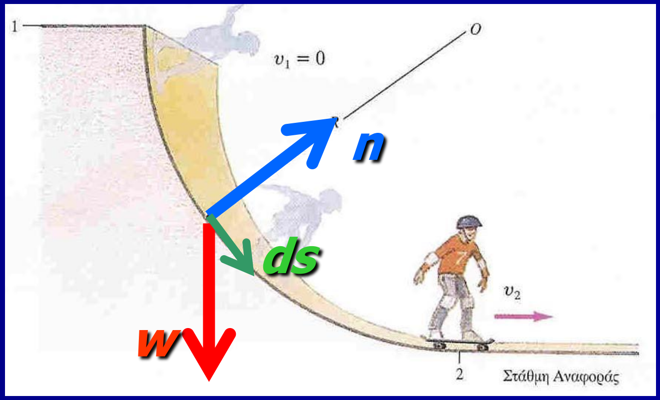
Παράδειγμα 6-9

Το έργο (και η αντίστοιχη ισχύς) της μαραθωνοδρόμου ήταν ανεξάρτητο από το «σχήμα» που είχαν οι σκάλες!!!

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Παράδειγμα 7-3

Ένας φίλος σας κάνει πατίνι κατά μήκος μίας πίστας κυκλικού σχήματος (τεταρτημόριο ακτίνας R). Αν η συνολική μάζα του φίλου σας (με το πατίνι) είναι 25Kg και δεν υπάρχει τριβή, με τι ταχύτητα «βγαίνει» από την πίστα;



Η μη ενεργειακή επίλυση είναι εξαιρετικά δύσκολη!!!

$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

$$W_{other} = \int \vec{\mathbf{n}} \bullet \overrightarrow{\mathbf{ds}} = 0$$

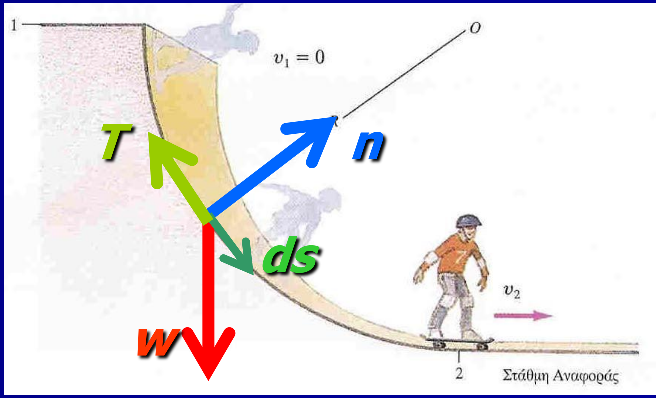
$$mgR + 0 + 0 = \frac{1}{2} m v_2^{\,2} + 0$$

$$v_2 = \sqrt{2gR} = 7.67 m/s$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Παράδειγμα 7-4

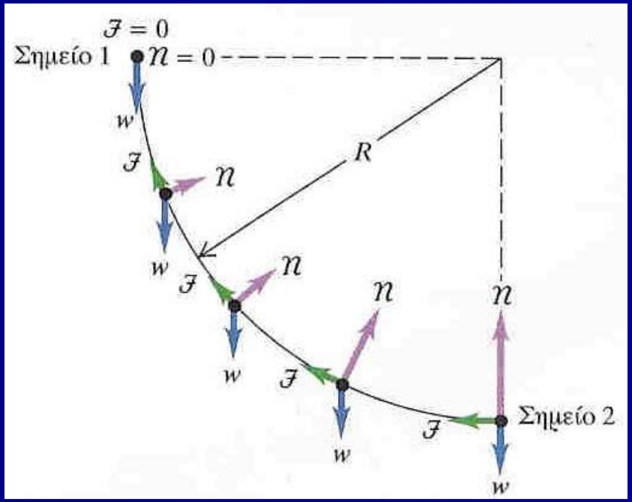
Αν στο παράδειγμα *7-3* υπάρχουν τριβές και ο φίλος σας «βγαίνει» από την πίστα με ταχύτητα 7m/s, τι έργο παρήγαγε η τριβή;



$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

$$mgR + 0 + W_T = \frac{1}{2} m v_2{}^2 + 0 \Rightarrow$$

$$W_T = -122J$$

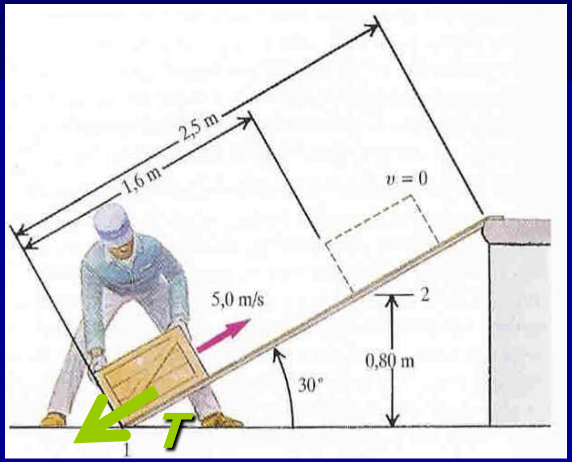


Η μη ενεργειακή επίλυση είναι εξαιρετικά δύσκολη!!!

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Παράδειγμα 7-7

Κιβώτιο μάζας 80Kg πρέπει να μεταφορτωθεί με ολίσθηση κατά μήκος μίας ράμπας μήκους 2.5m και κλίσης 30^o. Ο εργάτης εκτίμησε ότι αν το κινήσει με ταχύτητα 5m/s από το κατώτατο σημείο θα φορτωθεί κανονικά. Όμως λόγω τριβής το φορτίο προχώρησε 1.6m και επέστρεψε. Βρείτε: α) Ποια η τριβή; β) Με τι ταχύτητα επιστρέφει στο κάτω μέρος της ράμπας



$$W_{other} = W_T = -Ts$$

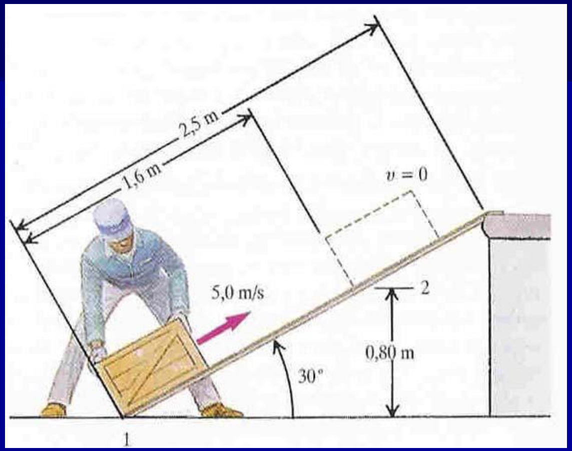
$$U_1 + K_1 + W_T = U_2 + K_2$$

$$0 + \frac{1}{2}80 * 5^2 + W_T = 0 + 80 * 9.8 * 1.6 * \sin 30^o$$

$$W_T = -373J \Rightarrow T = \frac{373}{1.6} = 233N$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Παράδειγμα 7-7



$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_3$$

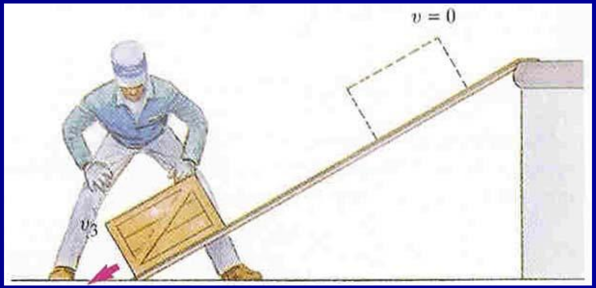
$$U_1 = U_3$$

$$K_1 + W_{other} = K_3$$

$$W_{other} = W_T = -T(2s) = -746J$$

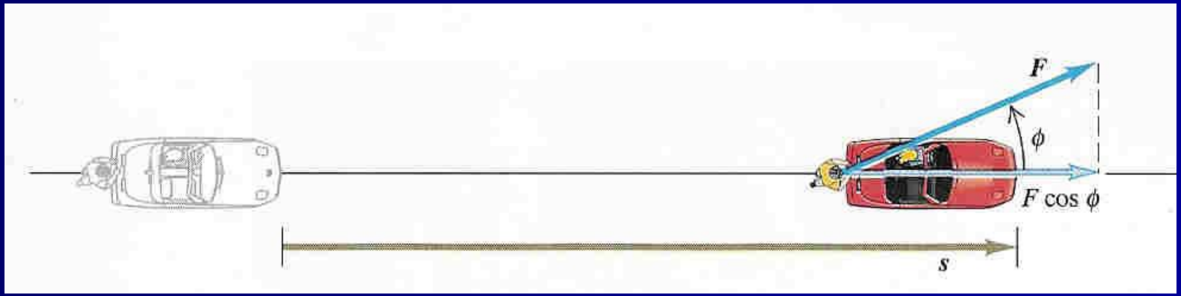
$$\frac{1}{2}80*5^2 - 746 = \frac{1}{2}80*v_3{}^2 \Rightarrow$$

$$v_3 = 2.5m/s$$



ΣΥΝΟΨΗ 4ου Μαθήματος

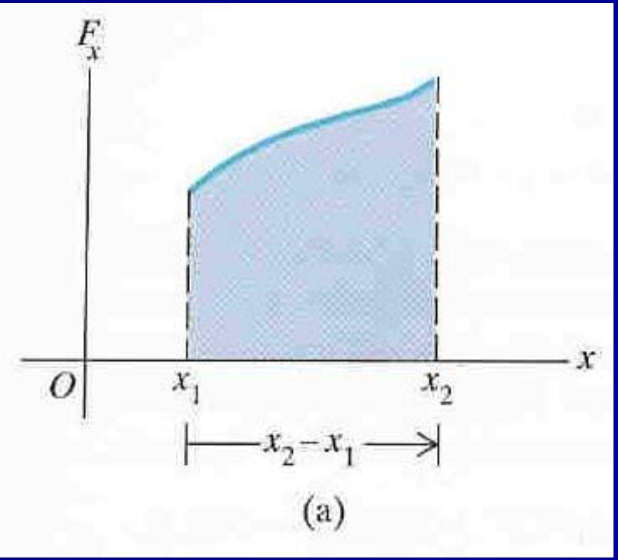
Έργο



$$W = F\ s\cos\phi \Rightarrow W = \vec{\mathbf{F}} \bullet \vec{\mathbf{s}}$$

Μεταβαλλόμενη δύναμη στην ευθύγραμμη κίνηση

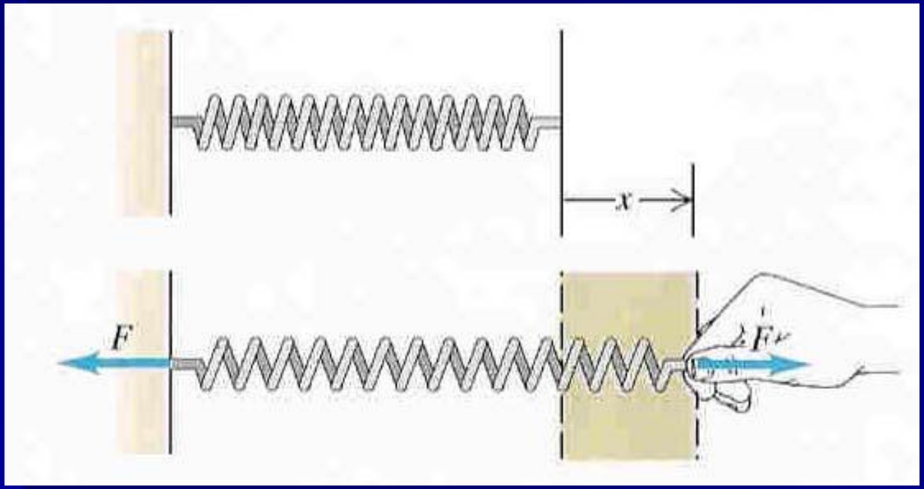
$$W = \int dW = \int F dx$$

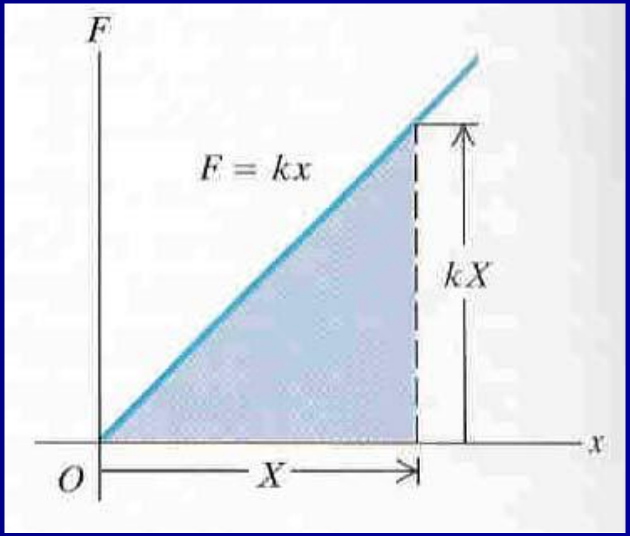


ΣΥΝΟΨΗ 4ου Μαθήματος

Έργο $W = \int dW = \int F dx$

$$F = kx$$





$$W = \frac{1}{2} k x^2$$

ΣΥΝΟΨΗ 4^{ου} Μαθήματος

Μέση Ισχύς

Μέση ενέργεια ανά μονάδα χρόνου

$$P_{av} = \frac{W_2 - W_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Στιγμιαία Ισχύς

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

ΣΥΝΟΨΗ 4ου Μαθήματος

$$W = Fs = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0{}^2$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Κινητική Ενέργεια!!!

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

Το έργο που παράγεται από τη συνισταμένη εξωτερική δύναμη επί ενός σωματίου είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειάς του

ΣΥΝΟΨΗ 4^{ου} Μαθήματος

Βαρυτική Δυναμική ενέργεια

$$W_{grav} = mgy_1 - mgy_2 = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

Ολική μηχανική ενέργεια

$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{other}} = 0 \qquad U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{other}} \neq 0 \qquad U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

Το έργο που παράγεται από όλες τις δυνάμεις (εκτός από τη βαρυτική) ισούται με τη μεταβολή της ολικής μηχανική ενέργειας

ΣΥΝΟΨΗ 4ου Μαθήματος

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

- Καθορισμός αρχικής (*1*) και τελικής (*2*) κατάστασης
- Καθορισμός του συστήματος συντεταγμένων (το *y* προς τα πάνω για τη σχέση *U=mgy*)
- Καταγραφή τιμών ενέργειας (K_1, K_2, U_1, U_2)
- Υπολογισμός έργου άλλων δυνάμεων W_{other}
- Χρήση σχέσης: $U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$
- Προσοχή: Η βαρύτητα στο ΔU, άλλες δυνάμεις στο W_{other}