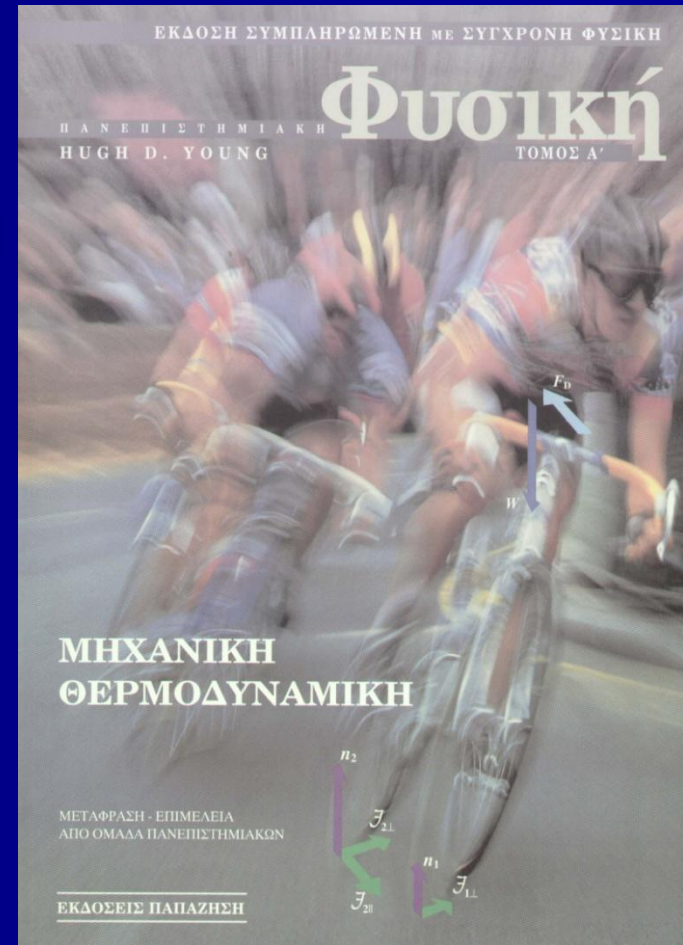


# Ενημέρωση

Η διδασκαλία του μαθήματος, πολλά από τα σχήματα και όλες οι ασκήσεις προέρχονται από το βιβλίο:

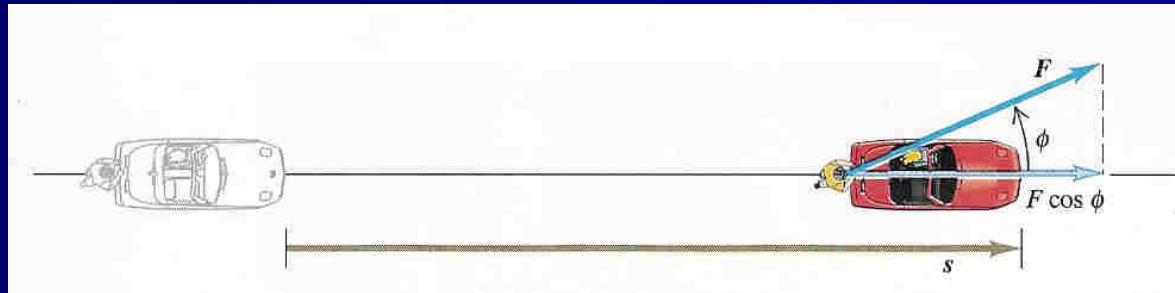
«Πανεπιστημιακή Φυσική»  
του Hugh Young των  
Εκδόσεων Παπαζήση, οι  
οποίες μας επέτρεψαν τη  
χρήση των σχετικών  
σχημάτων και ασκήσεων

Φυσική



# ΣΥΝΟΨΗ 4<sup>ου</sup> Μαθήματος

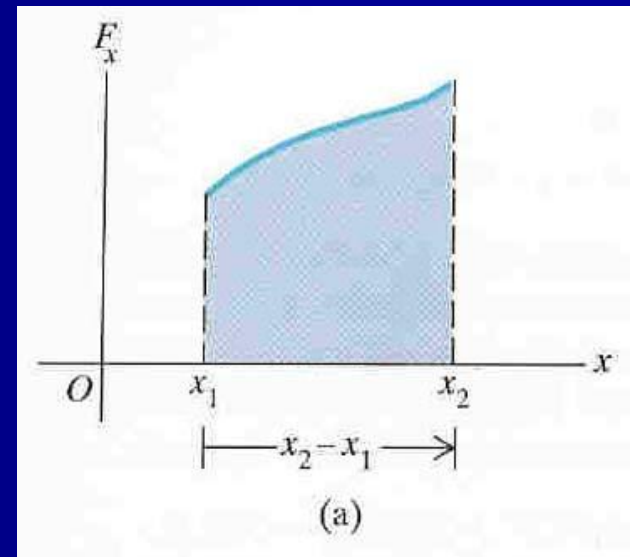
## Έργο



$$W = F s \cos \phi \Rightarrow W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

Μεταβαλλόμενη δύναμη  
στην ευθύγραμμη κίνηση

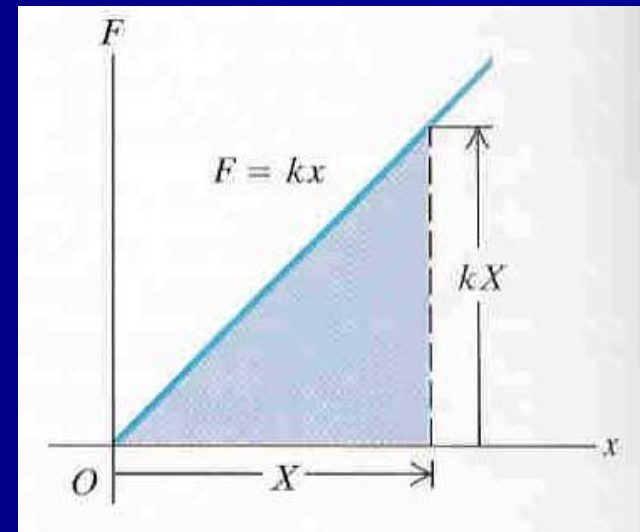
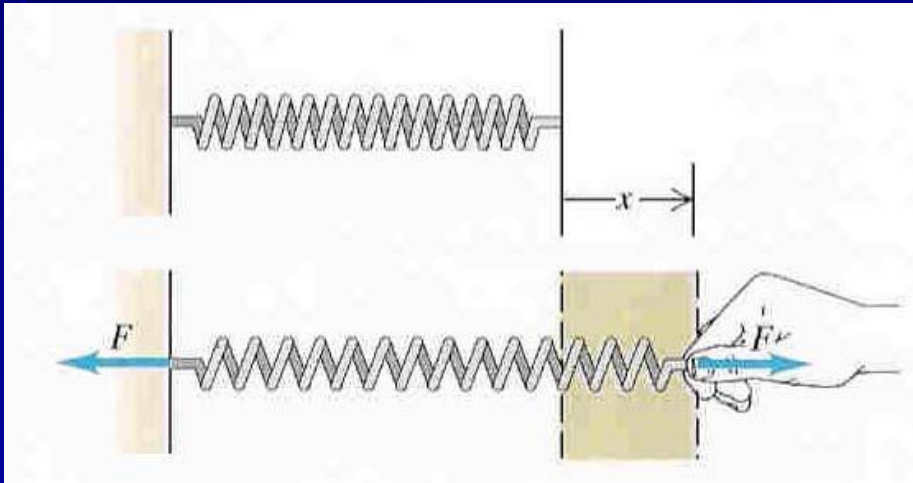
$$W = \int dW = \int F dx$$



# ΣΥΝΟΨΗ 4<sup>ου</sup> Μαθήματος

Έργο  $W = \int dW = \int F dx$

$$F = kx$$



$$W = \frac{1}{2} kx^2$$

# ΣΥΝΟΨΗ 4<sup>ου</sup> Μαθήματος

**Μέση Ισχύς**

*Μέση ενέργεια  
ανά μονάδα χρόνου*

$$P_{av} = \frac{W_2 - W_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

**Στιγμιαία Ισχύς**

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

# ΣΥΝΟΨΗ 4<sup>ου</sup> Μαθήματος

$$W = Fs = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad K = \frac{1}{2}mv^2$$

**Κινητική Ενέργεια!!!**

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

**Το έργο που παράγεται από τη συνισταμένη εξωτερική δύναμη επί ενός σωματίου είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειάς του**

# ΣΥΝΟΨΗ 4<sup>ου</sup> Μαθήματος

## **Βαρυτική Δυναμική ενέργεια**

$$W_{grav} = mgy_1 - mgy_2 = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

**Ολική μηχανική ενέργεια**

$$\vec{F}_{other} = 0 \quad U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\vec{F}_{other} \neq 0 \quad U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

**Το έργο που παράγεται από όλες τις δυνάμεις (εκτός από τη βαρυτική) ισούται με τη μεταβολή της ολικής μηχανική ενέργειας**

# ΣΥΝΟΨΗ 4<sup>ου</sup> Μαθήματος

## Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

- ✓ Καθορισμός αρχικής (**1**) και τελικής (**2**) κατάστασης
- ✓ Καθορισμός του συστήματος συντεταγμένων (το **y** προς τα πάνω για τη σχέση  **$U=mgy$** )
- ✓ Καταγραφή τιμών ενέργειας ( **$K_1, K_2, U_1, U_2$** )
- ✓ Υπολογισμός έργου άλλων δυνάμεων  **$W_{other}$**
- ✓ Χρήση σχέσης:  **$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$**
- ✓ Προσοχή: Η βαρύτητα στο  **$\Delta U$** , άλλες δυνάμεις στο  **$W_{other}$**

# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

## *Δυναμική ενέργεια*

Υποκαθιστά την ανάγκη υπολογισμού του έργου κάποιας δύναμης

## *Παράδειγμα: Βαρυτική Δυναμική ενέργεια*

*Χωρίς θεώρηση  
Δυναμικής Ενέργειας*

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

*Με θεώρηση  
Δυναμικής Ενέργειας*

$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

$W_{tot}$   
*Έργο όλων των δυνάμεων*

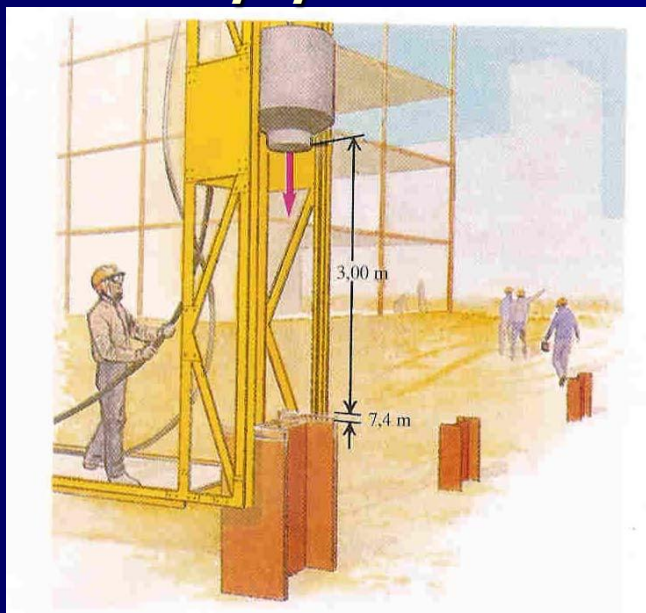
$W_{other}$   
*Έργο όλων των δυνάμεων  
εκτός των βαρυτικών*



# ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

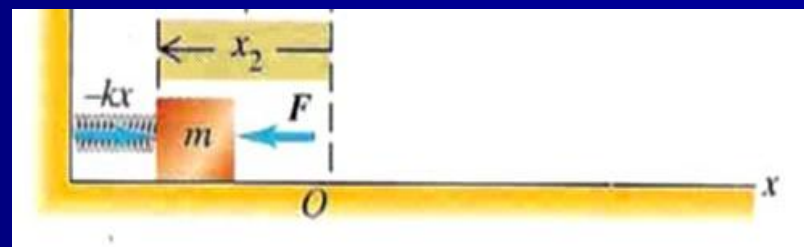
## *Ελατήρια: Αποθήκες μηχανικής ενέργειας*

*Αποθήκευση ενέργειας  
από το βαρυτικό πεδίο*



*Βαρυτική Δυναμική ενέργεια*

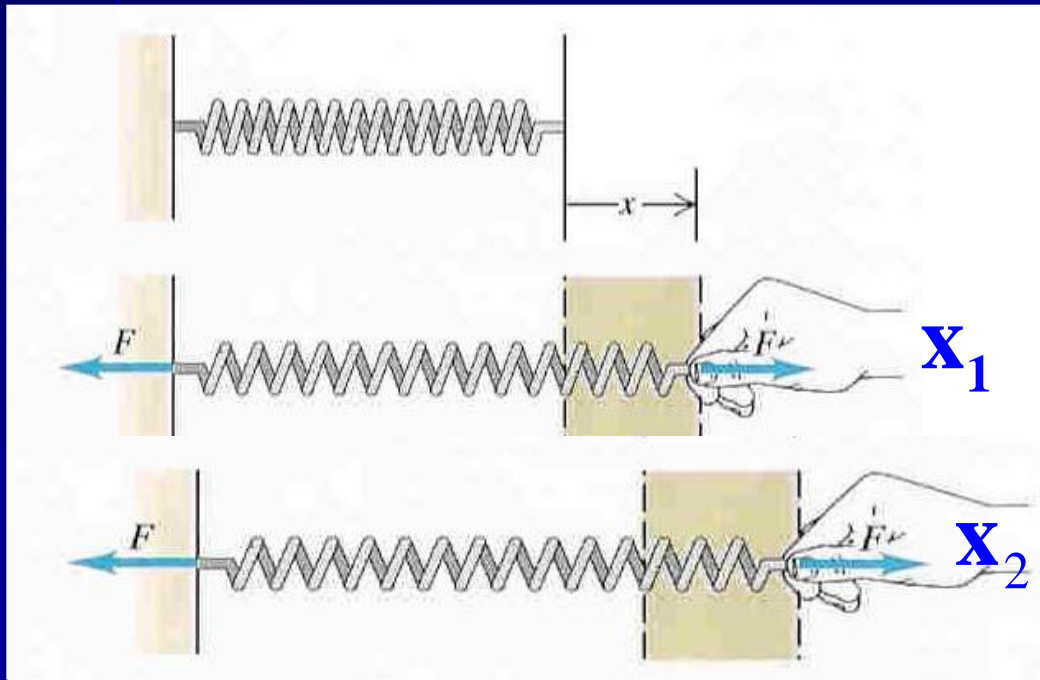
*Αποθήκευση ενέργειας  
στο ελατήριο*



*Ελαστική Δυναμική ενέργεια*

# ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

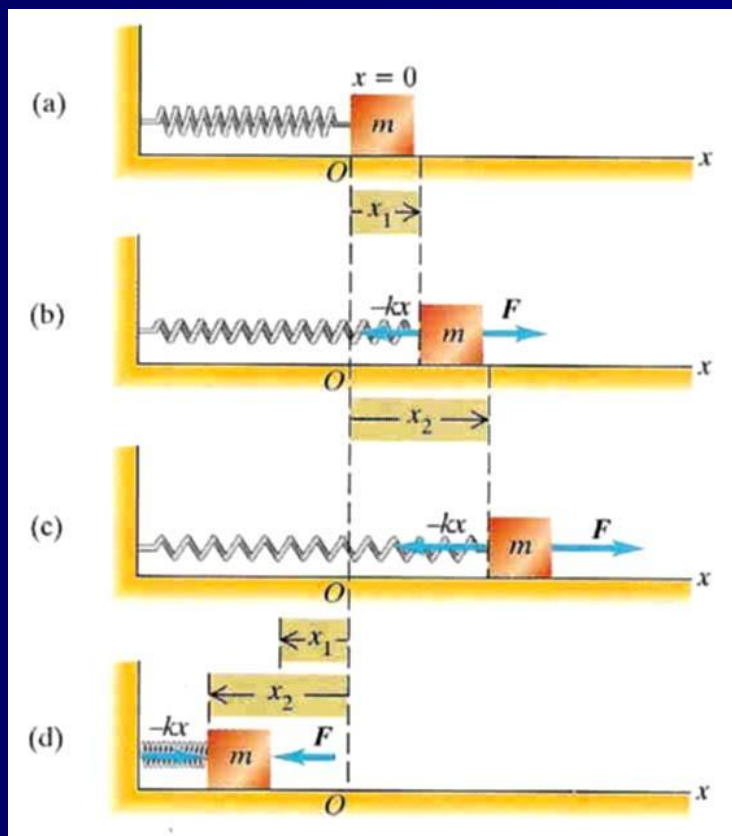
Έργο που παράγουμε *επί* του ελατηρίου



$$W = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2$$

# ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Έργο που παράγεται **από** το ελατήριο



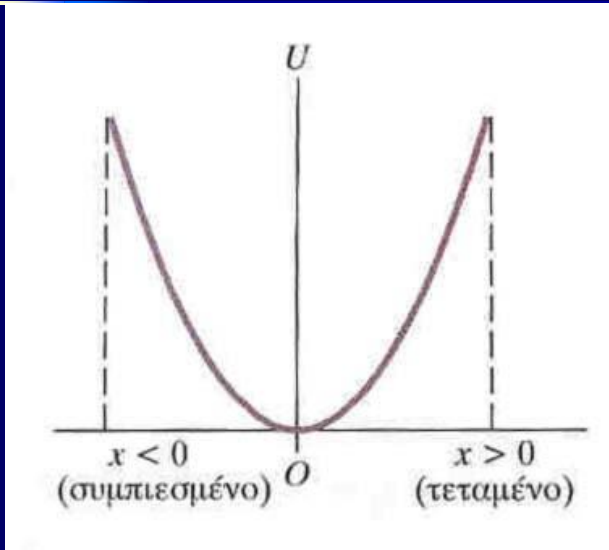
$$F = -kx$$

$$W_{el} = \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_2^2$$

Η ποσότητα  $\frac{1}{2} kx^2$   
ονομάζεται ελαστική  
δυναμική ενέργεια

$$W_{el} = U_1 - U_2 = \ominus \Delta U$$

# ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ



$$U = \frac{1}{2} kx^2 \quad W_{el} = -\Delta U$$

$$\text{Έστω } \vec{F}_{\text{other}} = 0$$

$$W_{tot} = W_{el} = U_1 - U_2$$

$$W_{tot} = K_2 - K_1 \Rightarrow U_1 - U_2 = K_2 - K_1 \Rightarrow$$

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

**Διατήρηση ολικής μηχανικής ενέργεια**

# ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

$$W_{el} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

$$\text{Αν } \vec{\mathbf{F}}_{\text{other}} \neq 0$$

$$W_{tot} = W_{el} + W_{other} = K_2 - K_1$$

$$U_1 - U_2 + W_{other} = K_2 - K_1 \Rightarrow$$

$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

*Το έργο που παράγεται από **όλες τις δυνάμεις** (εκτός από την **ελαστική**) ισούται με τη **μεταβολή της ολικής μηχανικής ενέργειας***

# ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΗ & ΒΑΡΥΤΙΚΗ

$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 + mgy$$

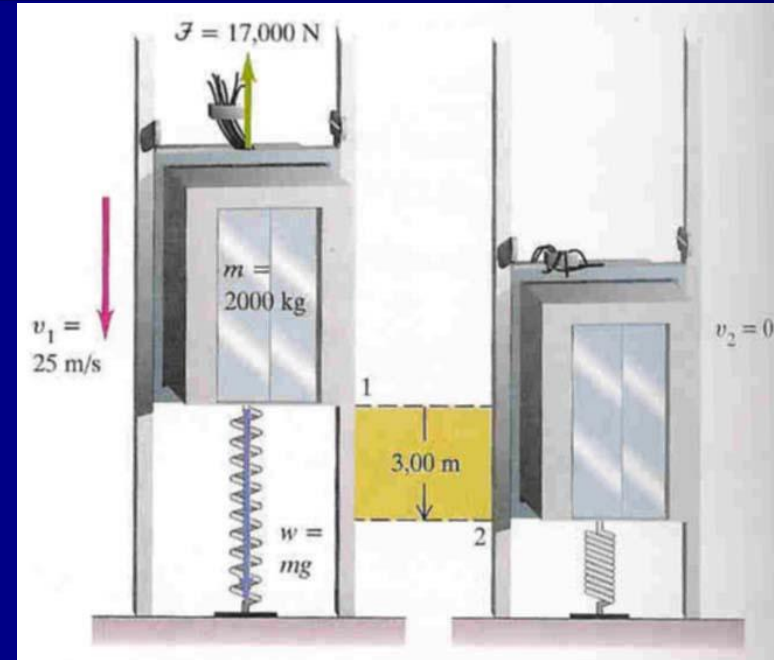
$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2}kx_1^2 + mgy_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 + W_{other} = \frac{1}{2}kx_2^2 + mgy_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

# ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

## Παράδειγμα 7-11

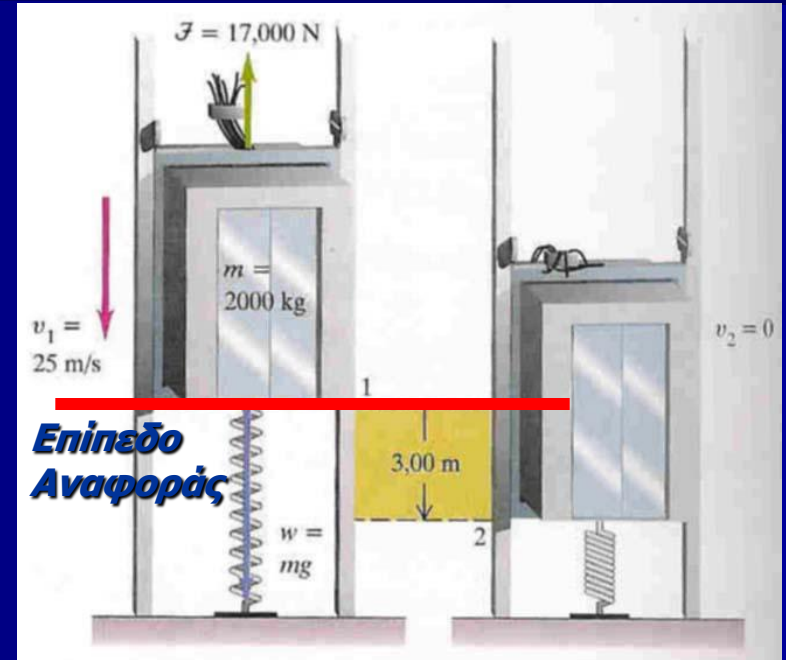
Σε ένα «καταστροφικό» σενάριο, σε ένα ανελκυστήρα μάζας 2000Kg κόβεται το συρματοσχοίνο και ο ανελκυστήρας με ταχύτητα 25m/s πέφτει σε ελατήριο απορρόφησης και το συμπιέζει 3m. Παράλληλα, ένας σφινγκτήρας ασφαλείας ασκεί δύναμη τριβής 17000N στο ασανσέρ. α) Ποια η σταθερά του ελατηρίου; β) Τι θα γίνει μετά τη συμπίεση του ελατηρίου;



$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

$$\frac{1}{2} kx_1^2 + mgy_1 + \frac{1}{2} mv_1^2 + W_{other} = \frac{1}{2} kx_2^2 + mgy_2 + \frac{1}{2} mv_2^2$$

# ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ



$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

$$0 + 0 + \frac{1}{2} 2000 * v^2 - 17000 * 3 = \frac{1}{2} k 3^2 - 2000 * 9.8 * 3 + 0$$

$$k = 1.41 * 10^5 \text{ N / m}$$



# ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

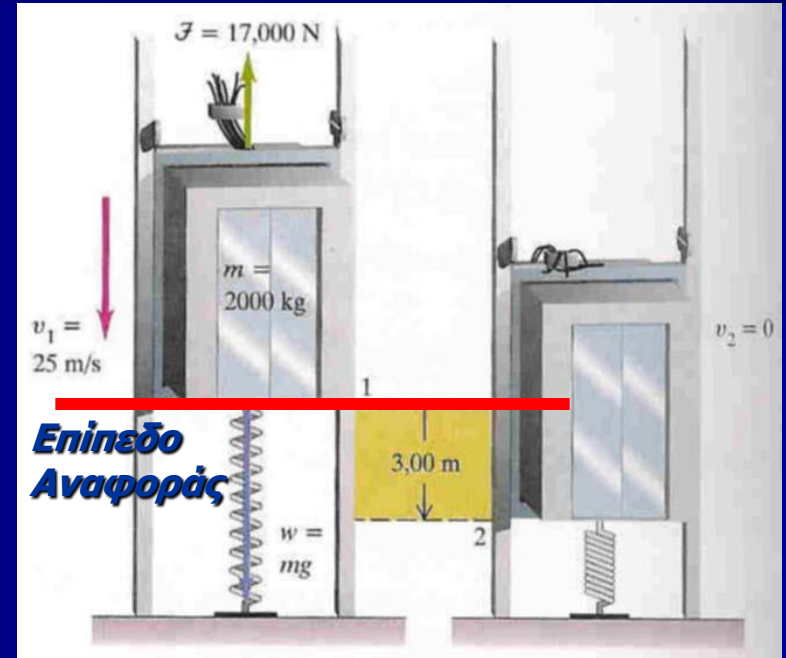
γ) Αν η τριβή του μηχανισμού ασφαλείας εφαρμόζεται συνέχεια με τη ταχύτητα θα φύγει το ασανσέρ από το ελατήριο;

$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

Αφού  $k = 1.41 * 10^5 \text{ N / m}$

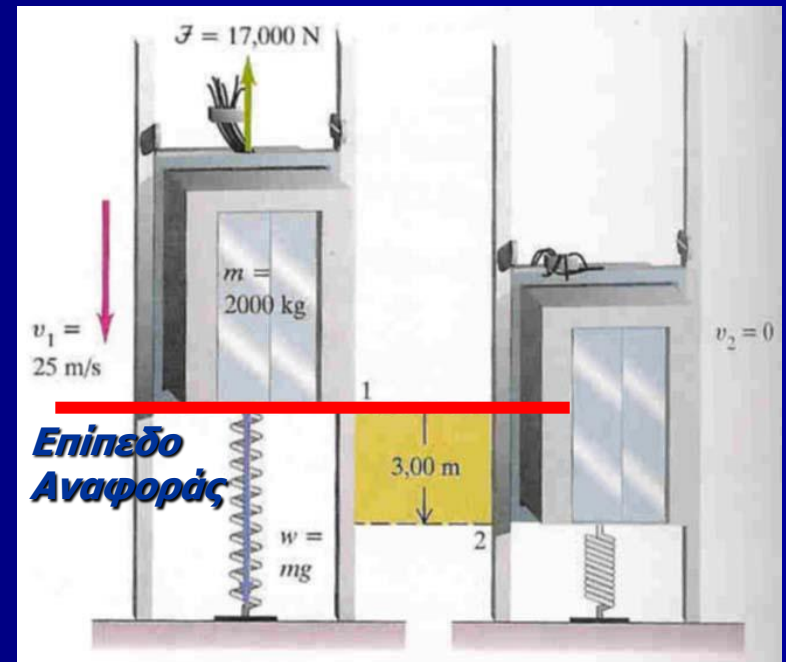
$$0 + 0 + \frac{1}{2} 2000 * v^2 - 17000 * 3 = \frac{1}{2} k 3^2 - 2000 * 9.8 * 3 + 0$$

$$v = 22.9 \text{ m / s}$$



# ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

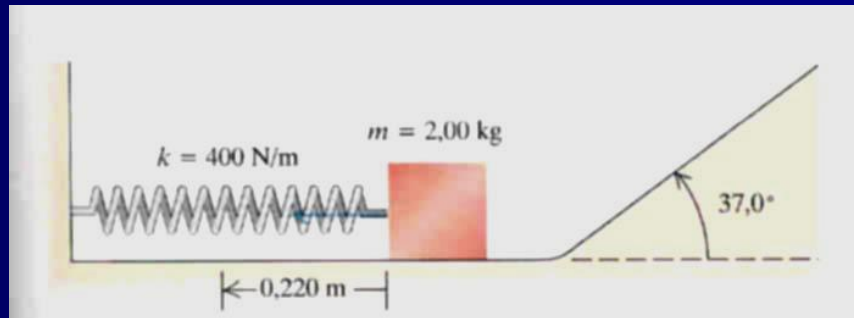
- δ) Με τι ταχύτητα θα επιστρέψει το ασανσέρ στο ελατήριο μετά την αναπήδησή του;
- ε) Ποια συνολική διαδρομή θα διανύσει το ασανσέρ προτού σταματήσει και σε ποιο ύψος θα σταματήσει;



# ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

## Άσκηση 7-20

Σώμα μάζας 2Kgr συμπιέζει ελατήριο σταθεράς  $k=400\text{N/m}$  κατά  $0.22\text{m}$ . Όταν το αφήσουμε ελεύθερο ανέρχεται κατά μήκος επιφάνειας κλίσης  $37^\circ$  χωρίς τριβή. α) Ποια ταχύτητα έχει το σώμα μόλις φύγει από το ελατήριο; Β) Πόση διαδρομή θα διανύσει το σώμα στην επικλινή επιφάνεια πριν σταματήσει;

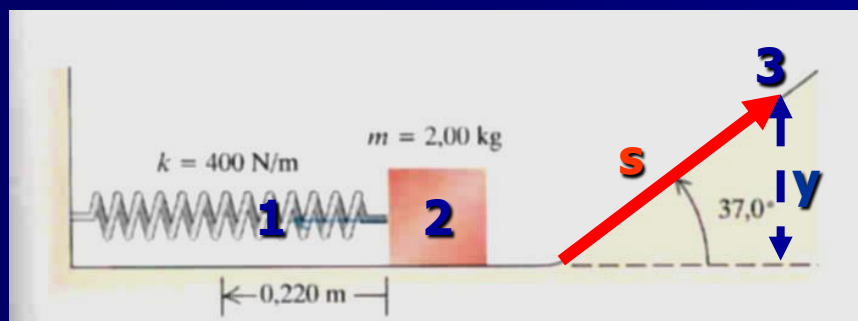


$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\frac{1}{2} kx_1^2 + mgy_1 + \frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} kx_2^2 + mgy_2 + \frac{1}{2} mv_2^2$$

# ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

## Άσκηση 7-20 (συνέχεια)



$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$
$$U_1 + K_1 = U_3 + K_3$$

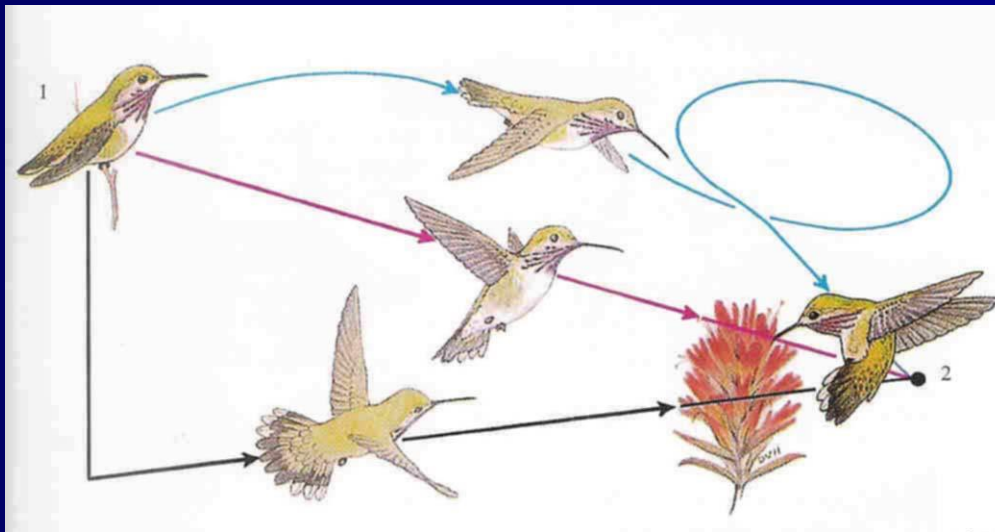
**Μόλις φύγει από το ελατήριο**

$$\frac{1}{2} 400 * 0.22^2 + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{1}{2} 2v^2 \Rightarrow v = 3.11 \text{ m/s}$$

**Μόλις σταματήσει πάνω στην επικλινή επιφάνεια**

$$\frac{1}{2} 400 * 0.22^2 + 0 + 0 = 0 + 2 * 9.8 * s * \sin 37^\circ + 0$$
$$\Rightarrow s = 0.82 \text{ m}$$

# ΔΙΑΤΗΡΗΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΜΗ ΔΙΑΤΗΡΗΤΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

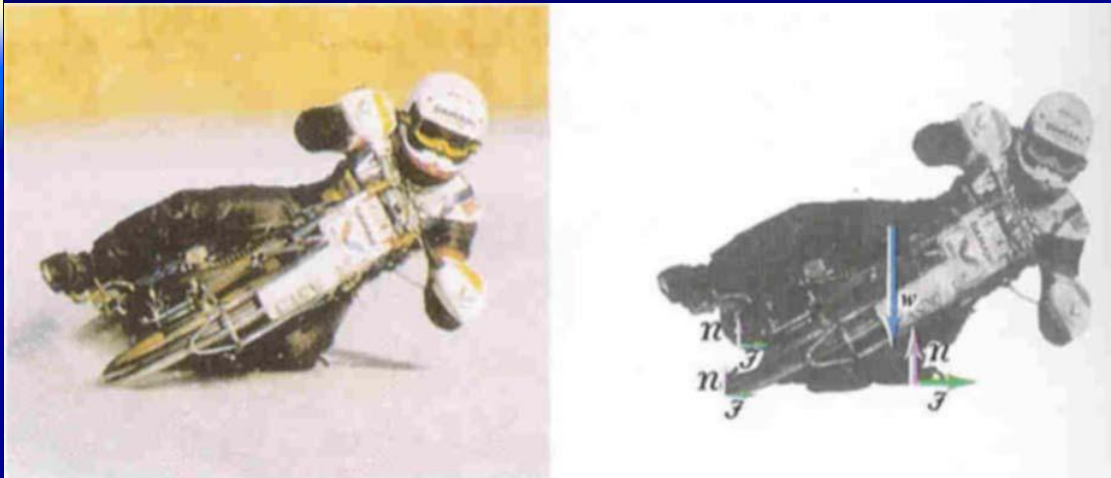


Βαρυτικό πεδίο:  
Έργο ανεξάρτητο του  
δρόμου διαδρομής

**ΔΙΑΤΗΡΗΤΙΚΗ  
ΔΥΝΑΜΗ  
(ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΗ)**

- ✓ Έργο **αντιστρεπτό**
- ✓ **Ανεξάρτητο** της τροχιάς
- ✓ Αν το **αρχικό και το τελικό σημείο συμπίπτουν**, το συνολικό έργο είναι **μηδέν**
- ✓ Μπορεί να εκφραστεί ως **διαφορά αρχικής-τελικής δυναμικής ενέργειας**

# ΔΙΑΤΗΡΗΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΜΗ ΔΙΑΤΗΡΗΤΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ



Τριβή

**ΜΗ ΔΙΑΤΗΡΗΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ  
(ΜΗ ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΗ)**

- ✓ Έργο μη αντιστρεπτό
- ✓ Αν το αρχικό και το τελικό σημείο συμπίπτουν, το συνολικό έργο δεν είναι μηδέν
- ✓ Δεν μπορεί να εκφραστεί μέσω δυναμικής ενέργειας

# ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

$$W_{grav} = U_1 - U_2 = -\Delta U \quad W_{el} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

Σε όλες τις περιπτώσεις **διατηρητικών δυνάμεων** το **έργο της δύναμης** συνδέεται με **δυναμική ενέργεια**

*Παράδειγμα*  $F = -kx$   $W_{el} = \frac{1}{2} kx^2$

*Γενικά*  $W = -\Delta U \Rightarrow F \Delta x = -\Delta U \Rightarrow F = -\frac{\Delta U}{\Delta x}$

$$\Delta x \rightarrow 0 \quad F = -\frac{dU}{dx}$$

# ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

## Παράδειγμα 7-13

Ένα ηλεκτρικά φορτισμένο σωματίο κρατείται σε ηρεμία στο  $x=0$  και ένα δεύτερο κινείται ελεύθερα στον άξονα  $x$ . Η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι  $U=k/x$ . Ποια ηλεκτρική δύναμη ασκείται στο κινούμενο φορτίο, ως συνάρτηση της θέσης  $x$ .

$$F = -\frac{dU}{dx} = -k\left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{k}{x^2}$$



# ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ

Θεώρηση του στερεού σώματος όχι ως ένα  
εξιδανικευμένο μοντέλο

- ✓ **Επιμήκυνση**
- ✓ **Θλίψη**
- ✓ **Στρέψη**

**Τάση**



**Παραμόρφωση**

*Δύναμη ανά μονάδα  
επιφάνειας*



*Μεταβολή μήκους ανά μονάδα  
Μήκους (σχετική μεταβολή)*

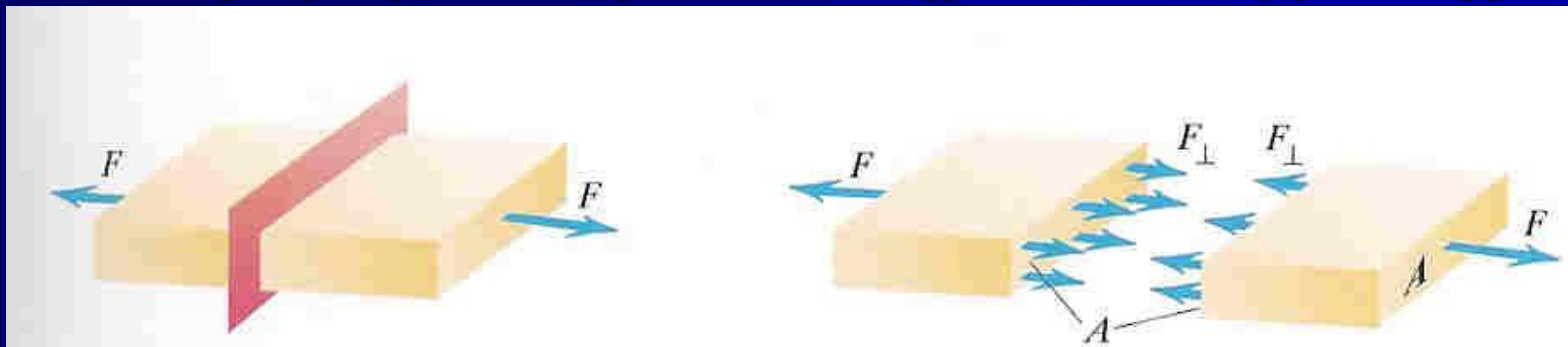
***Μέτρο ελαστικότητας***

**Νόμος του Hooke (για στερεά σώματα)**

# ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ

## Εφελκυσμός

*Ανάλογος εφελκυσμού ελατηρίου, τάσης σε σχοινί*



Τάση εφελκυσμού

$$\vec{\tau} = \frac{\vec{F}_{\perp}}{A}$$

Μονάδα:  $1\text{N}/\text{m}^2 = 1\text{Pa}$

$1\text{MPa} = 10^6\text{Pa} = 10\text{bar}$

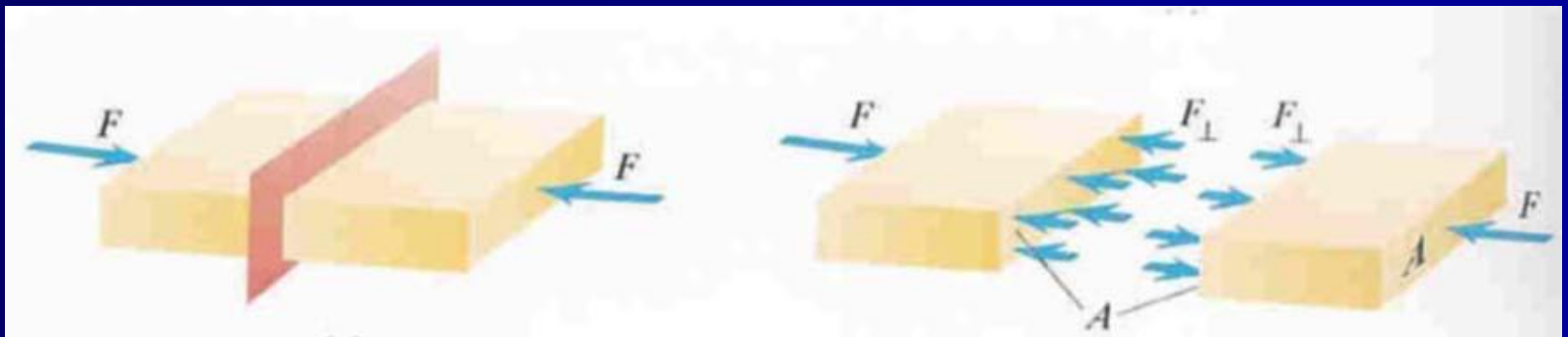
**Πίεση ελαστικών:  $2\text{bar} = 2 \cdot 10^5\text{Pa}$**

**Πίεση Ατμόσφαιρας:  $\sim 1\text{bar}$  ( $1.013\text{bar}$ )**

**Αντοχή ατσάλινου σχοινιού:  $10^8\text{Pa} = 1\text{kbar}$**

# ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ

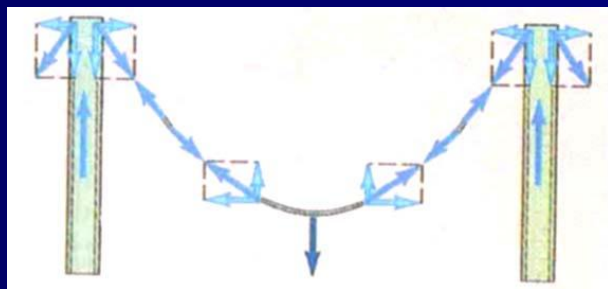
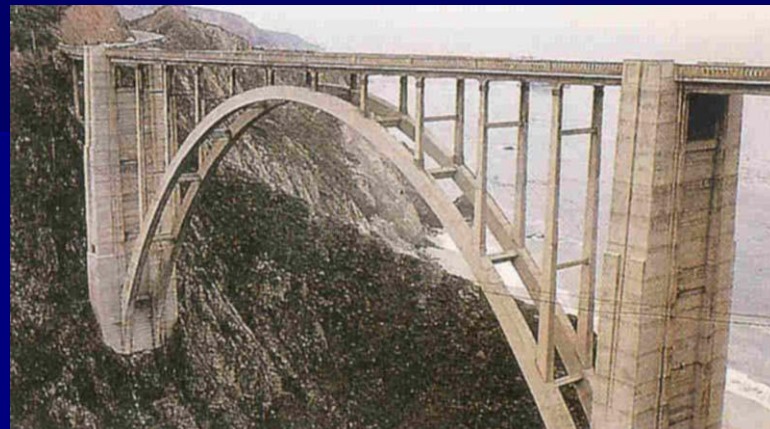
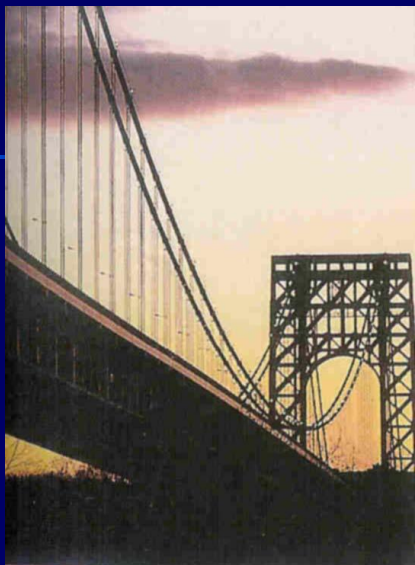
## Συμπίεση-Θλίψη



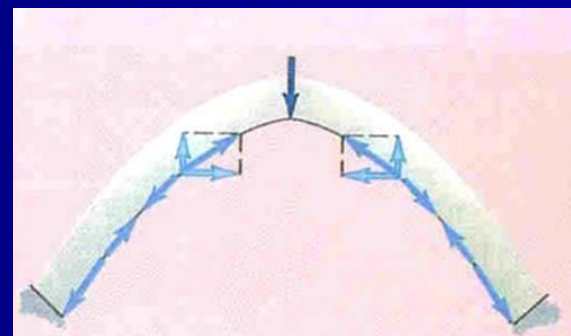
Τάση συμπίεσης ή θλιπτική τάση

$$\vec{\tau} = \frac{\vec{F}_{\perp}}{A}$$

# ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ ΚΑΙ ΘΛΙΨΗ



**Εφελκυσμός στα σχοινιά**  
Αποτελεσματικός σε μεσαία  
φορτία - μεγάλες αποστάσεις



**Θλίψη στα τόξα της γέφυρας**  
Αποτελεσματικός σε μεγάλα  
φορτία - μικρές αποστάσεις

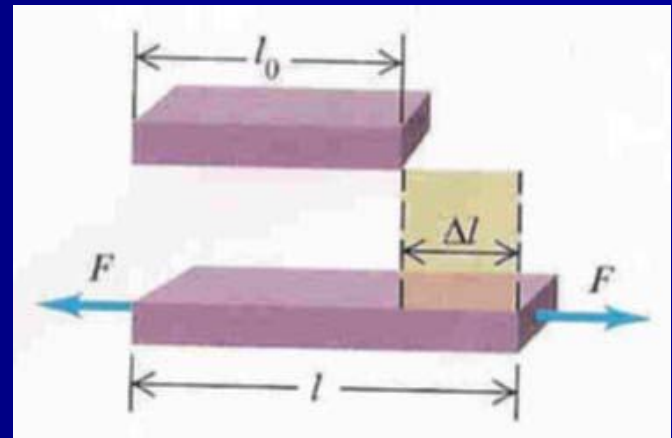
# ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ

Παραμόρφωση Εφελκυσμού  
*Ποσοστιαία (ανηγμένη) μεταβολή μήκους*

$$e = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Παραμόρφωση Συμπίεσης  
ή **Θλιπτική** παραμόρφωση

$$\tau = Y e \quad Y = \frac{\tau}{e} = \frac{\vec{F}_\perp l_0}{A \Delta l}$$



**Νόμος του Hooke**  
**Y:** Μέτρο του Young  
(Μονάδες πίεσης) 29

# ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ

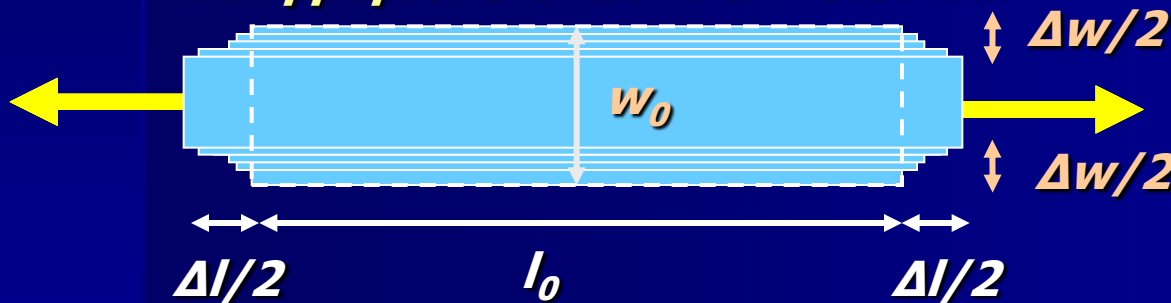
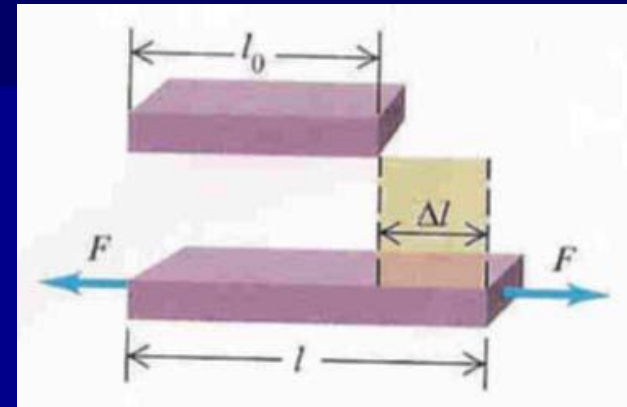
$\tau = \Upsilon e \quad F = kx$  *Νόμος Hooke*

**$\Upsilon$ : Δυσκολία επιμήκυνσης**

✓ *Μόλυβδος*:  $0.16 \cdot 10^{11} \text{ Pa} = 0.16 \text{ Mbar}$

✓ *Ατσάλι*:  $2.0 \cdot 10^{11} \text{ Pa} = 2.0 \text{ Mbar}$

✓ *Βολφράμιο*:  $3.6 \cdot 10^{11} \text{ Pa} = 3.6 \text{ Mbar}$



$$e_l = \frac{\Delta l}{l_0} \quad e_w = \frac{\Delta w}{w_0}$$

**Λόγος Poisson**

**$\sigma$ : Αναλογία παραμόρφωσης σε διαφορετικές διαστάσεις**

**Τιμές: 0.1-0.4 (0.5 υγρά)**

$$\frac{\Delta w}{w_0} = -\sigma \frac{\Delta l}{l_0} \quad \sigma = -\frac{e_w}{e_l}$$

Φυσική

# ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ

## Παράδειγμα 11-6

Ανελκυστήρας μάζας 554 Kg κρέμεται από ατσαλένιο συρματόσχοινο μήκους 3m και διατομής 0.2cm<sup>2</sup>. Λόγω φορτίου το συρματόσχοινο επιμηκύνεται κατά 0.4cm. Προσδιορίστε: α) Την τάση του σχοινιού, β) Την παραμόρφωση (κατά μήκος), γ) Το μέτρο του Young. Θεωρώντας ότι το σχοινί συμπεριφέρεται ως συμπαγής χάλυβας (σ=0.19), βρείτε τη σχετική και απόλυτη λέπτυνση του σχοινιού.

$$\vec{\tau} = \frac{\vec{F}_{\perp}}{A} = \frac{550 * 9.8}{0.2 * 10^{-4}} = 2.7 * 10^8 Pa \quad e_l = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{0.4 * 10^{-2}}{3} = 0.133\% = 0.00133$$

$$Y = \frac{\tau}{e} = 2 * 10^{11} Pa \quad \sigma = -\frac{e_w}{e_l} \Rightarrow e_w = -\sigma e_l = -0.00025$$

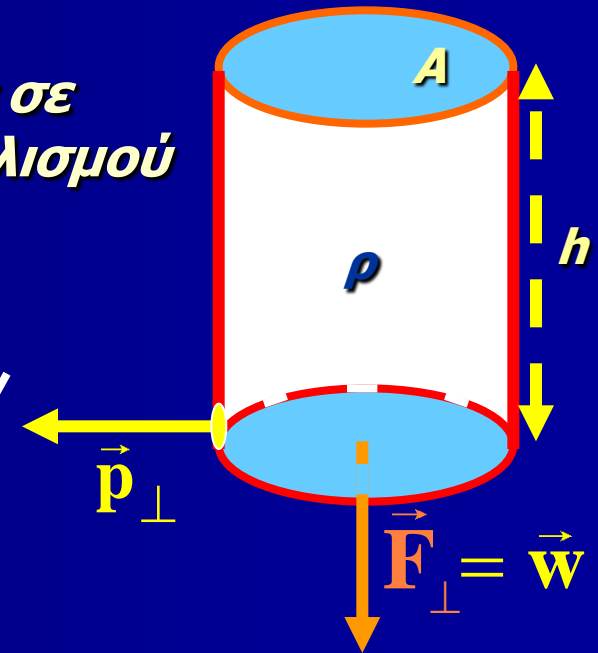
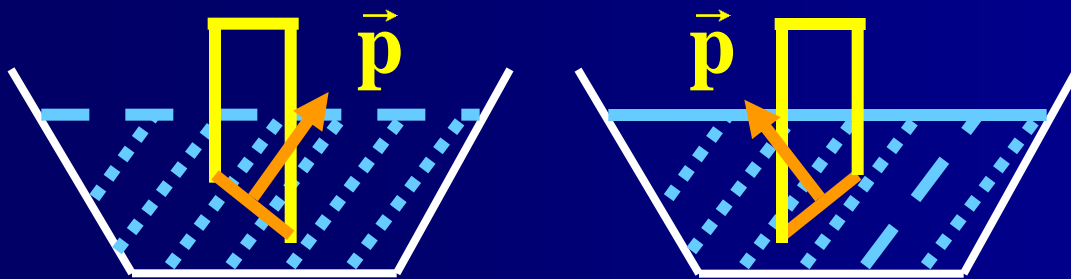
*Χάλυβας!!!*

$$e_w = \frac{\Delta w}{w_0} \Rightarrow \Delta w = e_w w_0 = e_w (S / \pi)^{1/2} = 10^{-4} cm$$

# ΙΣΟΤΡΟΠΗ ΤΑΣΗ ΚΑΙ ΙΣΟΤΡΟΠΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ

## Υδροστατική πίεση

- ✓ Ίδια σε όλα τα σημεία μίας επιφάνειας σε σταθερό βάθος, ανεξάρτητα προσανατολισμού
- ✓ Πίεση πάντα κάθετη στην επιφάνεια



$$\vec{p}_{\perp} = \frac{\vec{F}_{\perp}}{A} = \frac{m g}{A} = \frac{\rho A h g}{A} \Rightarrow p = \rho g h$$

$$\Delta p = \rho g \Delta h$$

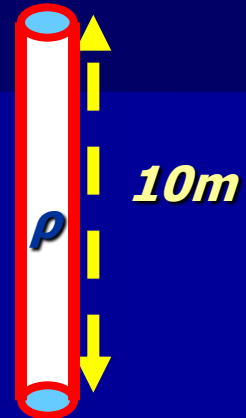
$$dp = \rho g dh$$



# ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ

Ποία η πίεση που ασκεί ένας σωλήνας διατομής  $1\text{cm}^2$  και ύψους  $10\text{m}$  γεμάτος με νερό στη βάση του;

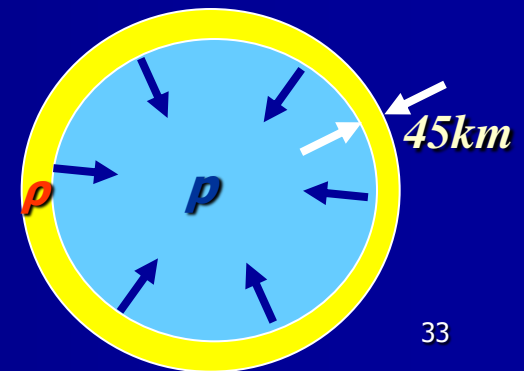
$$p = \rho gh = 1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} * 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 10\text{m} \approx 10^5 \text{ Pa} = 1\text{bar}$$



Αν θεωρήσουμε ότι η Γη βρίσκεται (κατά προσέγγιση) σε υδροστατική ισορροπία και ο φλοιός της έχει πάχος  $\sim 45\text{km}$  και πυκνότητα  $\sim 2.7\text{gr/cm}^3$ , ποια η μέση πίεση στη βάση του φλοιού;

$$p = \rho gh = 2700 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} * 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 45 * 10^3 \text{ m}$$

$$\approx 11.9 * 10^8 \text{ Pa} \approx 12\text{Kbar}$$

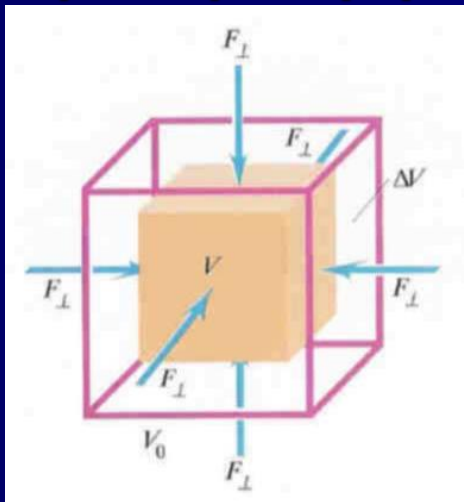


# ΙΣΟΤΡΟΠΗ ΤΑΣΗ ΚΑΙ ΙΣΟΤΡΟΠΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ

## Υδροστατική πίεση

✓ Η πίεση μεταφέρεται μέσω των ρευστών και ασκείται στην επιφάνεια κάθε σώματος που είναι βυθισμένο σε αυτό (**Pascal**) – **Ισοτροπική τάση**

Η ισοτροπική τάση προκαλεί μεταβολή όγκου

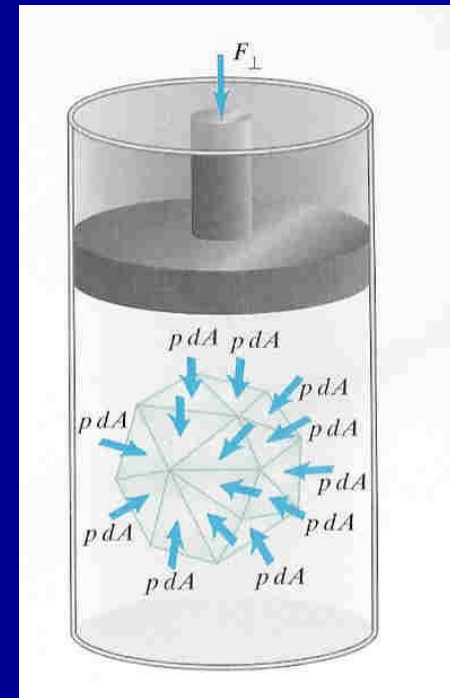


$$\theta = \frac{\Delta V}{V_0}$$

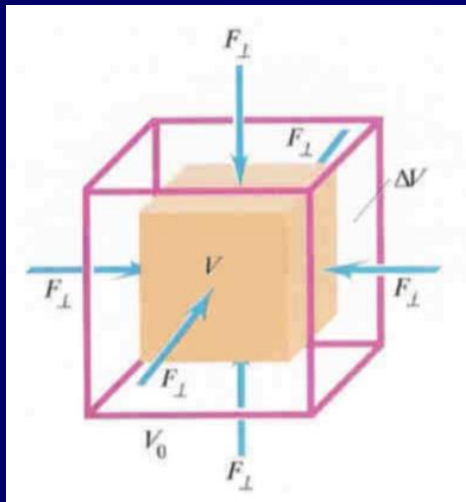
**Ανηγμένη μεταβολή όγκου**

Φυσική

## Αρχή Pascal



# ΙΣΟΤΡΟΠΗ ΤΑΣΗ ΚΑΙ ΙΣΟΤΡΟΠΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ



$$\theta = \frac{\Delta V}{V_0}$$

Μέτρο ελαστικότητας  
όγκου

*B: Αντίδραση σε μεταβολή όγκου λόγω ισότροπης πίεσης*

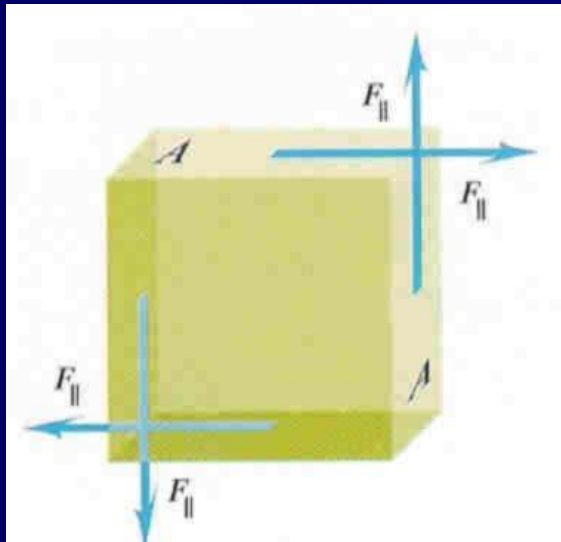
$$B = -\frac{\Delta p}{\theta} = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V_0}$$

$$k = -\frac{1}{B} = -\frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{\Delta p}$$

**Συμπιεστότητα**

Ποσοστιαία ελάττωση για μοναδιαία αύξηση πίεσης  
*π.χ.  $k=46.4 \cdot 10^{-8} \text{ atm}^{-1}$  (νερό)*

# ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΤΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ



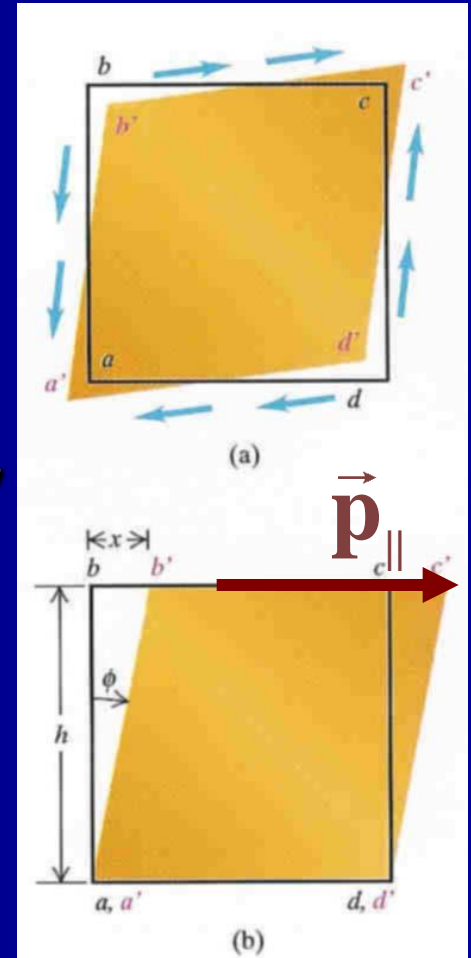
Διατμητική Τάση

$$\vec{p}_{\parallel} = \frac{\vec{F}_{\parallel}}{A}$$

*Μόνο σε στερεά!!!*

Διατμητική Παραμόρφωση

$$e_{\theta} = \frac{x}{h} = \tan \phi \simeq \phi \text{ (rad)}$$



# ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΤΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ

Διατμητική Τάση

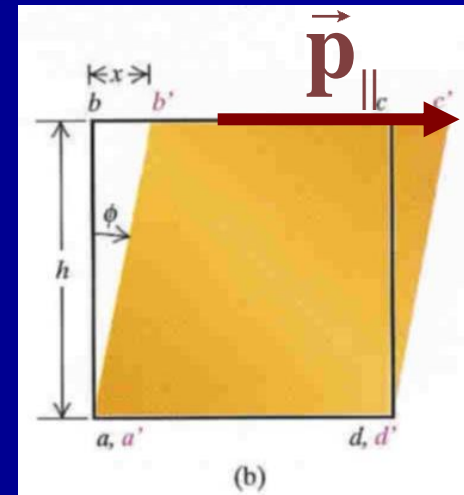


Διατμητική Παραμόρφωση

$$\vec{p}_{\parallel} = \frac{\vec{F}_{\parallel}}{A} \quad \sim \quad e_{\theta} = \frac{x}{h} = \tan \phi \approx \phi$$

*Νέο Μέτρο ελαστικότητας*

$$S = \frac{p_{\parallel}}{e_{\theta}} = \frac{\vec{F}_{\parallel} x}{A h} = \frac{\vec{F}_{\parallel} / A}{\phi}$$



*Νόμος του Hooke*

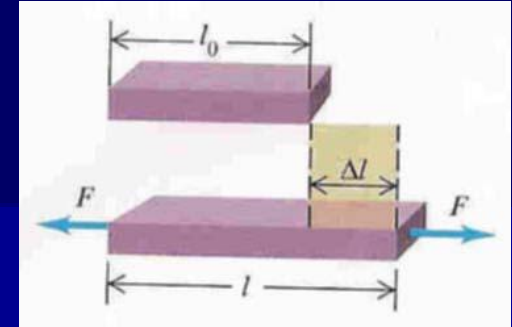
**S:** Μέτρο διάτμησης  
(Μονάδες πίεσης)

*Μέτρο δυσκαμψίας ή  
Μέτρο στρέψης*

# ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

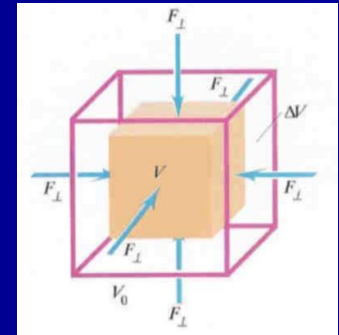
*Πολλά για ένα στερεό σώμα!!!*

$$Y = \frac{\tau}{e_l} = \frac{\vec{F}_\perp l_0}{A \Delta l} \quad \sigma = - \frac{e_w}{e_l}$$

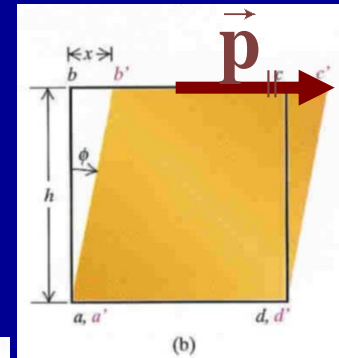


**Νόμος  
του  
Hooke**

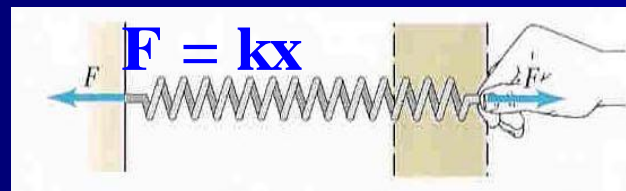
$$B = - \frac{\Delta p}{\theta} = - \frac{\Delta p}{\Delta V / V_0}$$



$$S = \frac{p_{\parallel}}{e_\theta} = \frac{\vec{F}_\parallel x}{A h} = \frac{\vec{F}_\parallel / A}{\phi}$$

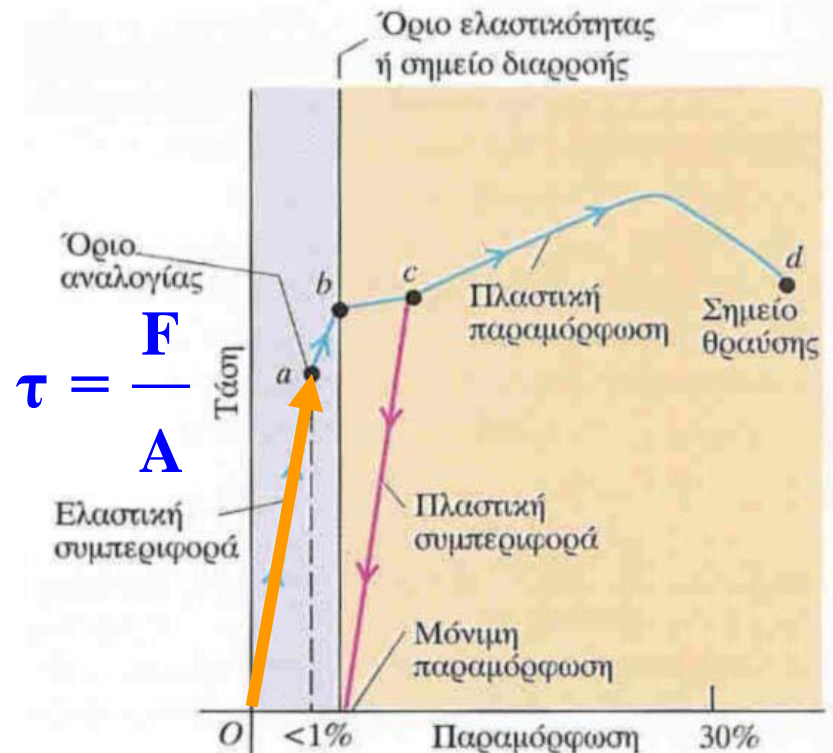
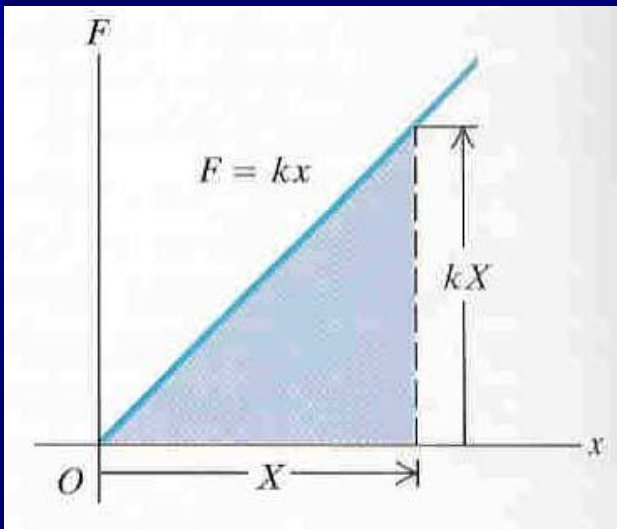
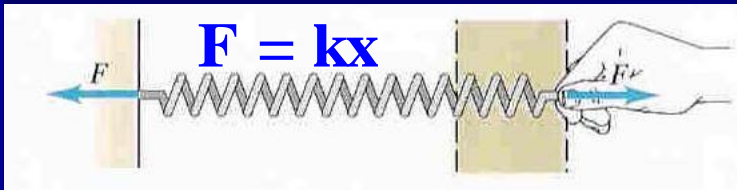


*Ένα μέτρο ελαστικότητας για το ελατήριο (Ποιο από όλα;)*



# ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΠΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ

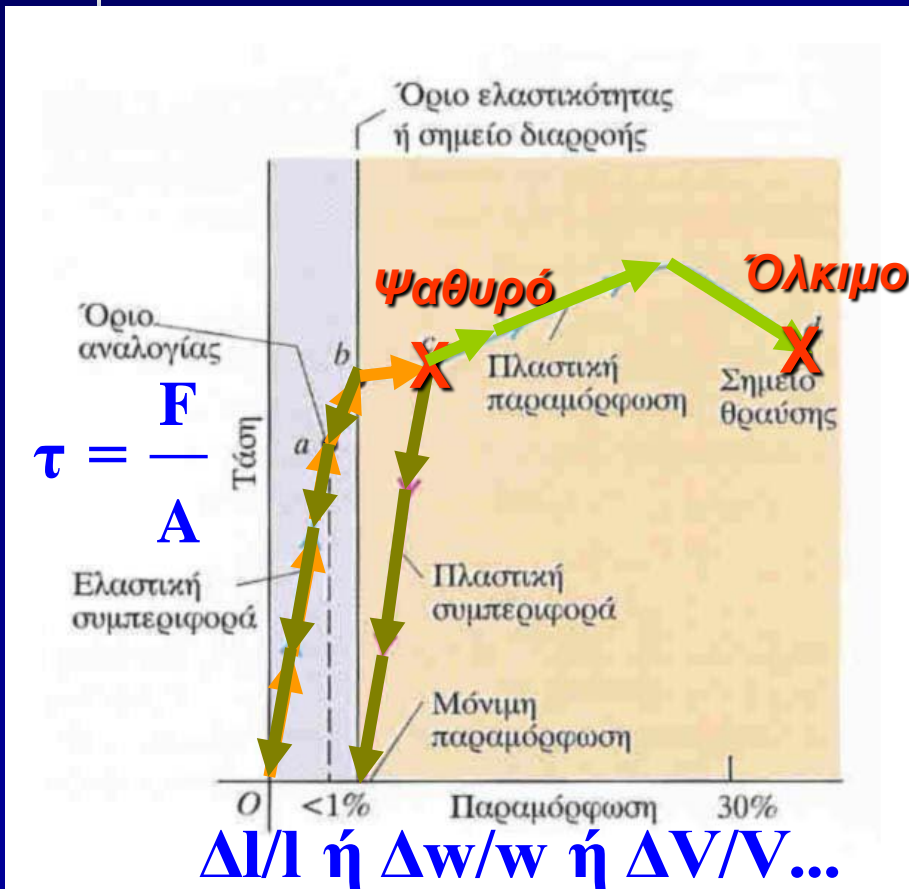
**Νόμος του Hooke: Περιορισμένη ισχύ!!!  
(Μικρές παραμορφώσεις)**



$$\tau = \frac{F}{A}$$

$\Delta l/l$  ή  $\Delta w/w$  ή  $\Delta V/V...$

# ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΠΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ



Ελαστική παραμόρφωση  
μέχρι το **όριο ελαστικότητας**  
(γραμμική σχέση μέχρι το  
**όριο αναλογίας**)

ΔΙΑΤΗΡΗΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ

Πλαστική παραμόρφωση  
μετά το **όριο ελαστικότητας**  
(Θραύση στο **όριο θραύσης**)

ΜΗ ΔΙΑΤΗΡΗΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ



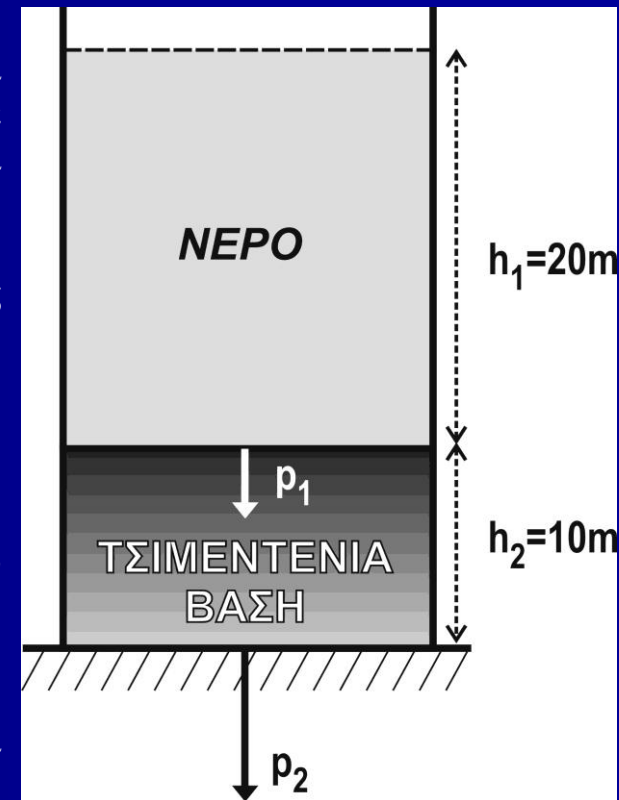
# ΙΣΟΤΡΟΠΗ ΤΑΣΗ & ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ

Ένας υδατόπυργος, όπως παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα, αποτελείται από μία κυλινδρική δεξαμενή νερού και ύψους  $h_1=20m$ , η οποία βασίζεται σε τσιμεντένια βάση με το μισό ύψος και ίδιο εμβαδόν. Το όλο σύστημα στηρίζεται σε ακλόνητη και άκαμπτη ατσαλένια βάση. Αν η πυκνότητα του τσιμέντου από το οποίο είναι φτιαγμένος ο υδατόπυργος είναι  $\rho_{\text{ΤΣΙΜΕΝΤΟ}}=3.5gr/cm^3$ , να βρεθούν:

A) Η πίεση  $p_1$  σε Pa και bar που ασκεί το νερό στη βάση της δεξαμενής νερού.

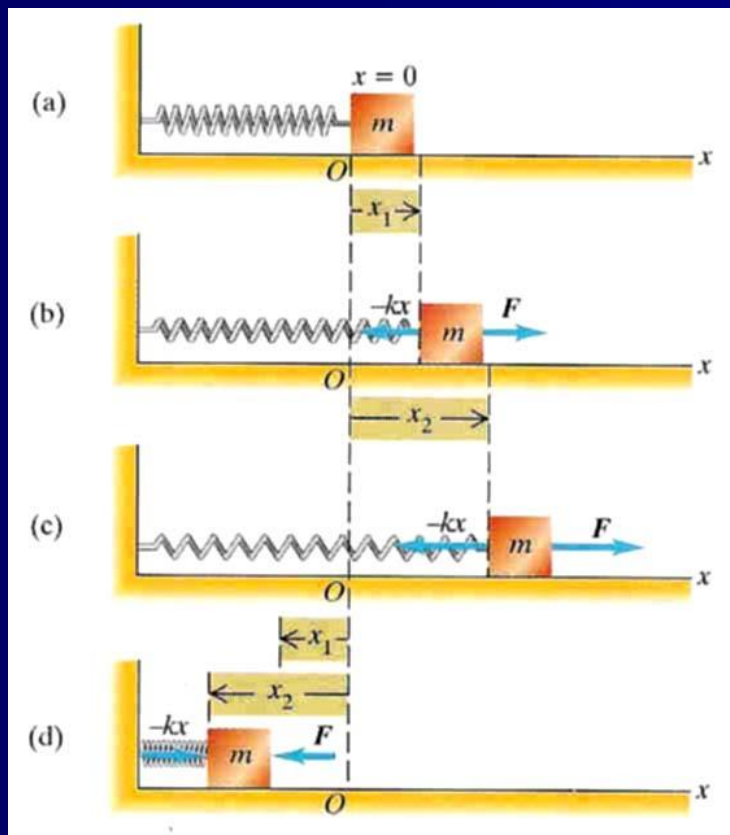
B) Αν θεωρηθεί ότι το τσιμέντο συμπεριφέρεται όπως το νερό (υδροστατικά), η πίεση  $p_2$  που ασκείται στην ατσαλένια βάση του υδατόπυργου, αν αγνοήσουμε το βάρος των τοιχωμάτων της δεξαμενής του νερού.

Γ) Λόγω της πίεσης στη βάση της δεξαμενής νερού, η τσιμεντένια βάση παραμορφώνεται κατά ύψος κατά  $\delta h_2$ . Αν το μέτρο του Young για το τσιμέντο είναι  $Y=10^9 Pa$ , βρείτε: 1) Πώς παραμορφώνεται η δεξαμενή κατά τη διεύθυνση του ύψους και του πλάτους; 2) Πόση είναι η σχετική και η απόλυτη παραμόρφωση της τσιμεντένιας δεξαμενής κατά τη διεύθυνση του ύψους, λόγω της πίεσης της δεξαμενής νερού; 3) Αν η διάμετρος της τσιμεντένιας βάσης είναι  $20m$  και ο λόγος Poisson του τσιμέντου είναι  $\sigma=0.22$ , πόση είναι η σχετική και η απόλυτη παραμόρφωση της τσιμεντένιας δεξαμενής κατά τη διεύθυνση του πλάτους, λόγω της πίεσης της δεξαμενής νερού;



# ΣΥΝΟΨΗ 5<sup>ου</sup> Μαθήματος

Έργο που παράγεται **από** το ελατήριο



$$F = -kx$$

$$W_{el} = \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_2^2$$

Η ποσότητα  $\frac{1}{2} kx^2$   
ονομάζεται ελαστική  
δυναμική ενέργεια

$$W_{el} = U_1 - U_2 = \ominus \Delta U$$

# ΣΥΝΟΨΗ 5<sup>ου</sup> Μαθήματος

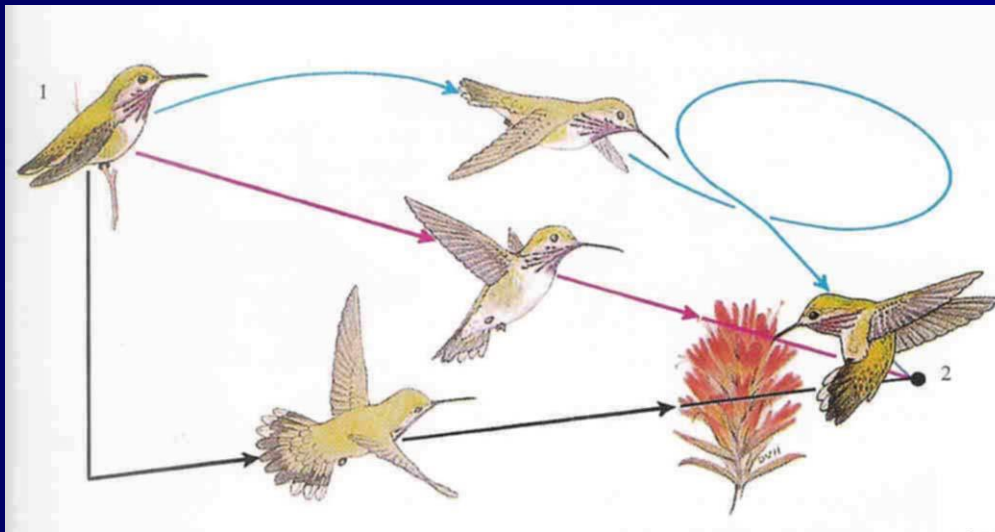
$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 + mgy \qquad K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2}kx_1^2 + mgy_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 + W_{other} = \frac{1}{2}kx_2^2 + mgy_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

**Ολική μηχανική ενέργεια  $U + K$**

# ΣΥΝΟΨΗ 5<sup>ου</sup> Μαθήματος



**ΔΙΑΤΗΡΗΤΙΚΗ  
ΔΥΝΑΜΗ  
(ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΗ)**

$$F = -\frac{dU}{dx}$$

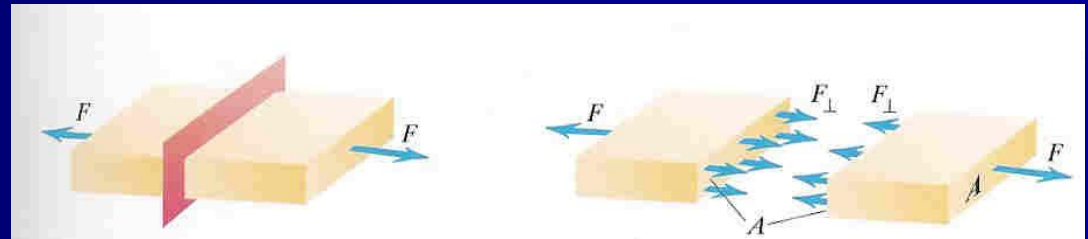
- ✓ Έργο **αντιστρεπτό**
- ✓ **Ανεξάρτητο** της τροχιάς
- ✓ Αν το **αρχικό και το τελικό σημείο συμπίπτουν**, το συνολικό έργο είναι **μηδέν**
- ✓ Μπορεί να εκφραστεί ως **διαφορά αρχικής-τελικής δυναμικής ενέργειας**

# ΣΥΝΟΨΗ 5<sup>ου</sup> Μαθήματος

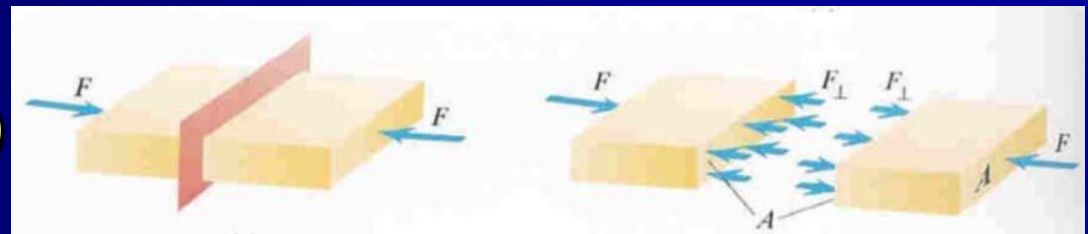
Ελαστικότητα: Θεώρηση του στερεού σώματος  
όχι ως ένα εξιδανικευμένο μοντέλο

- ✓ Επιμήκυνση
- ✓ Θλίψη
- ✓ Στρέψη

Εφελκυσμός



Θλίψη (συμπίεση)

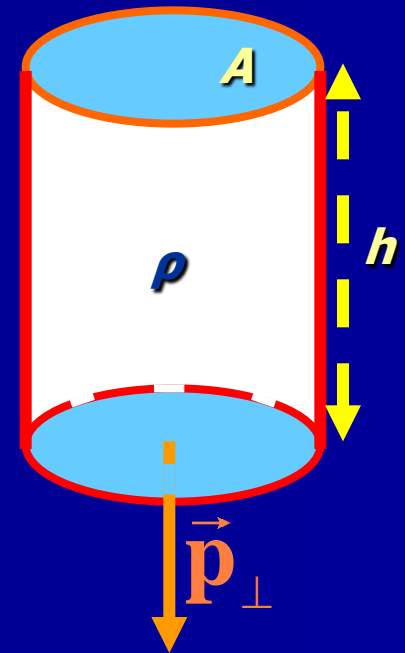


# ΣΥΝΟΨΗ 5<sup>ου</sup> Μαθήματος

## Υδροστατική πίεση

- ✓ Ίδια σε όλα τα σημεία μίας επιφάνειας σε σταθερό βάθος, ανεξάρτητα προσανατολισμού
- ✓ Πίεση πάντα κάθετη στην επιφάνεια
- ✓ Η πίεση μεταφέρεται μέσω των ρευστών και ασκείται στην επιφάνεια κάθε σώματος που είναι βυθισμένο σε αυτό (**Pascal**) – **Ισοτροπική τάση**

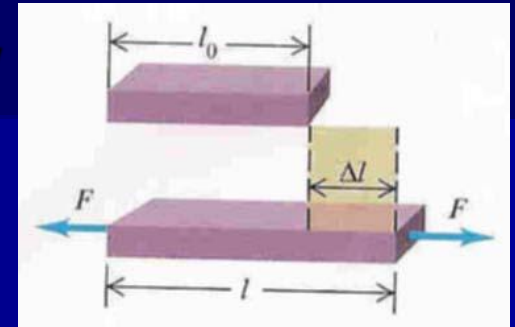
$$p = \rho gh$$



# ΣΥΝΟΨΗ 5<sup>ου</sup> Μαθήματος

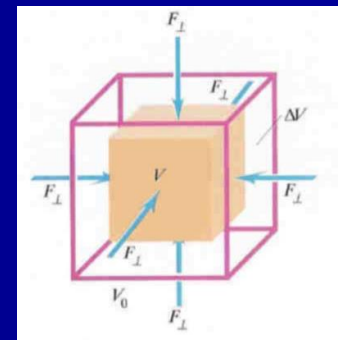
Πολλά μέτρα ελαστικότητας στο στερεό σώμα

$$Y = \frac{\tau}{e_l} = \frac{\vec{F}_\perp l_0}{A \Delta l} \quad \sigma = - \frac{e_w}{e_l}$$

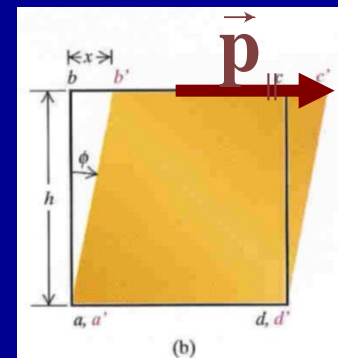


**Νόμος  
του  
Hooke**

$$B = - \frac{\Delta p}{\theta} = - \frac{\Delta p}{\Delta V / V_0}$$



$$S = \frac{p_{\parallel}}{e_\theta} = \frac{\vec{F}_\parallel x}{A h} = \frac{\vec{F}_\parallel / A}{\phi}$$







# ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

$$F = -\frac{dU}{dx} \quad U = U(x, y, z)$$

*Γενικεύοντας στις 3 διαστάσεις*

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\vec{F} = -\frac{\partial U}{\partial x} \mathbf{i} - \frac{\partial U}{\partial y} \mathbf{j} - \frac{\partial U}{\partial z} \mathbf{k} \quad \vec{F} = -\vec{\nabla} U$$

# ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

## Άσκηση 11-57

