

Μάθημα 6^ο

Σεισμομετρία

- Χρόνος Γένεσης Σεισμού
- Γεωγραφικές Συντεταγμένες του Επικέντρου
- Εστιακό Βάθος

Μάθημα 6^ο

Σεισμομετρία

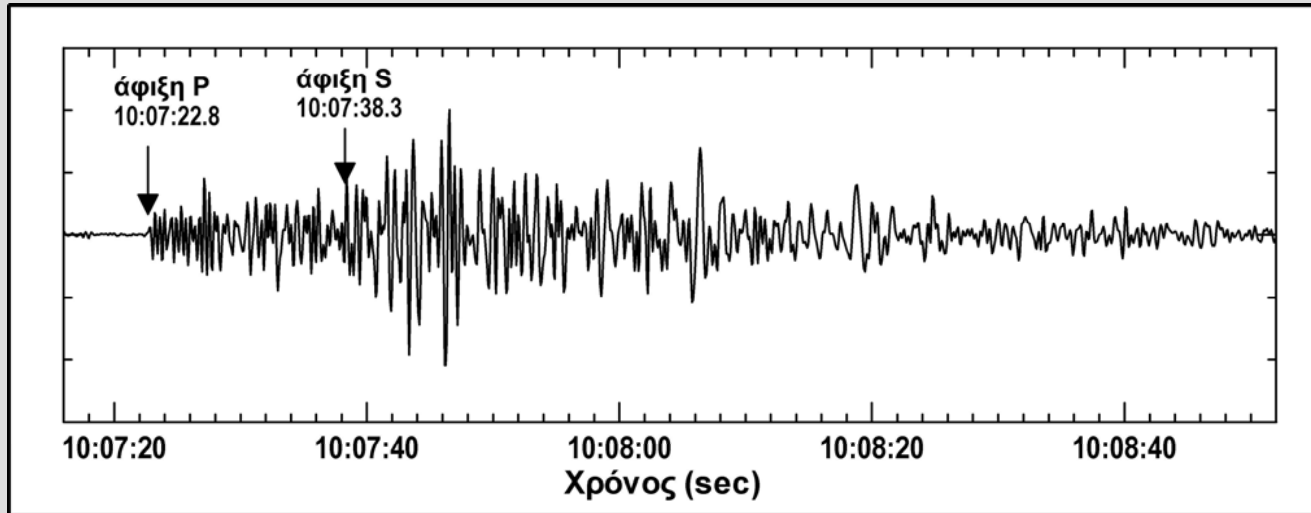
Στο μάθημα αυτό περιγράφονται οι τρόποι μέτρησης των **φυσικών μεγεθών** που μετριοούνται στα σειсмоγράμματα και οι μέθοδοι καθορισμού των **βασικών παραμέτρων της σεισμικής εστίας**.

Το μετρούμενο στα αναλογικά σειсмоγράμματα φυσικό μέγεθος είναι πάντοτε μήκος. Όταν το μήκος αυτό μετριέται κατά τη διεύθυνση του άξονα των τετμημένων παριστάνει **χρόνο** και μάλιστα το χρόνο άφιξης των σεισμικών κυμάτων ή την περίοδο αυτών ενώ όταν μετριέται κατά τη διεύθυνση του άξονα των τεταγμένων παριστάνει **μετάθεση, ταχύτητα ή επιτάχυνση**.

Οι πιο βασικές παράμετροι ενός σεισμού είναι:

- ➔ ο χρόνος γένεσης
- ➔ οι γεωγραφικές συντεταγμένες του επικέντρου
- ➔ το εστιακό βάθος
- ➔ το μέγεθος
- ➔ η σεισμική ροπή
- ➔ η ενέργειά του

Εύρεση του Χρόνου Άφιξης των Επιμήκων και Εγκαρσίων Κυμάτων

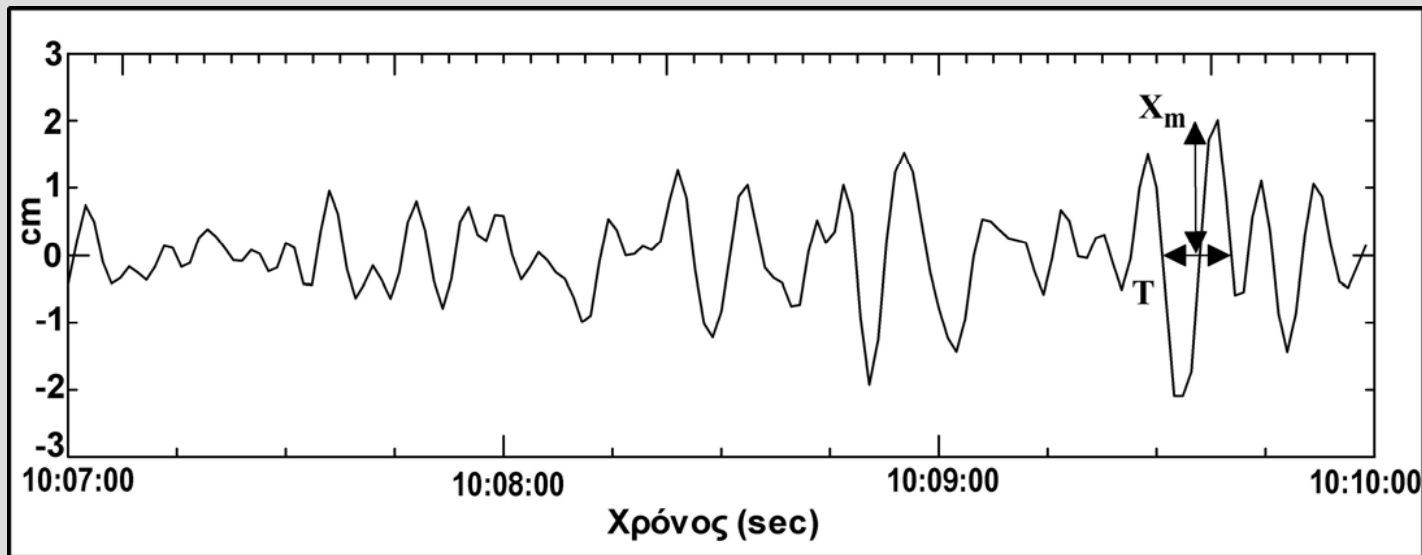


Το σχήμα παριστάνει σεισμόγραμμα, όπου δείχνονται οι φάσεις Pη και Sg. Παρατηρούμε ότι ο χρόνος άφιξης των πρώτων κυμάτων Pη είναι 10 h 07 min 22.8 sec ενώ ο χρόνος άφιξης των κυμάτων Sg είναι 10 h 07 m 38.3 sec.

Ο χρόνος αναγραφής μιας σεισμικής κίνησης δε συμπίπτει απόλυτα με τον πραγματικό χρόνο άφιξης της σεισμικής κίνησης στο σεισμολογικό σταθμό, λόγω **διαφοράς φάσης**, φ , μεταξύ της εδαφικής κίνησης με περίοδο, T , και της αναγραφόμενης κίνησης. Η διαφορά φάσης και η διαφορά χρόνου μεταξύ των δύο κινήσεων είναι συνάρτηση της περιόδου της εδαφικής κίνησης. Η χρονική μετατόπιση, δt , της φάσης είναι:

$$\delta t = \frac{\varphi \cdot T}{2\pi}$$

Εύρεση του πλάτους και της περιόδου



Η εύρεση του **μέγιστου πλάτους αναγραφής**, X_m , γίνεται με απευθείας μέτρηση της απόστασης του σημείου στροφής από τον άξονα ηρεμίας της γραφίδας. Η αντίστοιχη **περίοδος**, T , βρίσκεται με μέτρηση της απόστασης μεταξύ των δύο σημείων που αποτελούν διαδοχικές τομές της γραφίδας με τον άξονα των χρόνων, κατά την κίνηση αυτής κατά την ίδια φορά, και αναγωγή κατόπιν του μήκους που μετρήθηκε σε χρόνο.

Φάσμα της Σεισμικής Κίνησης

Το πλάτος αναγραφής, που αντιστοιχεί σε τυχαία χρονική στιγμή, βρίσκεται εύκολα, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα. Η εύρεση όμως της **περιόδου**, που αντιστοιχεί στο πλάτος αυτό, **δεν είναι δυνατό να γίνει με απλό τρόπο** και συνεπώς δεν είναι εύκολη και η εύρεση του αντίστοιχου πραγματικού πλάτους της εδαφικής κίνησης.

Από το σεισμόγραμμα, που αποτελεί γραφική παράσταση της σχέσης $\psi=\psi(t)$ μεταξύ της μετάθεσης της γραφίδας και του χρόνου, πρέπει να βρεθεί σχέση, $F=F(\omega)$, μεταξύ της μετάθεσης και της κυκλικής συχνότητας, ω (ή της περιόδου). Η τελευταία αυτή σχέση λέγεται **φάσμα της σεισμικής κίνησης**.

Η συνάρτηση $\psi(t)$ μπορεί να γραφεί ως εξής:
$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot \exp(i\omega t) d\omega$$

Η συνάρτηση $F(\omega)$ μπορεί να γραφεί:
$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \cdot \exp(-i\omega t) dt$$

Είναι γνωστό ότι: $\exp(-i\omega t) = \cos\omega t - i\sin\omega t$

Συνεπώς, $F(\omega) = R(\omega) - iI(\omega)$ Για δεδομένη τιμή της ω ή της περιόδου $T (=2\pi/\omega)$ του κύματος

όπου $R(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \cos\omega t dt$

Πραγματικό μέρος

$I(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \sin\omega t dt$

Φανταστικό μέρος

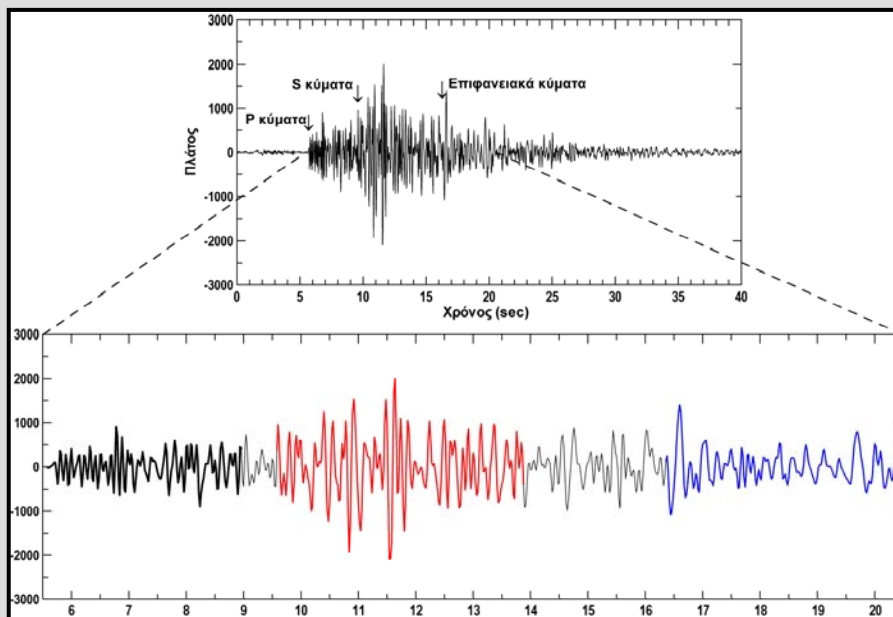
Φάσμα της Σεισμικής Κίνησης

Για τον υπολογισμό του φάσματος **ψηφιοποιούμε** το σεισμόγραμμα, δηλαδή, μετράμε στο σεισμόγραμμα τα πλάτη **ψ** ανά **ίσα χρονικά διαστήματα** και με αριθμητική ολοκλήρωση υπολογίζουμε τα $R(\omega)$ και $I(\omega)$. Η **φασματική τιμή $\Psi(\omega)$** και η **φασματική διαφορά φάσης $\phi(\omega)$** υπολογίζονται από τις σχέσεις:

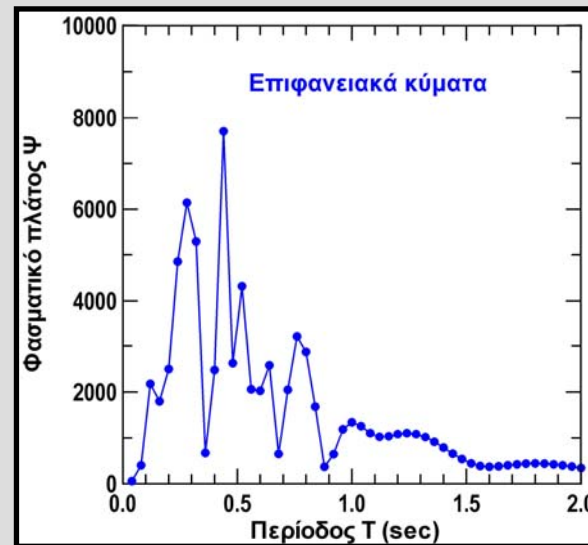
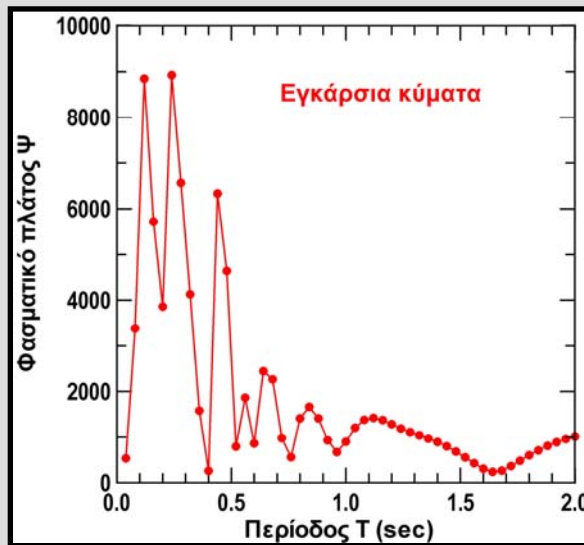
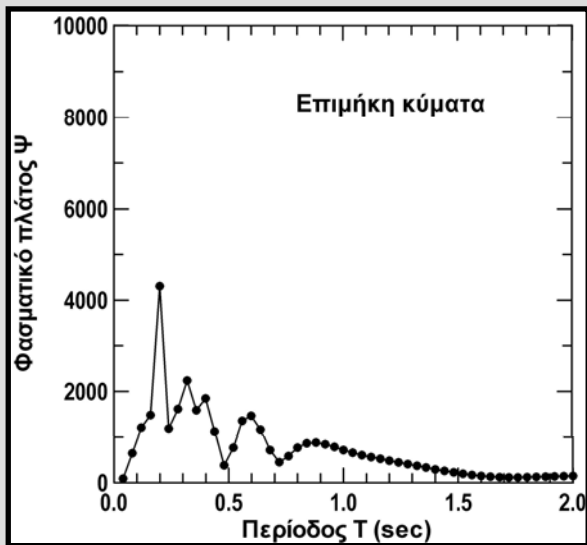
$$\Psi(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} \quad \text{εφφ}(\omega) = \frac{I(\omega)}{R(\omega)}$$

Ουσιαστικά, θεωρούμε άπειρους αρμονικούς (με συγκεκριμένα πλάτη και διαφορετικές περιόδους) και βρίσκουμε τη συνεισφορά κάθε αρμονικού στην αρχική κυματομορφή. Ταυτόχρονα, υπολογίζουμε και τη σειρά με την οποία πρέπει να τοποθετηθούν οι αρμονικοί για να σχηματίσουν την κυματομορφή (διαφορά φάσης).

Φάσμα της Σεισμικής Κίνησης



Φάσματα
τμημάτων του
σειсмоγράμματος

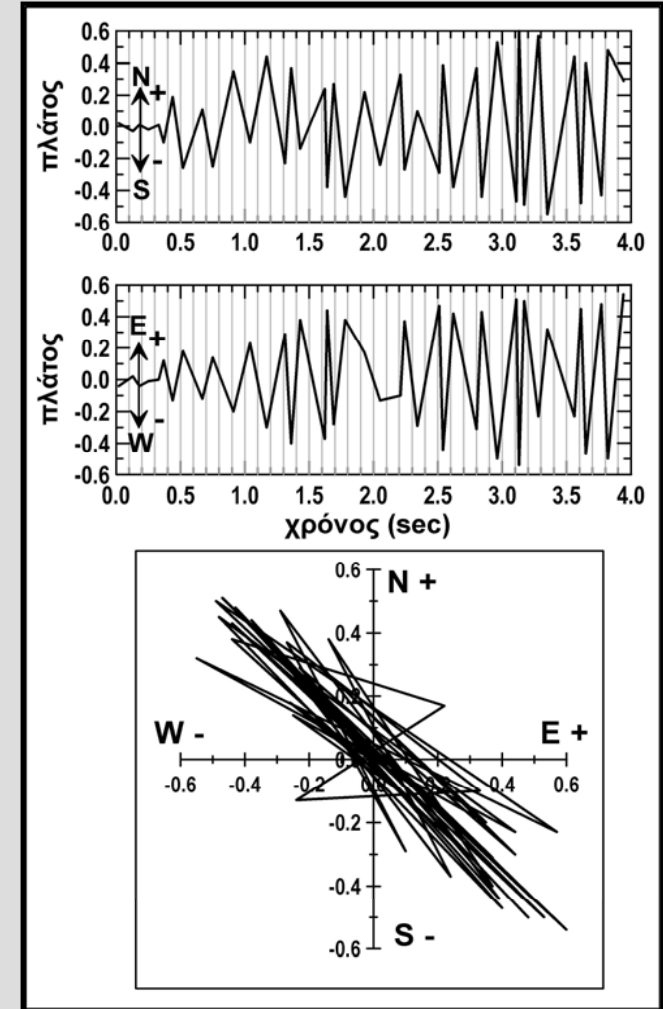


Διάγραμμα της Κίνησης του Υλικού Σημείου

Όταν διαθέτουμε δύο οριζόντια σεισμόμετρα και ένα κατακόρυφο και γνωρίζουμε τις μεγεθύνσεις αυτών, μπορούμε να προσδιορίσουμε το διάνυσμα της εδαφικής κίνησης σε κάθε χρονική στιγμή και να χαράξουμε έτσι την τροχιά. Η τροχιά αυτή λέγεται **διάγραμμα της κίνησης του υλικού σημείου**.

Συνήθως, βρίσκουμε την προβολή του διαγράμματος της κίνησης στο οριζόντιο επίπεδο με τη χρησιμοποίηση των σειсмоγραμμάτων των δύο οριζοντίων σεισμόμετρων ή την προβολή αυτού σε ένα από τα κατακόρυφα επίπεδα που ορίζονται από την κατακόρυφο και από τη διεύθυνση της μιας των οριζοντίων συνιστωσών.

Το πάνω μέρος του σχήματος παριστάνει τις αναγραφές των εγκαρσίων κυμάτων ενός σεισμού από τα δύο οριζόντια σεισμόμετρα (NS) και (EW) ενός σταθμού. Στο κάτω μέρος του σχήματος φαίνεται το διάγραμμα της οριζόντιας κίνησης των εγκαρσίων κυμάτων που καθορίστηκε με τη βοήθεια των δύο σειсмоγραμμάτων.

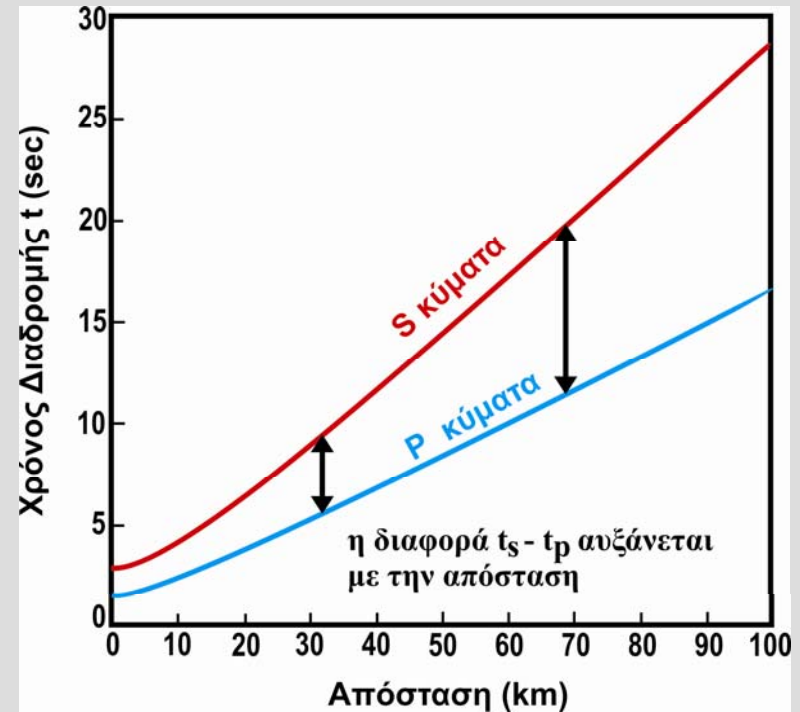


Πίνακες και Καμπύλες Χρόνων Διαδρομής

Οι καμπύλες χρόνων διαδρομής αποτελούν γραφικές παραστάσεις των πινάκων χρόνων διαδρομής, δηλαδή, των χρόνων διαδρομής των σεισμικών κυμάτων σε συνάρτηση με τις αποστάσεις.

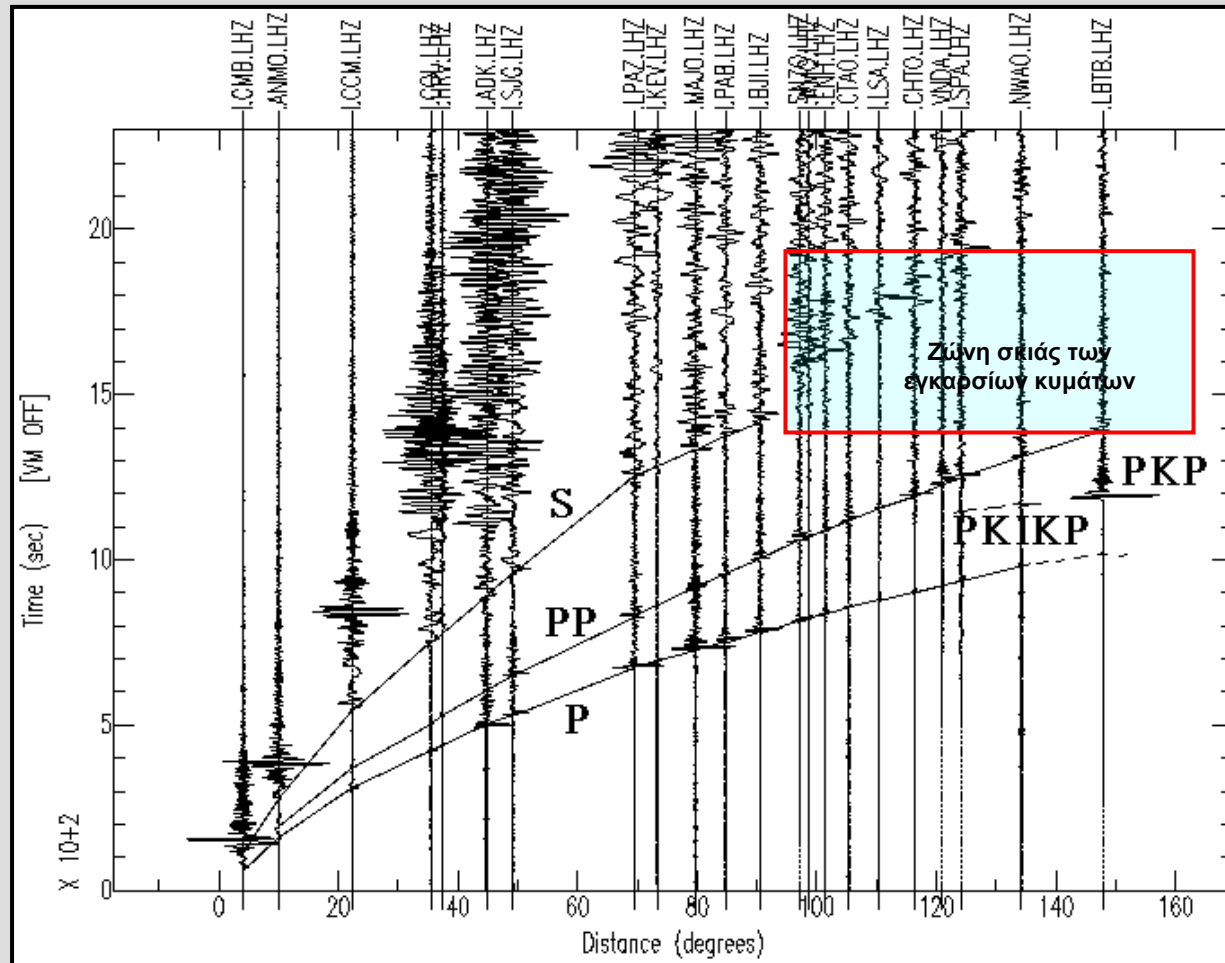
Η κατασκευή των πινάκων και των καμπύλων χρόνων διαδρομής των κυμάτων χώρου απαιτεί ακριβή γνώση της θέσης των εστιών και των χρόνων γένεσης των σεισμών και αναγραφή των διαφόρων φάσεων αυτών από μεγάλο αριθμό σταθμών.

Οι πίνακες χρόνων διαδρομής, τόσο των βασικών αυτών φάσεων όσο και των υπολοίπων γνωστών σεισμικών φάσεων, εκπονήθηκαν πριν από αρκετά χρόνια, η δε σύγκριση αυτών μ' αυτούς που κατασκευάστηκαν με τη χρησιμοποίηση δεδομένων ατομικών εκρήξεων έδειξε ότι και οι πίνακες αυτοί έχουν γενικά ικανοποιητική ακρίβεια.



Καμπύλες χρόνων διαδρομής για σεισμό με εστιακό βάθος $h = 10$ km και ταχύτητες των επιμήκων, V_p , και εγκάρσιων κυμάτων, V_s , ίσων με 6 km/sec και 3.5 km/sec, αντίστοιχα. Η χρονική διαφορά S-P μεγαλώνει με την απόσταση.

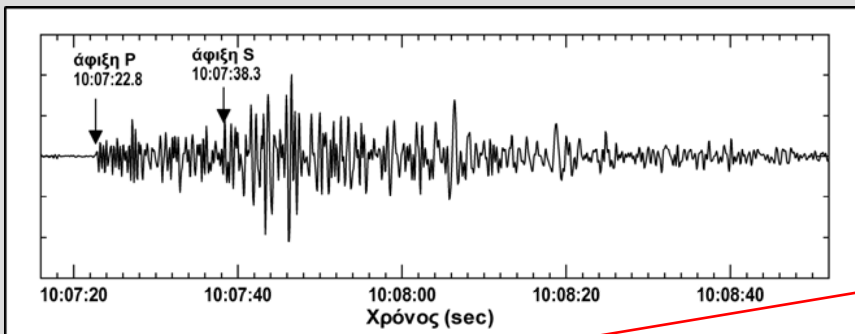
Πίνακες και Καμπύλες Χρόνων Διαδρομής



Καταγραφές ισχυρού σεισμού σε σεισμολογικούς σταθμούς σε διάφορες επικεντρικές αποστάσεις. Φαίνονται οι καμπύλες χρόνων διαδρομής ορισμένων φάσεων (π.χ. P, PP, S, κλπ.).

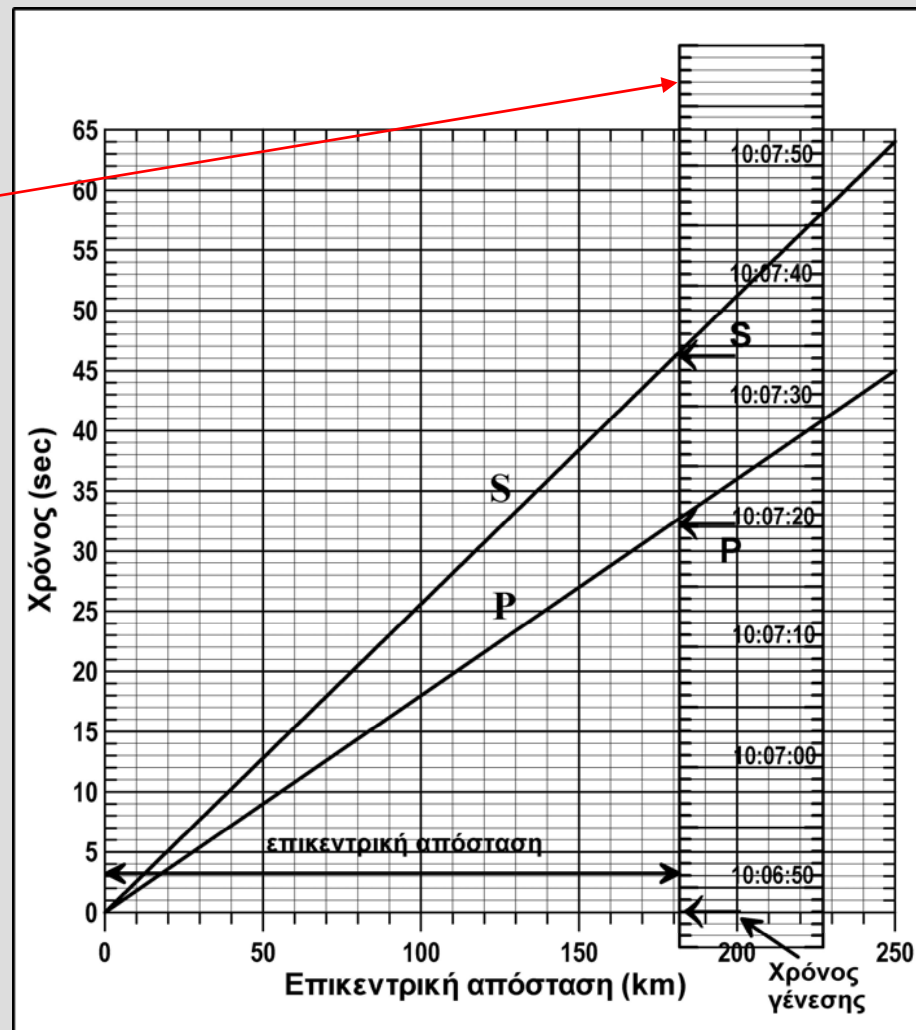
(http://lasker.princeton.edu/ScienceProjects/curr/waves/waves_fig8b.gif)

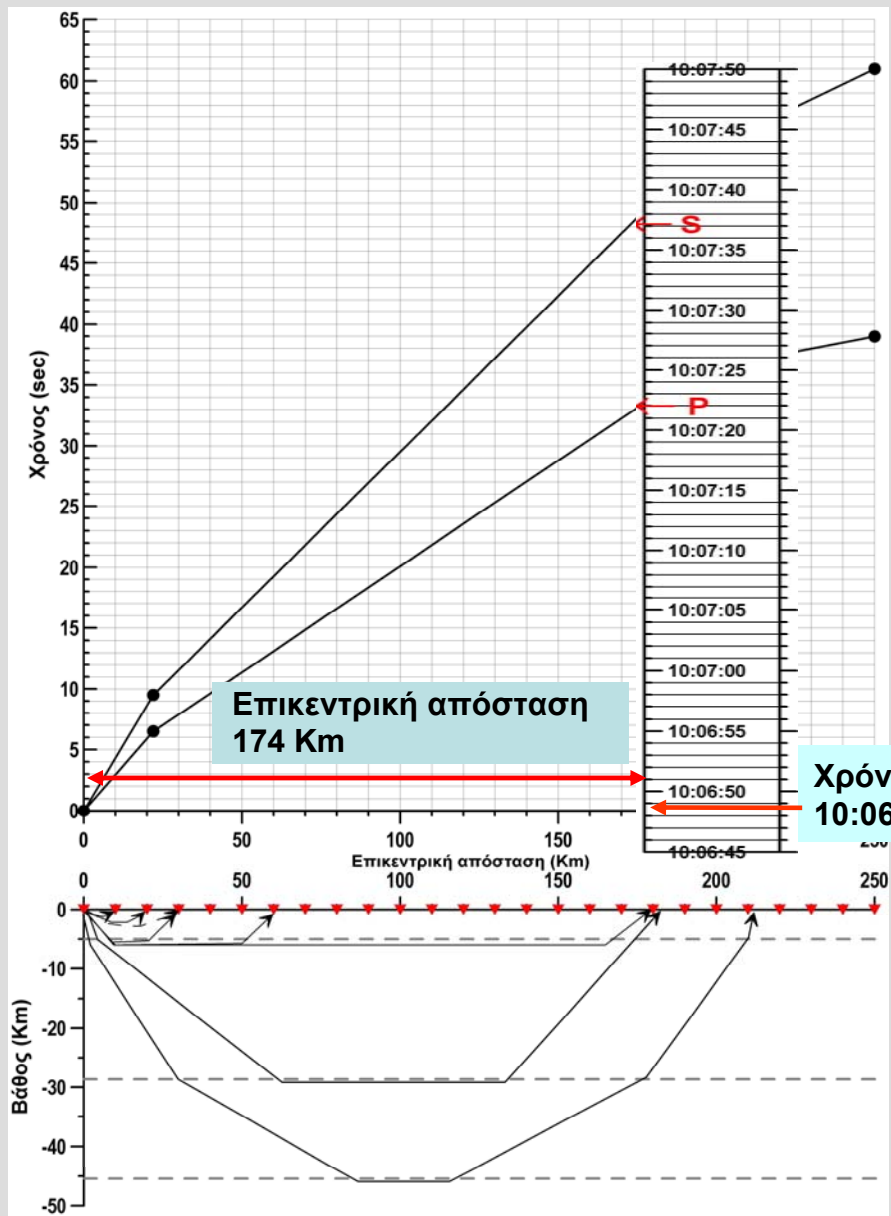
Εύρεση της επικεντρικής απόστασης και του χρόνου γένεσης



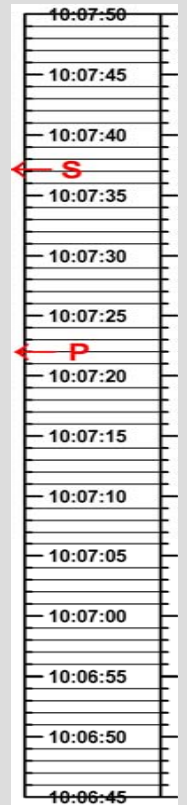
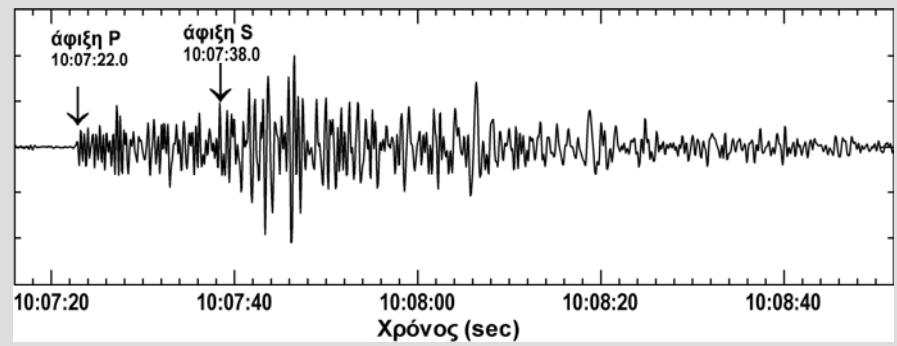
Πάνω σε **ταινία** σημειώνουμε με γραμμές, στην κλίμακα του άξονα των χρόνων, τους χρόνους άφιξης των φάσεων που γράφτηκαν στο σταθμό (πάνω σχήμα). Κατόπιν, βάζουμε την ταινία πάνω στις καμπύλες χρόνων διαδρομής παράλληλα προς τον άξονα των χρόνων και μετατοπίζουμε αυτή παράλληλα προς τον άξονα των αποστάσεων μέχρι να **συμπέσουν** οι γραμμές που σημειώθηκαν πάνω στην ταινία με τις αντίστοιχες καμπύλες χρόνων διαδρομής.

Το σημείο, όπου η πλευρά της ταινίας πάνω στην οποία έχουν σημειωθεί οι χρόνοι άφιξης των φάσεων τέμνει τον άξονα των τετμημένων, δείχνει την **ΕΠΙΚΕΝΤΡΙΚΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ**. Ταυτόχρονα, ο χρόνος που αντιστοιχεί στο σημείο που ο άξονας των αποστάσεων τέμνει την ταινία μας είναι ο **χρόνος γένεσης** του σεισμού.





Δομή Αιγαίου



Προσδιορισμός των Συντεταγμένων της Εστίας Σεισμού

Η **μικροσεισμική εστία** (υπόκεντρο) ενός σεισμού ορίζεται από τις **γεωγραφικές συντεταγμένες** (φ , λ) του επικέντρου του σεισμού (**γεωγραφικό πλάτος** φ , **γεωγραφικό μήκος** λ) και από το **εστιακό βάθος**, h , του σεισμού. Συνήθως, όμως, μέρος της διαδικασίας προσδιορισμού αυτών των παραμέτρων αποτελεί και ο προσδιορισμός του **χρόνου γένεσης**, t .

Η **ακρίβεια** προσδιορισμού των τεσσάρων αυτών βασικών παραμέτρων εξαρτάται:

- από τον αριθμό και την κατανομή των σεισμολογικών σταθμών που καταγράφουν το σεισμό,
- από το βαθμό που το διαθέσιμο μοντέλο (καμπύλες χρόνων διαδρομής κλπ.) αντιπροσωπεύει τη δομή σεισμικών ταχυτήτων.

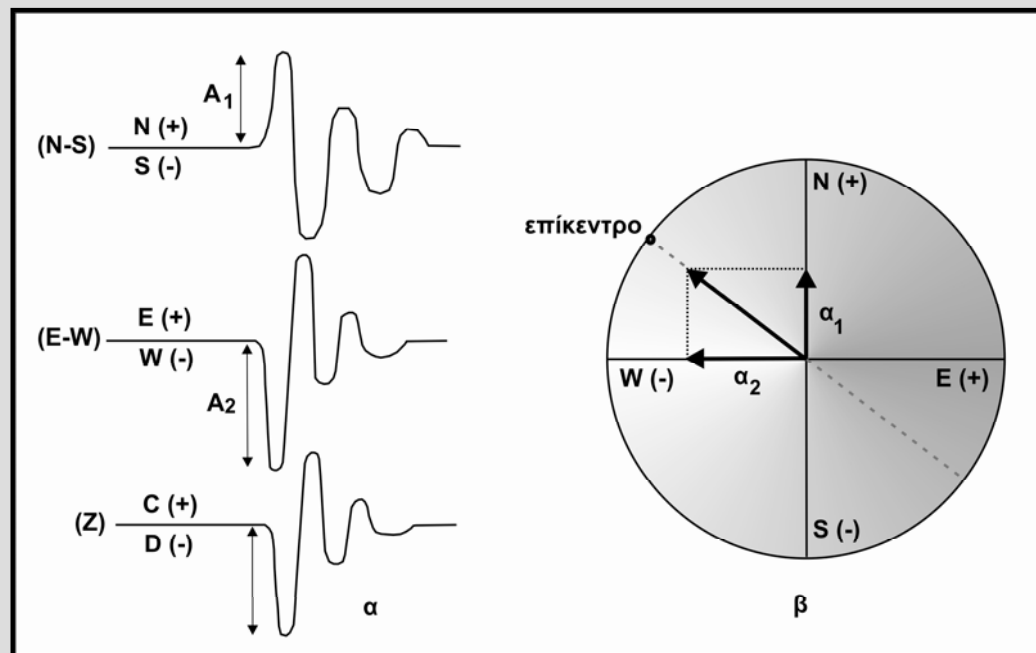
Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των σεισμολογικών σταθμών και όσο περισσότερο ομοιόμορφη είναι η κατά αξιμούθιο και απόσταση κατανομή των σταθμών σε σχέση με το επίκεντρο του σεισμού, τόσο ακριβέστερα υπολογίζονται οι τέσσερις παράμετροι.

Σε ορισμένες περιπτώσεις οι δύο γεωγραφικές συντεταγμένες του επικέντρου ενός σεισμού υπολογίζονται ανεξάρτητα από το εστιακό βάθος, αλλά υπάρχουν και μέθοδοι με τις οποίες προσδιορίζονται συγχρόνως οι τρεις συντεταγμένες της σεισμικής εστίας καθώς και ο χρόνος γένεσης.

Προσδιορισμός του επικέντρου σεισμού με έναν ή δύο σταθμούς

Για τον υπολογισμό του επικέντρου με έναν σταθμό πρέπει να γνωρίζουμε:

- Την **επικεντρική απόσταση**, η οποία υπολογίζεται με τη μέθοδο που περιγράφηκε προηγουμένως.
- Το **αζιμούθιο** του επικέντρου σε σχέση με το σταθμό, δηλαδή, τη γωνία που σχηματίζει ο μεσημβρινός του σταθμού με το μέγιστο κύκλο της Γης, που περνάει από το σταθμό και το επίκεντρο.
- Απαραίτητη προϋπόθεση η ύπαρξη 2 οριζοντίων σεισμομέτρων (Βορρά-Νότου, N-S και Ανατολής-Δύσης, E-W) και ενός σεισμομέτρου που γράφει την κατακόρυφη συνιστώσα (Z).



Καθορισμός του αζιμουθίου του επικέντρου με ένα σταθμό.

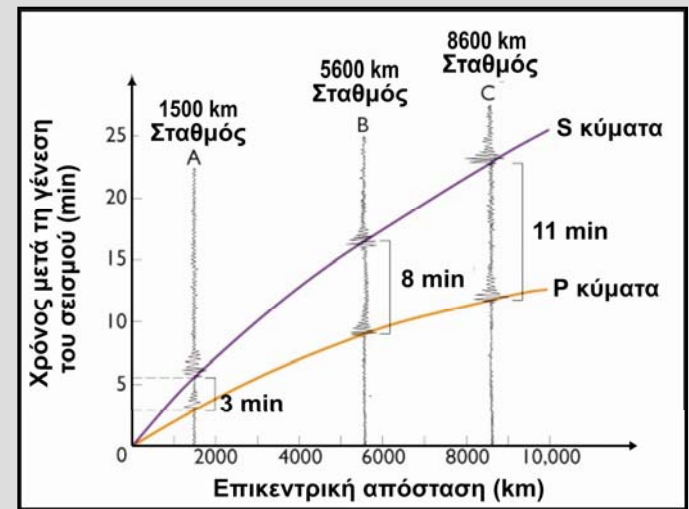
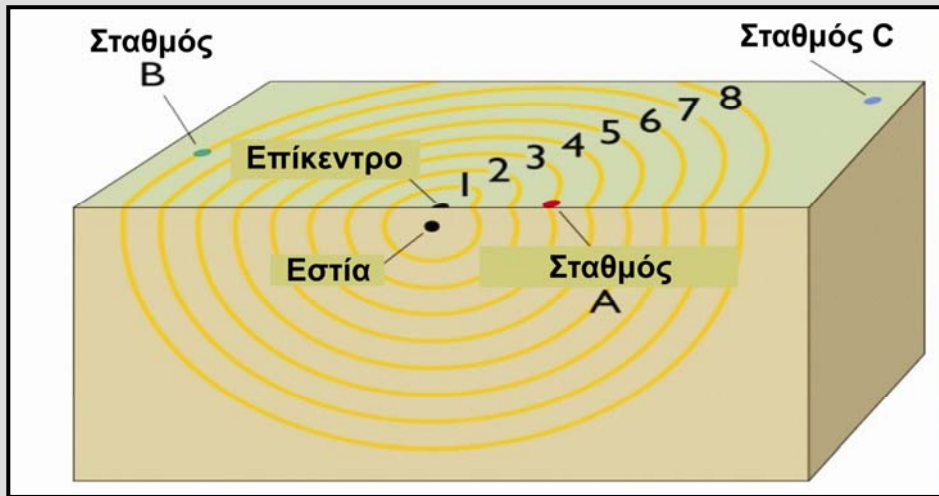
Η σεισμική ακτίνα των P κυμάτων που περνάει από το σταθμό και το επίκεντρο βρίσκεται στο κατακόρυφο επίπεδο που περνάει από τα δύο αυτά σημεία της επιφάνειας της Γης. Είναι, επίσης, γνωστό ότι η ταλάντωση των υλικών σημείων κατά τη διάδοση των P κυμάτων είναι παράλληλη προς τη σεισμική ακτίνα. Αν, συνεπώς, καθορίσουμε τη **διεύθυνση ταλάντωσης** των υλικών σημείων κατά την άφιξη των κυμάτων P στο σταθμό, ορίζουμε με αυτή το αζιμούθιο του επικέντρου σε σχέση με το σταθμό.

Μετράμε πάνω στα σεισμογράμματα των δύο οριζοντίων σεισμομέτρων τα μήκη των πρώτων αποκλίσεων A_1 και A_2 , που οφείλονται στα κύματα P και διαιρώντας αυτά με τις αντίστοιχες πραγματικές μεγεθύνσεις, βρίσκουμε τα πραγματικά πλάτη α_1 και α_2 .

Προσδιορισμός του επικέντρου σεισμού με έναν ή δύο σταθμούς

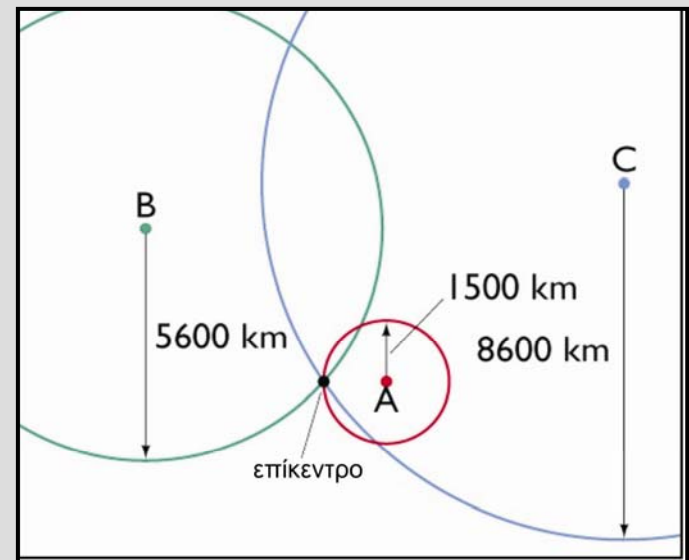
- ✦ Θεωρούμε δύο κάθετους άξονες NS και EW, από τους οποίους ο ένας παριστάνει τη διεύθυνση Βορρά-Νότου και ο άλλος τη διεύθυνση Ανατολής-Δύσης και παίρνουμε πάνω στους άξονες διανύσματα, που έχουν αρχή την τομή των αξόνων, μέτρα ανάλογα των α_1 και α_2 και φορές τις φορές των πρώτων αποκλίσεων των σειсмоγραμμάτων, όπως φαίνεται στο σχήμα.
- ✦ Η διεύθυνση της διαγωνίου του ορθογωνίου παραλληλογράμμου που έχει πλευρές α_1 και α_2 παριστάνει τη διεύθυνση στην οποία βρίσκεται το επίκεντρο. Αν το σχήμα γίνει πάνω σε διαφανές χαρτί, τοποθετηθεί πάνω σε γεωγραφικό χάρτη με τέτοιο τρόπο ώστε η τομή των αξόνων να συμπίψει με το σταθμό και γράψουμε περιφέρεια με κέντρο το σταθμό και ακτίνα ίση με την επικεντρική απόσταση, η περιφέρεια αυτή θα τμήσει τη διαγώνιο του παραλληλογράμμου σε δύο σημεία, απ' τα οποία το ένα παριστάνει το επίκεντρο του σεισμού.
- ✦ Για να βρούμε ποιο από τα δύο σημεία παριστάνει το επίκεντρο, χρησιμοποιούμε τη φορά απόκλισης της πρώτης κίνησης των P κυμάτων κατά την κατακόρυφη διεύθυνση. Αν η πρώτη ώθηση στο κατακόρυφο σεισμόμετρο είναι **αραίωση** (D), δηλαδή, έχει φορά από πάνω προς τα κάτω, όπως στο σχήμα, το επίκεντρο θα βρίσκεται προς τη φορά που δείχνεται από τη **συνισταμένη** των δύο οριζοντίων διανυσμάτων α_1 και α_2 , ενώ όταν η πρώτη ώθηση στο κατακόρυφο σεισμόμετρο είναι **συμπίεση** (C), δηλαδή, έχει φορά από κάτω προς τα πάνω, το επίκεντρο βρίσκεται προς την **αντίθετη φορά** εκείνης που δείχνει η συνισταμένη των δύο οριζοντίων διανυσμάτων.
- ✦ Αυτή η μέθοδος προσδιορισμού του επικέντρου, εφαρμόζεται όταν οι επικεντρικές αποστάσεις είναι μικρές.

Γραφική μέθοδος προσδιορισμού του επικέντρου σεισμού με περισσότερους από δύο σταθμούς



Για την εφαρμογή της μεθόδου αυτής απαιτούνται οι χρόνοι άφιξης των επιμήκων και των εγκαρσίων κυμάτων σε ικανοποιητικό αριθμό σταθμών.

Στην περίπτωση 3 σταθμών (πάνω), αφού βρεθούν οι επικεντρικές αποστάσεις για τους σταθμούς όπου αναγράφηκαν ευκρινώς τα P και τα S κύματα (πάνω δεξιά) με τη μέθοδο που περιγράφηκε προηγούμενα, χαράσσονται κύκλοι με κέντρα τους σταθμούς και ακτίνες ίσες με τις επικεντρικές αποστάσεις (δεξιά). Το μέσο της περιοχής όπου τέμνονται οι κύκλοι είναι το επίκεντρο του σεισμού.

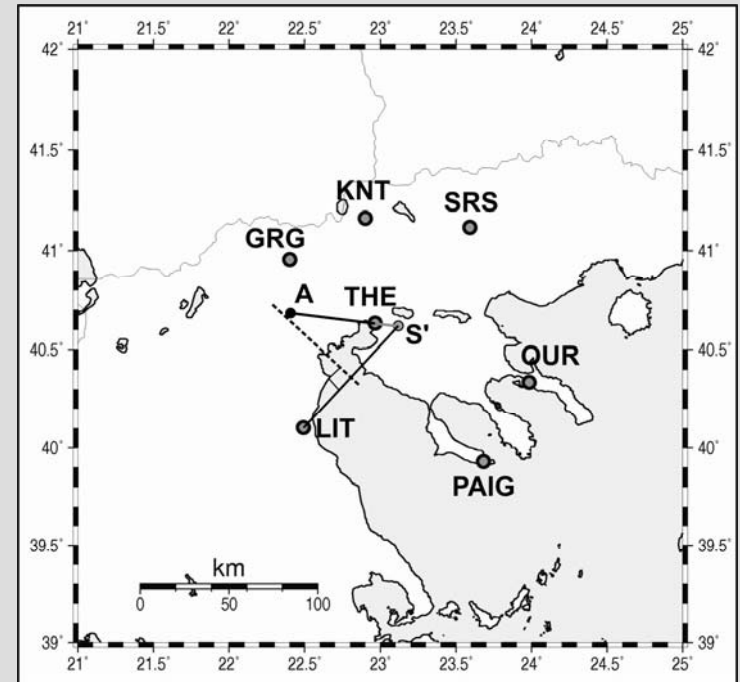


Προσδιορισμός του επίκεντρου τοπικού σεισμού με τη μέθοδο Galitzin

Αν η πρώτη ώθηση, που οφείλεται στα P κύματα ενός σεισμού, φθάνει **συγχρόνως** σε δύο σταθμούς τότε, επειδή η ακτίνα είναι κάθετη στο μέτωπο του κύματος, το επίκεντρο θα βρίσκεται στο επίπεδο που είναι κάθετο στο μέσο της χορδής του τόξου μέγιστου κύκλου που συνδέει τους δύο σταθμούς.

Αν και για ένα άλλο ζεύγος σταθμών συμβαίνει αυτό, τότε, το επίκεντρο θα βρίσκεται στην τομή δύο γνωστών επιπέδων και στην επιφάνεια της Γης, δηλαδή, στην τομή δύο γνωστών τόξων μέγιστων κύκλων και συνεπώς το επίκεντρο ορίζεται. Πρέπει να γνωρίζουμε την ταχύτητα διάδοσης των επιμήκων κυμάτων στην περιοχή.

Έτσι, ορίζεται αρχικά, με μία από τις δύο μεθόδους που περιγράφηκαν προηγουμένα, ένα προσωρινό επίκεντρο (έστω Α). Κατόπιν, βρίσκουμε τη διαφορά της επικεντρικής απόστασης, $\delta\Delta$, που αντιστοιχεί στη διαφορά χρόνου, δt , για επικεντρική απόσταση ίση με την επικεντρική απόσταση, $\Delta 1$, του προσωρινού επίκεντρου από το πλησιέστερο σταθμό (THE). Κατόπιν, θεωρούμε ότι ο πλησιέστερος σταθμός απομακρύνεται του επίκεντρου κατά $\delta\Delta$ πάνω στο μέγιστο κύκλο που συνδέει το σταθμό αυτό με το επίκεντρο και έστω ότι S' είναι η νέα θέση του σταθμού αυτού. Το επίκεντρο θα βρίσκεται, με ικανοποιητική προσέγγιση, πάνω στο επίπεδο που διχοτομεί κάθετα τη χορδή του τόξου του μέγιστου κύκλου, που περνάει από το σημείο S' και από το μακρινότερο σταθμό (LIT). Αυτό επαναλαμβάνεται και για τα υπόλοιπα ζεύγη σταθμών. Η μέθοδος αυτή είναι αρκετά ακριβής όταν η διαφορά χρόνου στα ζεύγη των σταθμών είναι μικρή (δt μέχρι 10 sec).



Εύρεση επίκεντρου με τη μέθοδο Galitzin.

Εφαρμόζεται αντίστροφη διαδικασία (inversion procedure)

Στην αρχή, υιοθετείται ένα προκαταρκτικό μοντέλο εστιακών παραμέτρων του σεισμού

Γεωγραφικό μήκος λ_0

Γεωγραφικό πλάτος φ_0

Εστιακό βάθος h_0

Χρόνος γένεσης τ_0

Με βάση τα δεδομένα, που αποτελούνται (α) από τους χρόνους άφιξης των επιμήκων και των εγκαρσίων κυμάτων, (β) από τους πίνακες των χρόνων διαδρομής αυτών των κυμάτων (που είναι ουσιαστικά το μοντέλο γεωφυσικής δομής ταχυτήτων της Γης στην περιοχή), καθορίζεται το **τελικό μοντέλο** των παραμέτρων

Γεωγραφικό μήκος λ

Γεωγραφικό πλάτος φ

Εστιακό βάθος h

Χρόνος γένεσης τ

Έστω ότι σε ένα σεισμολογικό σταθμό ότι **μετρήθηκε** ο χρόνος άφιξης, T , μιας φάσης κυμάτων (π.χ. P ή S) που προέρχεται από την εστία ενός σεισμού: $T(\varphi, \lambda, h, \tau)$. Αυτός ο χρόνος άφιξης εξαρτάται από τις πραγματικές εστιακές συντεταγμένες ($\varphi, \lambda, h, \tau$) για μια γνωστή δομή ταχύτητας (καμπύλες χρόνων διαδρομής).

Με βάση το προκαταρκτικό μοντέλο, **υπολογίζεται** ο χρόνος άφιξης αυτής της φάσης κυμάτων, $T_0(\varphi_0, \lambda_0, h_0, \tau_0)$.

Προσδιορισμός του επικέντρου και του εστιακού βάθους σεισμού με τη μέθοδο Geiger

Αν υποθέσουμε ότι $\varphi = \varphi_0 + \delta\varphi$, $\lambda = \lambda_0 + \delta\lambda$, $h = h_0 + \delta h$, $\tau = \tau_0 + \delta\tau$, τότε η διαφορά, δT , μεταξύ του παρατηρούμενου και του θεωρητικού χρόνου διαδρομής θα είναι:

$$\delta T = T(\varphi_0 + \delta\varphi, \lambda_0 + \delta\lambda, h_0 + \delta h, \tau_0 + \delta\tau) - T_0(\varphi_0, \lambda_0, h_0, \tau_0) \quad (1)$$

Αν το δεύτερο μέλος αναπτυχθεί σε σειρά Taylor: $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + f''(x_0) \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \dots$

και παραλειφθούν οι όροι ανώτερης τάξης, τότε προκύπτει ότι:

$$T = T_0(\varphi_0, \lambda_0, h_0, \tau_0) + A_1 \delta\varphi + A_2 \delta\lambda + A_3 \delta h + A_4 \delta\tau \quad (2)$$

όπου A_1, A_2, A_3, A_4 είναι οι τιμές των **μερικών παραγώγων του χρόνου άφιξης** ως προς $\varphi, \lambda, h, \tau$ για την αρχική εστία, οι οποίες είναι **ίσες** με τις τιμές των αντιστοίχων **μερικών παραγώγων του χρόνου διαδρομής, t**. Δηλαδή,

$$A_1 = \left(\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right)_0, \quad A_2 = \left(\frac{\partial t}{\partial \lambda} \right)_0, \quad A_3 = \left(\frac{\partial t}{\partial h} \right)_0, \quad A_4 = 1$$

Η A_4 είναι ίση με 1 γιατί οποιαδήποτε μεταβολή στο χρόνο γένεσης προκαλεί **ίση** μεταβολή στο χρόνο άφιξης.

Οι τιμές των A_1, A_2, A_3 , υπολογίζονται από τους πίνακες χρόνων διαδρομής που αντιστοιχούν στη δοσμένη αρχική εστία ($\varphi_0, \lambda_0, h_0, \tau_0$). Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι:

$$\delta T = A_1 \delta\varphi + A_2 \delta\lambda + A_3 \delta h + A_4 \delta\tau \quad (3)$$

Στη σχέση αυτή η **διαφορά $\delta T = T - T_0$** είναι **γνωστή** και καλείται **χρονικό υπόλοιπο (residual)**, γιατί ο T είναι ο χρόνος άφιξης που μετριέται στο σταθμό και T_0 είναι ο χρόνος άφιξης που υπολογίζεται για τη γνωστή εστία ($\varphi_0, \lambda_0, h_0, \tau_0$), όπως επίσης είναι **γνωστές** οι τιμές των A_j γιατί υπολογίζονται από τις καμπύλες των χρόνων διαδρομής.

Οι ποσότητες $\delta\varphi, \delta\lambda, \delta h, \delta\tau$ είναι άγνωστες και πρέπει να υπολογιστούν. Χρειάζονται, συνεπώς, **τουλάχιστον 4 καταγραφές** (4 σταθμούς) για να επιλυθούν οι αντίστοιχες εξισώσεις της μορφής (3) ($n \geq 4$).

Προσδιορισμός του επικέντρου και του εστιακού βάθους σεισμού με τη μέθοδο Geiger

Οι εξισώσεις αυτές είναι: $\delta T_i = \sum_{j=1}^4 A_{ij} \cdot \delta x_j$, $i=1, \dots, n$ ($n \geq 4$). (4)

Για την επίλυση του συστήματος αυτού εφαρμόζεται η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων. Δηλαδή, πρέπει

$$\psi = \sum_{i=1}^n \left(\delta T_i - \sum_{j=1}^4 A_{ij} \delta x_j \right)^2 \rightarrow \text{ελάχιστο}$$

Για να συμβεί αυτό, πρέπει: $\frac{\partial \psi}{\partial \delta \varphi} = 0$ $\frac{\partial \psi}{\partial \delta \lambda} = 0$ $\frac{\partial \psi}{\partial \delta h} = 0$ $\frac{\partial \psi}{\partial \delta \tau} = 0$

Από αυτές και τις εξισώσεις της μορφής (4) προκύπτει το ακόλουθο σύστημα **κανονικών εξισώσεων**, του οποίου η επίλυση δίνει τις τιμές $\delta \varphi$, $\delta \lambda$, δh , $\delta \tau$:

$$\left(\sum_{i=1}^n A_{i1} A_{i1} \right) \cdot \delta \varphi + \left(\sum_{i=1}^n A_{i2} A_{i1} \right) \cdot \delta \lambda + \left(\sum_{i=1}^n A_{i3} A_{i1} \right) \cdot \delta h + \left(\sum_{i=1}^n A_{i4} A_{i1} \right) \cdot \delta \tau = \sum_{i=1}^n A_{i1} \delta T_i$$

$$\left(\sum_{i=1}^n A_{i1} A_{i2} \right) \cdot \delta \varphi + \left(\sum_{i=1}^n A_{i2} A_{i2} \right) \cdot \delta \lambda + \left(\sum_{i=1}^n A_{i3} A_{i2} \right) \cdot \delta h + \left(\sum_{i=1}^n A_{i4} A_{i2} \right) \cdot \delta \tau = \sum_{i=1}^n A_{i2} \delta T_i$$

$$\left(\sum_{i=1}^n A_{i1} A_{i3} \right) \cdot \delta \varphi + \left(\sum_{i=1}^n A_{i2} A_{i3} \right) \cdot \delta \lambda + \left(\sum_{i=1}^n A_{i3} A_{i3} \right) \cdot \delta h + \left(\sum_{i=1}^n A_{i4} A_{i3} \right) \cdot \delta \tau = \sum_{i=1}^n A_{i3} \delta T_i$$

$$\left(\sum_{i=1}^n A_{i1} A_{i4} \right) \cdot \delta \varphi + \left(\sum_{i=1}^n A_{i2} A_{i4} \right) \cdot \delta \lambda + \left(\sum_{i=1}^n A_{i3} A_{i4} \right) \cdot \delta h + \left(\sum_{i=1}^n A_{i4} A_{i4} \right) \cdot \delta \tau = \sum_{i=1}^n A_{i4} \delta T_i$$

Η μέθοδος είναι **επαναληπτική**, δηλαδή, οι τιμές των $\delta \varphi$, $\delta \lambda$, δh , $\delta \tau$, προστίθενται στις αρχικές τιμές φ_0 , λ_0 , h_0 , τ_0 , και οι τιμές που προκύπτουν θεωρούνται ως αρχικές και επαναλαμβάνεται η διαδικασία τόσες φορές, όσες απαιτούνται, ώστε οι τέσσερις παράμετροι της εστίας να μην επιδέχονται παραπέρα διόρθωση.

Προσδιορισμός του εστιακού βάθους σεισμού

Για **τοπικούς σεισμούς** το εστιακό βάθος, h , μπορεί να βρεθεί με τη χρησιμοποίηση του τύπου:

$$h^2 = D^2 - \Delta^2$$

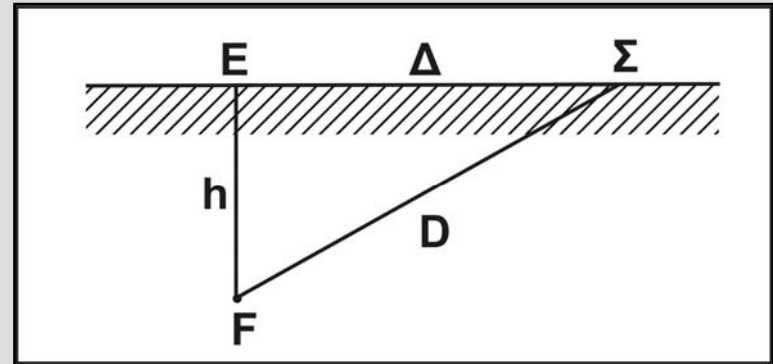
όπου Δ είναι η επικεντρική απόσταση και D η απόσταση της εστίας από το σταθμό.

Η επικεντρική απόσταση Δ είναι γνωστή, επειδή είναι γνωστό το επίκεντρο. Αν γνωρίζουμε τις ταχύτητες α και β των P και S κυμάτων στην περιοχή, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την υποκεντρική απόσταση, D από τη σχέση:

$$D = \frac{\alpha\beta}{\alpha - \beta}(t_s - t_p)$$

όπου t_p και t_s είναι οι χρόνοι διαδρομής των επιμήκων και εγκάρσιων κυμάτων και συνεπώς $D = \alpha t_p$, $D = \beta t_s$.

Η **διαφορά των χρόνων διαδρομής**, $t_s - t_p$ είναι **ίση** με τη **διαφορά των χρόνων άφιξης**, που μετρείται εύκολα πάνω στα σειсмоγράμματα.



Επικεντρική απόσταση, Δ , εστιακή (υποκεντρική) απόσταση, D , και εστιακό βάθος, h .

Προσδιορισμός του εστιακού βάθους σεισμού

Για γειτονικούς πλουτώνιου σεισμούς (μέθοδος Wadati)

Αν T_p και T_s είναι οι χρόνοι άφιξης των P και των S, αντίστοιχα, τότε από τη χαρτογράφηση της διαφοράς $T_s - T_p$ σε συνάρτηση με τον T_p προκύπτει μια γραμμή που σε πρώτη προσέγγιση είναι ευθεία (βλέπε πάνω σχήμα). Η εξίσωση της ευθείας αυτής είναι:

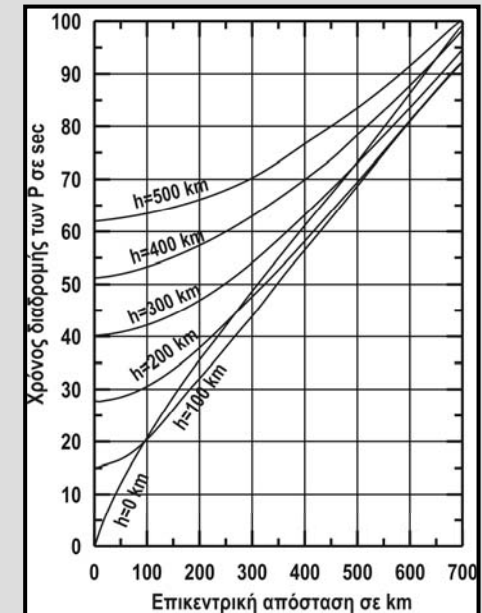
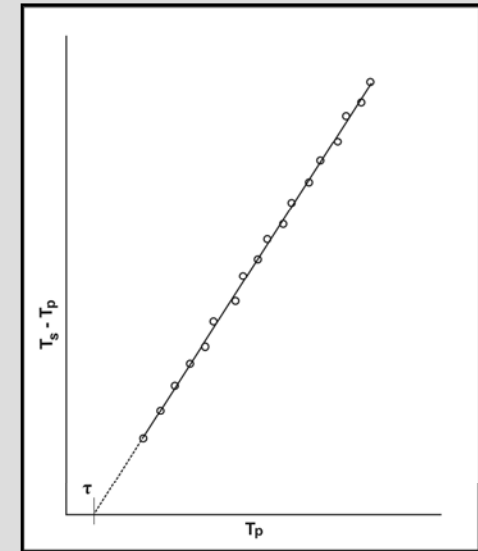
$$(T_s - T_p) = (\kappa - 1)(T_p - \tau)$$

όπου κ είναι ο λόγος α/β , της ταχύτητας, α , των επιμήκων κυμάτων προς την ταχύτητα, β , των εγκαρσίων κυμάτων και τ είναι ο χρόνος γένεσης του σεισμού.

Η τομή της ευθείας με τον άξονα των χρόνων άφιξης, T_p (των τετμημένων) ορίζει το **χρόνο γένεσης**, τ , του σεισμού ενώ την κλίση της ευθείας παριστάνει η ποσότητα $\kappa - 1 = (\alpha/\beta) - 1$, όπου α και β οι ταχύτητες των επιμήκων και εγκαρσίων κυμάτων.

Στη συνέχεια, αφαιρώντας το χρόνο γένεσης από τους χρόνους άφιξης των P κυμάτων, χαρτογραφούμε τη διαφορά σε συνάρτηση με τις επικεντρικές αποστάσεις (βλέπε κάτω σχήμα). Με τον τρόπο αυτόν ορίζεται γραμμή που καμπυλώνεται σε μικρές επικεντρικές αποστάσεις και τέμνει τον άξονα των χρόνων σε ορισμένο σημείο, έστω A.

Ο χρόνος t (=OA) είναι ο χρόνος στον οποίο το κύμα διατρέχει την απόσταση μεταξύ της εστίας και του επικέντρου. Αν α είναι η **μέση ταχύτητα** των επιμήκων κυμάτων μεταξύ εστίας και επικέντρου, το **εστιακό βάθος** θα είναι $h = \alpha t$.



Προσδιορισμός του εστιακού βάθους σεισμού

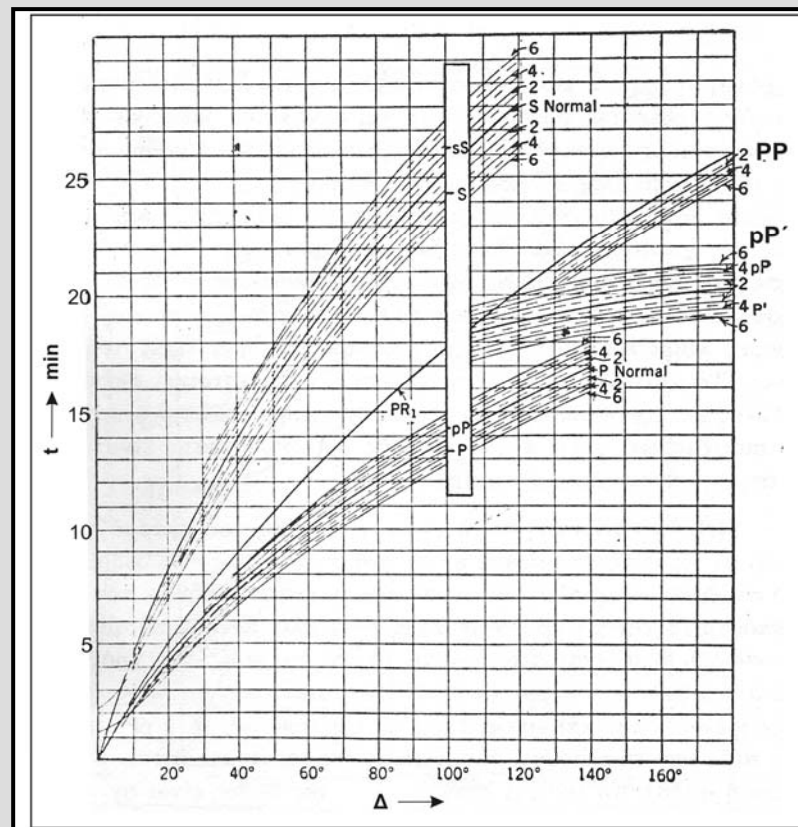
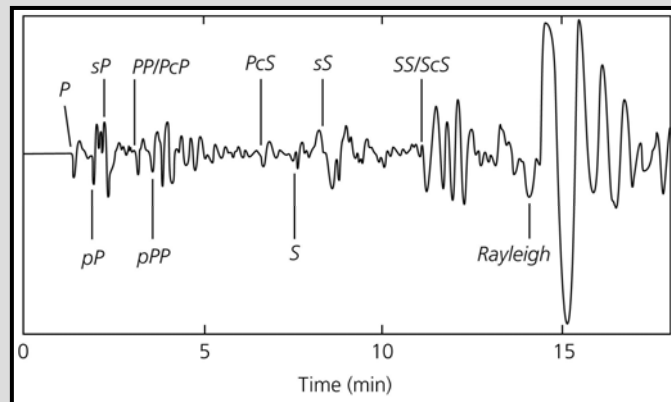
Για πλουτώνιους σεισμούς σε διάφορες επικεντρικές αποστάσεις (μέθοδος Brunner)

Για **επικεντρικές αποστάσεις $\Delta \geq 60^\circ$** το εστιακό βάθος (σε km) είναι σχεδόν **ανάλογο** της διαφοράς (σε sec), **pP-P**, των χρόνων άφιξης των pP (P κύματα ανακλώμενα κοντά στο επίκεντρο) και P κυμάτων, όπως φαίνεται στο σχήμα δεξιά, και δίνεται από τη σχέση

$$h = 4 (pP - P)$$

Στη γενική περίπτωση, για τον καθορισμό του εστιακού βάθους και της επικεντρικής απόστασης στη γενική περίπτωση, χρησιμοποιείται ο χάρτης **Brunner** (σχήμα κάτω δεξιά), που αποτελείται από καμπύλες χρόνων διαδρομής, κάθε μια από τις οποίες αντιστοιχεί σε ορισμένο εστιακό βάθος.

Συνήθως, ο χάρτης αυτός έχει χαραγμένες τις καμπύλες για τιμές του εστιακού βάθους ανά 100 km. Η κάτω οικογένεια των καμπύλων αυτών αφορά τα κύματα P και pP. Η καμπύλη της οικογένειας αυτής, που συμβολίζεται με P, είναι η κανονική καμπύλη, δηλαδή, αυτή που ισχύει για **επιφανειακούς** σεισμούς. Οι καμπύλες της οικογένειας αυτής που βρίσκονται **κάτω** από την κανονική καμπύλη είναι έξι καμπύλες των P κυμάτων που αντιστοιχούν στα **διάφορα εστιακά βάθη**, ενώ οι καμπύλες που βρίσκονται **πάνω** από την κανονική καμπύλη είναι οι καμπύλες των pP κυμάτων που αντιστοιχούν στα έξι εστιακά βάθη. Η πάνω οικογένεια των καμπύλων του σχήματος παριστάνει τις καμπύλες χρόνων διαδρομής των S και sS κυμάτων, ενώ οι άλλες δύο οικογένειες παριστάνουν τις καμπύλες P', pP' και PP, αντίστοιχα.

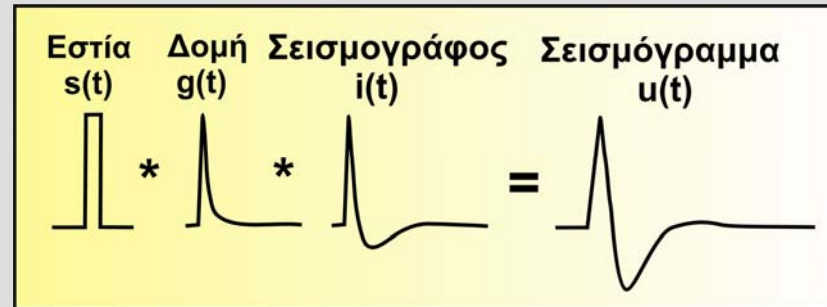


Μέθοδος μοντελοποίησης κυματομορφών (waveform modeling)

Η καταγραφή κάποιου σεισμικού κύματος ή ομάδας κυμάτων (κυματομορφή, waveform) εξαρτάται τους παρακάτω παράγοντες, οι οποίοι μπορούν να εκφραστούν με χρονικές συναρτήσεις:

- Τις ιδιότητες της **σεισμικής εστίας** (μέγεθος, μηχανισμός γένεσης, κλπ.), **$s(t)$** ,
- Τις ιδιότητες του **δρόμου διάδοσης** των κυμάτων μεταξύ εστίας-σεισμολογικού σταθμού, **$g(t)$** ,
- Τις ιδιότητες του **σεισμογράφου** που κατέγραψε την κυματομορφή (καμπύλη απόκρισης, κλπ.), **$i(t)$** ,

Μπορεί λοιπόν να εκφραστεί η καταγραφή (που είναι συνάρτηση χρόνου, **$u(t)$**) ως **συνέλιξη** των συναρτήσεων αυτών, όπως φαίνεται σε σχήμα.



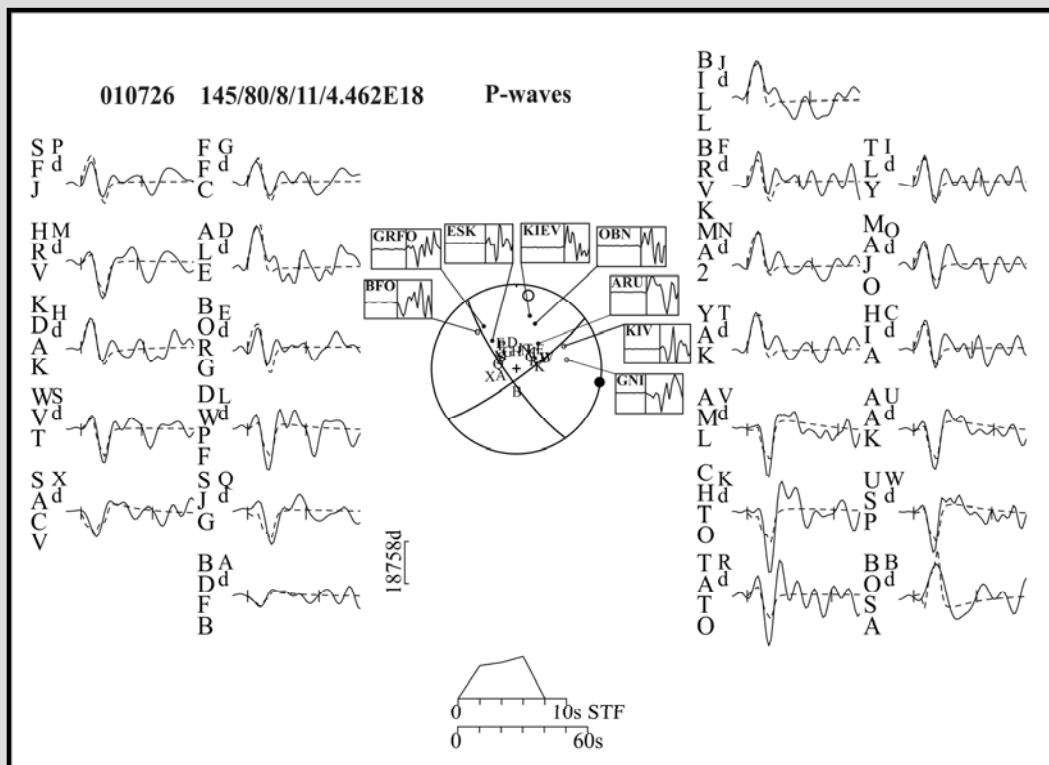
Οι συναρτήσεις **$u(t)$** και **$i(t)$** είναι γνωστές γιατί η πρώτη είναι η κυματομορφή που έχουμε και η δεύτερη γιατί αφορά το σεισμογράφο που χρησιμοποιούμε. Η συνάρτηση **$g(t)$** , που εκφράζει το δρόμο διάδοσης των κυμάτων που διαμόρφωσαν το σεισμόγραμμα που έχουμε, καθορίζεται ικανοποιητικά για επικεντρικές αποστάσεις $\Delta \geq 30^\circ$ και για μεγάλες περιόδους. Μπορεί, συνεπώς, να καθορισθεί η **$s(t)$** και οι παράμετροί της (παράμετροι της εστίας του σεισμού, μεταξύ των οποίων και το εστιακό βάθος).

Μέθοδος μοντελοποίησης κυματομορφών (waveform modeling)

Για την εφαρμογή της μεθόδου αυτής χρησιμοποιούνται τα σειсмоγράμματα σε σεισμολογικούς σταθμούς οι οποίοι βρίσκονται σε επικεντρικές αποστάσεις $30^\circ < \Delta < 90^\circ$.

Υπολογίζεται **συνθετικό σεισμόγραμμα**, $u(t)$, για κάθε σεισμολογικό σταθμό με βάση τις γνώσεις μας για τη δομή της Γης (δρόμος διάδοσης των κυμάτων) $g(t)$ και το σειсмоγράφο, $i(t)$, και **υποθέτοντας** κάποιες αρχικές τιμές για τις εστιακές παραμέτρους, $s(t)$, του σεισμού. Τα συνθετικά σειсмоγράμματα για όλους τους σταθμούς **συγκρίνονται** με τα αντίστοιχα **πραγματικά** σειсмоγράμματα.

Οι εστιακές παράμετροι αλλάζουν, προκαλώντας αντίστοιχες αλλαγές στα συνθετικά σειсмоγράμματα, μέχρις ότου βρεθεί ικανοποιητική συμφωνία μεταξύ συνθετικών και πραγματικών σειсмоγραμμάτων. Εφαρμόζεται, συνήθως, μια επαναληπτική διαδικασία, η **αντιστροφή κυματομορφής** (waveform inversion).



Ο μηχανισμός γένεσης του σεισμού που έγινε στη Σκύρο στις 26 Ιουλίου 2001 με μέγεθος $M=6.4$, όπως αυτός καθορίστηκε με τη σύγκριση πραγματικών (συνεχείς γραμμές) και συνθετικών καταγραφών (διακεκομμένες γραμμές) (Benetatos et al., 2002).

Οι εστιακές παράμετροι που επιλέχθηκαν για να επιτευχθεί η συμφωνία μεταξύ πραγματικών-συνθετικών σειсмоγραμμάτων (εστιακό βάθος, μέγεθος του σεισμού, κλπ.) θεωρούνται ως οι τελικές εστιακές παράμετροι του σεισμού.