

ΑΣΚΗΣΗ 6.10

Να αποδειχθεί η σχέση (6.26)

$$g = G \frac{M}{r^2} \left[1 + \frac{3H}{2r^2} (1 - 3 \sin^2 \phi) - \frac{\omega^2 r^3}{GM} \cos^2 \phi \right]$$

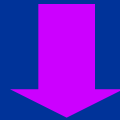
Υποθέσεις

Το πεδίο βαρύτητας της Γης οφείλεται στην Νευτώνεια έλξη και στην περιστροφή της

Το σχήμα της Γης προκύπτει από την περιστροφή ένα πεπλατυσμένου σφαιροειδούς



Το Ολικό δυναμικό του πεδίου $U=U_1+U_2$ δίνεται από τη σχέση



$$U = -G \frac{M}{r} \left[1 + \frac{H}{2r^2} (1 - 3 \sin^2 \phi) + \frac{\omega^2 r^3}{2GM} \cos^2 \phi \right]$$

$$U = -G \frac{M}{r} \left[1 + \frac{H}{2r^2} (1 - 3 \sin^2 \phi) + \frac{\omega^2 r^3}{2GM} \cos^2 \phi \right]$$

Ο υπολογισμός της έντασης του πεδίου βαρύτητας γίνεται από τη σχέση:

$$g = \left| -\vec{\nabla} U \right| = \left| -\frac{\partial U}{\partial r} \right|$$

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[-G \frac{M}{r} \left[1 + \frac{H}{2r^2} (1 - 3 \sin^2 \phi) + \frac{\omega^2 r^3}{2GM} \cos^2 \phi \right] \right]$$



$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[-G \frac{M}{r} - \frac{GMH}{2r^2} (1 - 3 \sin^2 \phi) - \frac{GM\omega^2 r^3}{r2GM} \cos^2 \phi \right]$$



$$\frac{\partial U}{\partial r} = - \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{GM}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{GMH}{2r^2} (1 - 3 \sin^2 \phi) \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\omega^2 r^2}{2} \cos^2 \phi \right) \right]$$



$$\frac{\partial U}{\partial r} = - \left[GM \left(-\frac{1}{r^2} \right) + \frac{GMH}{2} (1 - 3 \sin^2 \phi) \left(-\frac{3}{r^4} \right) + \left(\frac{\omega^2 2r}{2} \cos^2 \phi \right) \right]$$



$$\frac{\partial U}{\partial r} = -GM \left[\left(-\frac{1}{r^2} \right) + \left(-\frac{3H}{2r^4} \right) (1 - 3 \sin^2 \phi) + \left(\frac{\omega^2 r \cos^2 \phi}{GM} \right) \right]$$



$$\frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2} \left[-1 - \frac{3H}{2r^2} (1 - 3 \sin^2 \phi) + \frac{\omega^2 r^3}{GM} \cos^2 \phi \right]$$



$$\frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2} \left[-1 - \frac{3H}{2r^2} (1 - 3 \sin^2 \phi) + \frac{\omega^2 r^3}{GM} \cos^2 \phi \right]$$



$$\frac{\partial U}{\partial r} = G \frac{M}{r^2} \left[1 + \frac{3H}{2r^2} (1 - 3 \sin^2 \phi) - \frac{\omega^2 r^3}{GM} \cos^2 \phi \right]$$