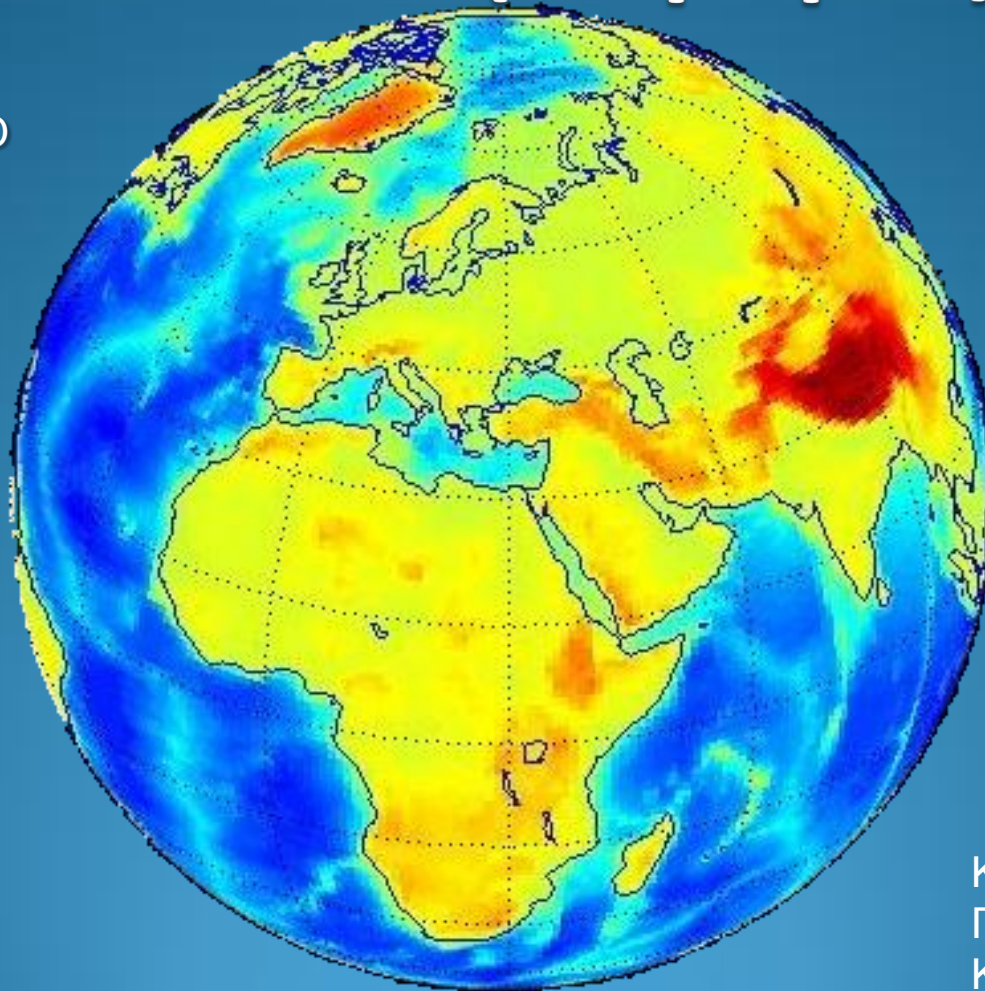


# ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗ ΚΑΙ ΒΑΡΥΤΗΤΑ ΤΗΣ ΓΗΣ (2<sup>ο</sup> μέρος)

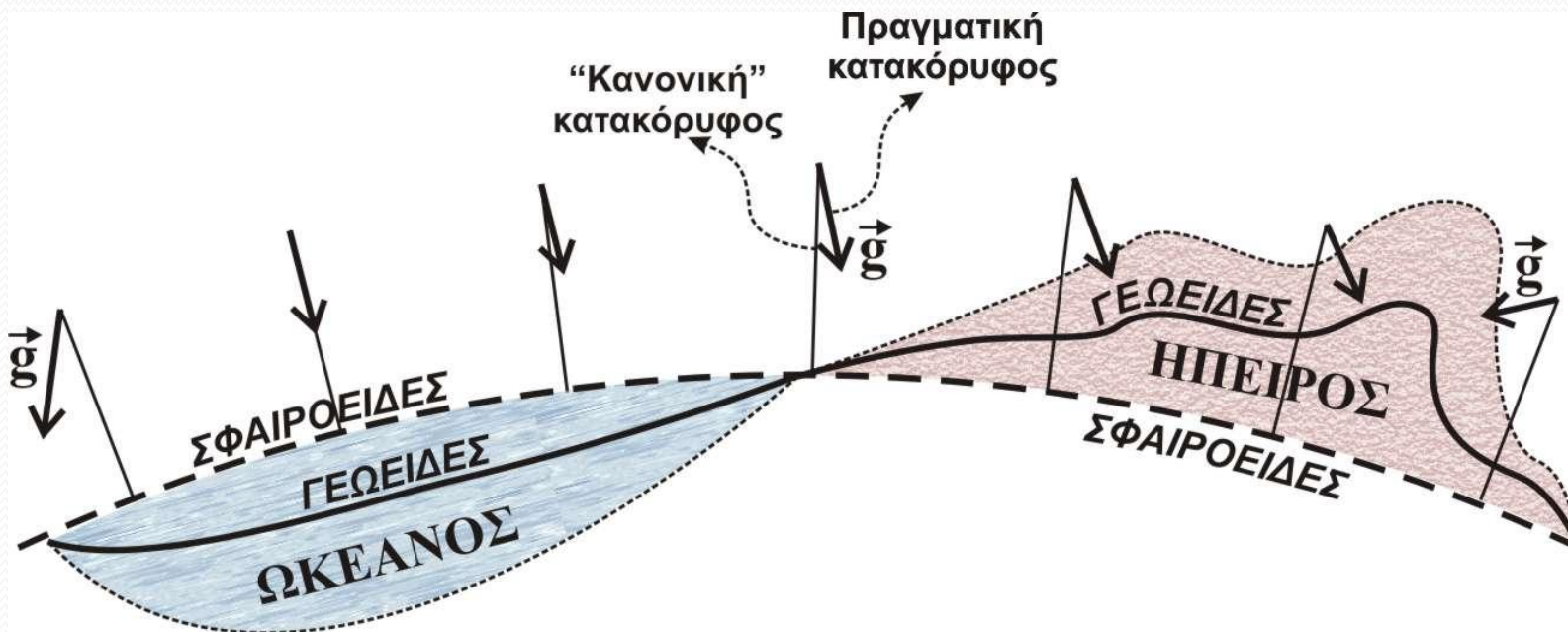
ΜΑΘΗΜΑ 3<sup>ο</sup>



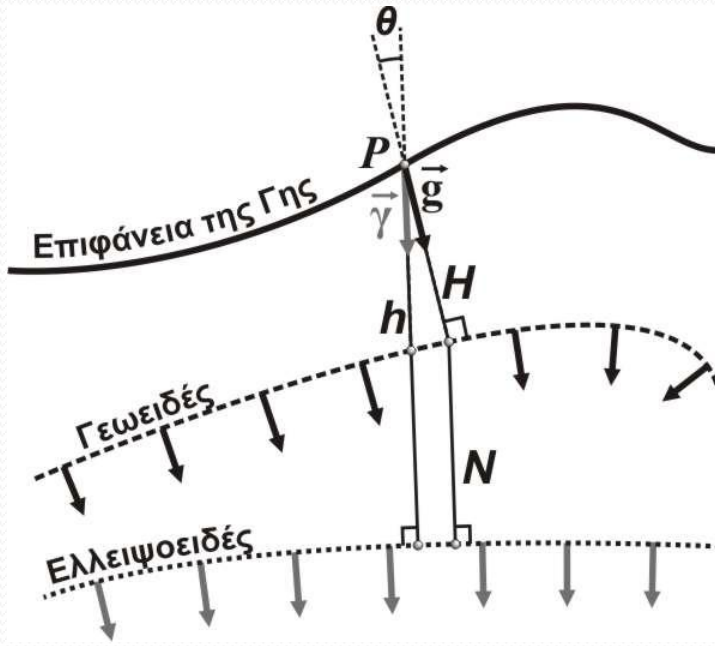
Κοντοπούλου Δέσποινα  
Παπαζάχος Κων/νος  
Καραμήτρου Αλεξάνδρα  
Αηδονά Ελένη

# Το Γεωειδές και η Σχέση του με το Ελλειψοειδές της Γης

Κάθε τοπική μεταβολή της πυκνότητας σε κάποιο βάθος μέσα στη Γη ή λόγω μορφολογίας έχει ως συνέπεια τη διακύμανση του γεωειδούς από το θεωρητικό ελλειψοειδές. Η απόκλιση αυτή γίνεται με τη δημιουργία **πρόσθετου βαρυτικού δυναμικού  $V$**  και τη μετατόπιση του γεωειδούς σε σχέση με το ελλειψοειδές κατά ορισμένο **μήκος  $N$**  (θετικό ή αρνητικό).



# Το Γεωειδές και η Σχέση του με το Ελλειψοειδές της Γης



Σχηματική αναπαράσταση του Γεωειδούς και Ελλειψοειδούς της Γης (Παπαζάχος, 2008).

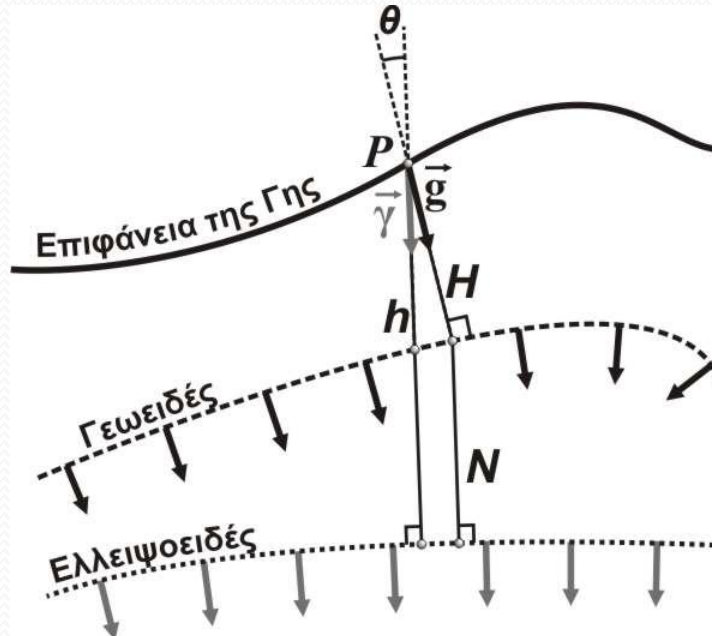
Σε κάθε σημείο,  $P$ , της επιφάνειας της Γης, η πραγματική επιτάχυνση της βαρύτητας,  $g$ , είναι κάθετη στο γεωειδές (μαύρα βέλη) ενώ η επιτάχυνση της βαρύτητας όπως αυτή υπολογίζεται από τον τύπο του ελλειψοειδούς,  $\gamma$ , είναι κάθετη στο ελλειψοειδές (γκρι βέλη).

Έτσι, ορίζονται δύο χαρακτηριστικές ευθείες, η **κάθετος** (κάθετη στο ελλειψοειδές) και η **κατακόρυφη** (κάθετη στο γεωειδές), οι οποίες γενικά δεν συμπίπτουν. Όμως στην πράξη η γωνία  $\theta$  είναι πολύ μικρή και οι δύο ευθείες (**κάθετη** και **κατακόρυφη**) θεωρούνται ταυτόσημες

Η απόσταση,  $N$ , μεταξύ γεωειδούς και ελλειψοειδούς, η οποία καλείται και **υψόμετρο του γεωειδούς**, δημιουργεί δύο διαφορετικές επιφάνειες αναφοράς των υψομέτρων .

Έτσι, το υψόμετρο από το γεωειδές,  $H$ , το οποίο αναφέρεται ως **ορθομετρικό υψόμετρο** είναι διαφορετικό από το υψόμετρο από το ελλειψοειδές,  $h$ , το οποίο αναφέρεται ως **ελλειψοειδές ύψος**.

Στην πράξη, αφού θεωρούμε ότι κάθετη και κατακόρυφη συμπίπτουν, θα έχουμε  **$h=H+N$** .

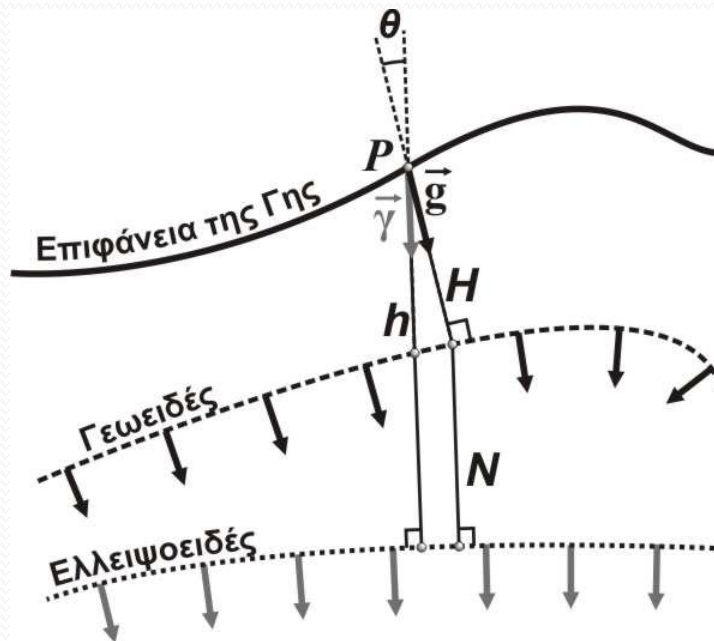


Η ένταση του πεδίου βαρύτητας πάνω στο **γεωειδές**,  $g$ , δίνεται από τη σχέση:

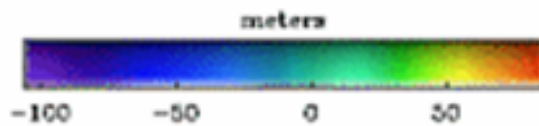
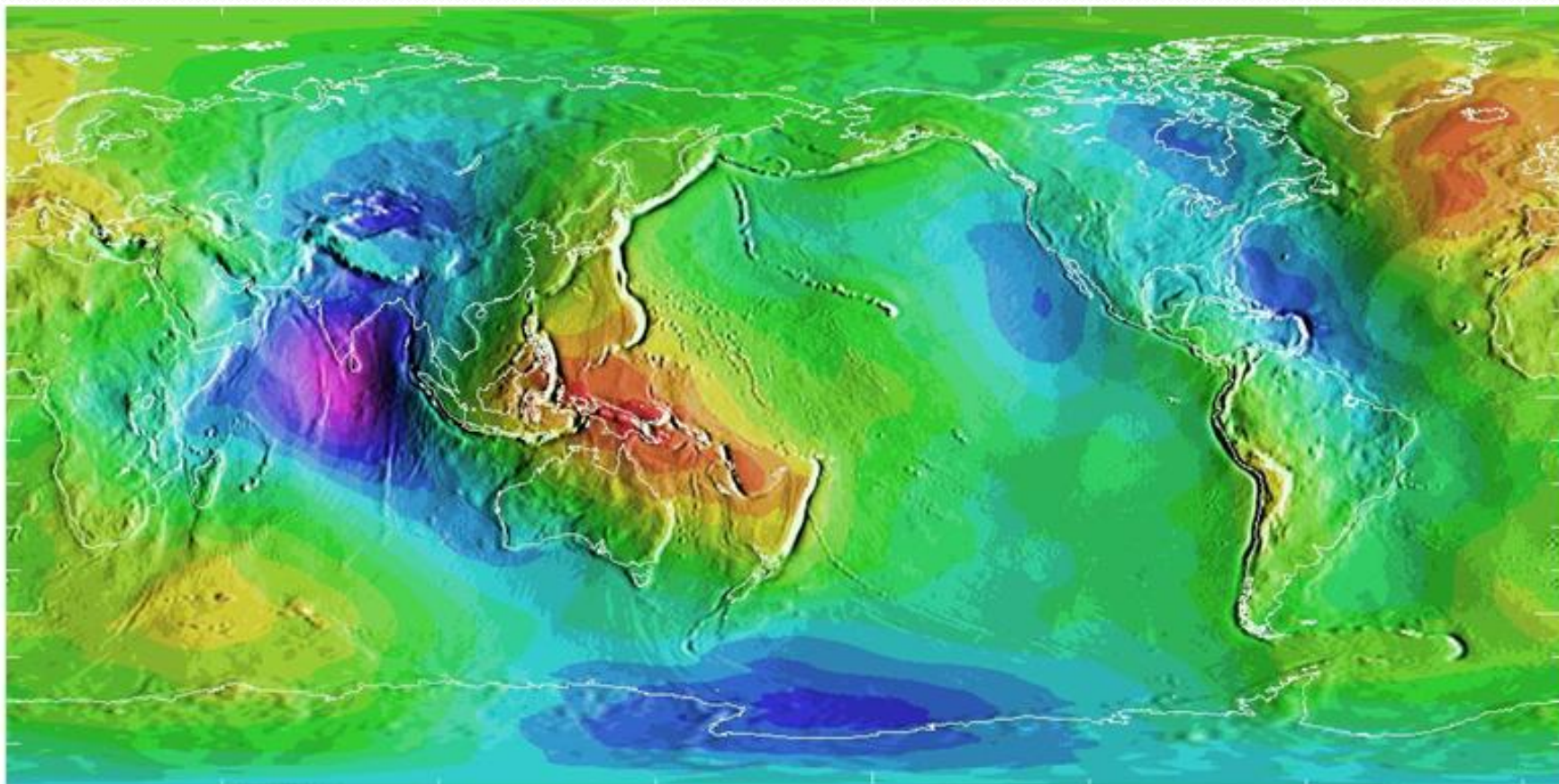
$$g = \left| -\frac{\partial U}{\partial r} \right| \square \frac{\Delta U}{N} \Rightarrow N = \frac{\Delta U}{g}$$

όπου  $\Delta U$  η **διαφορά δυναμικού** γεωειδούς-ελλειψοειδούς. Αντίστοιχα, η **διαφορά έντασης**,  $\Delta g = g - \gamma_0$ , μεταξύ γεωειδούς-ελλειψοειδούς δίνεται από τη σχέση:

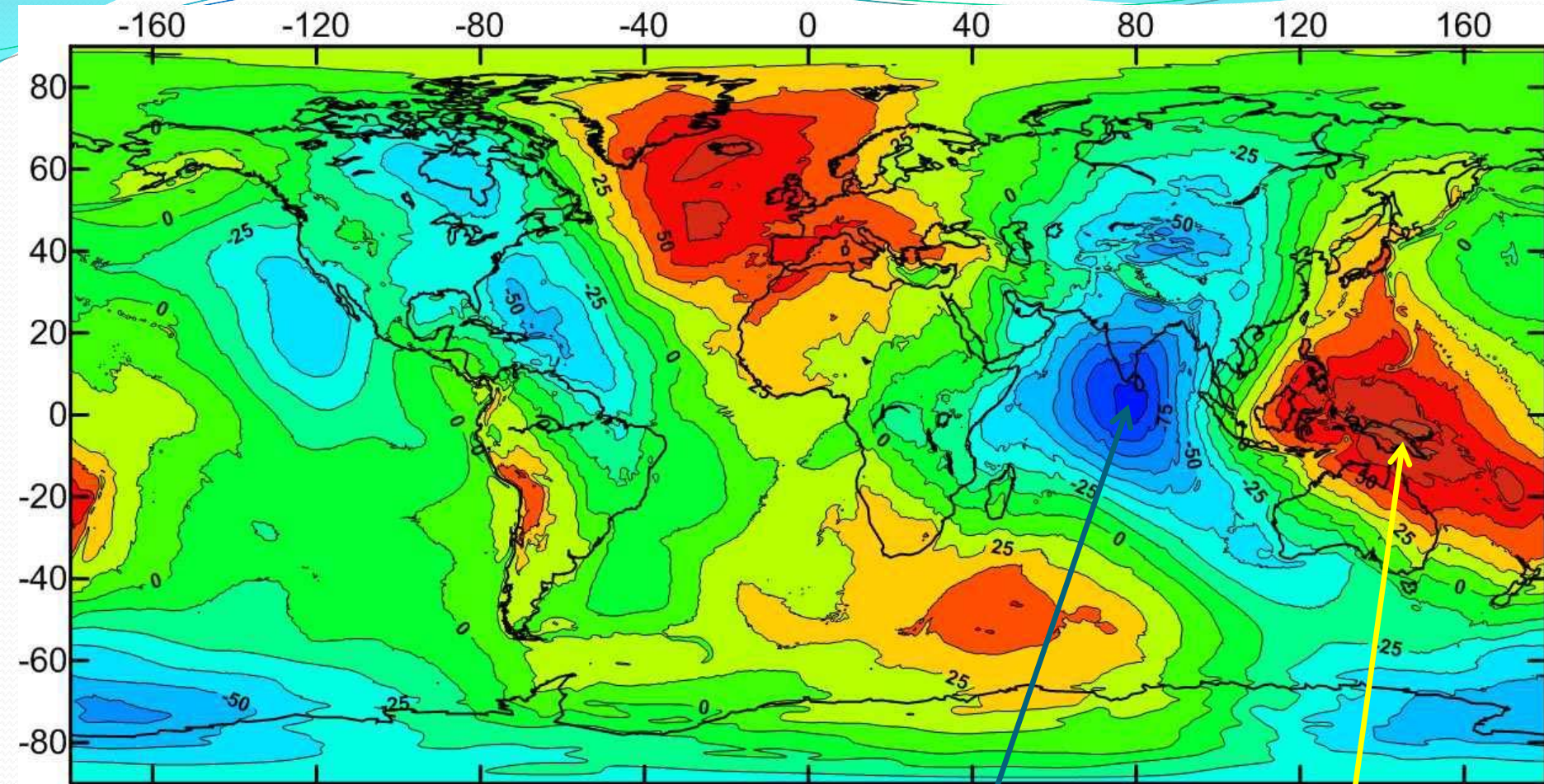
$$\Delta g = g - \gamma_0 = -\frac{\partial \Delta U}{\partial r} - 2\frac{\Delta U}{r}$$



# Ύψος του γεωειδούς κατά WGS-84



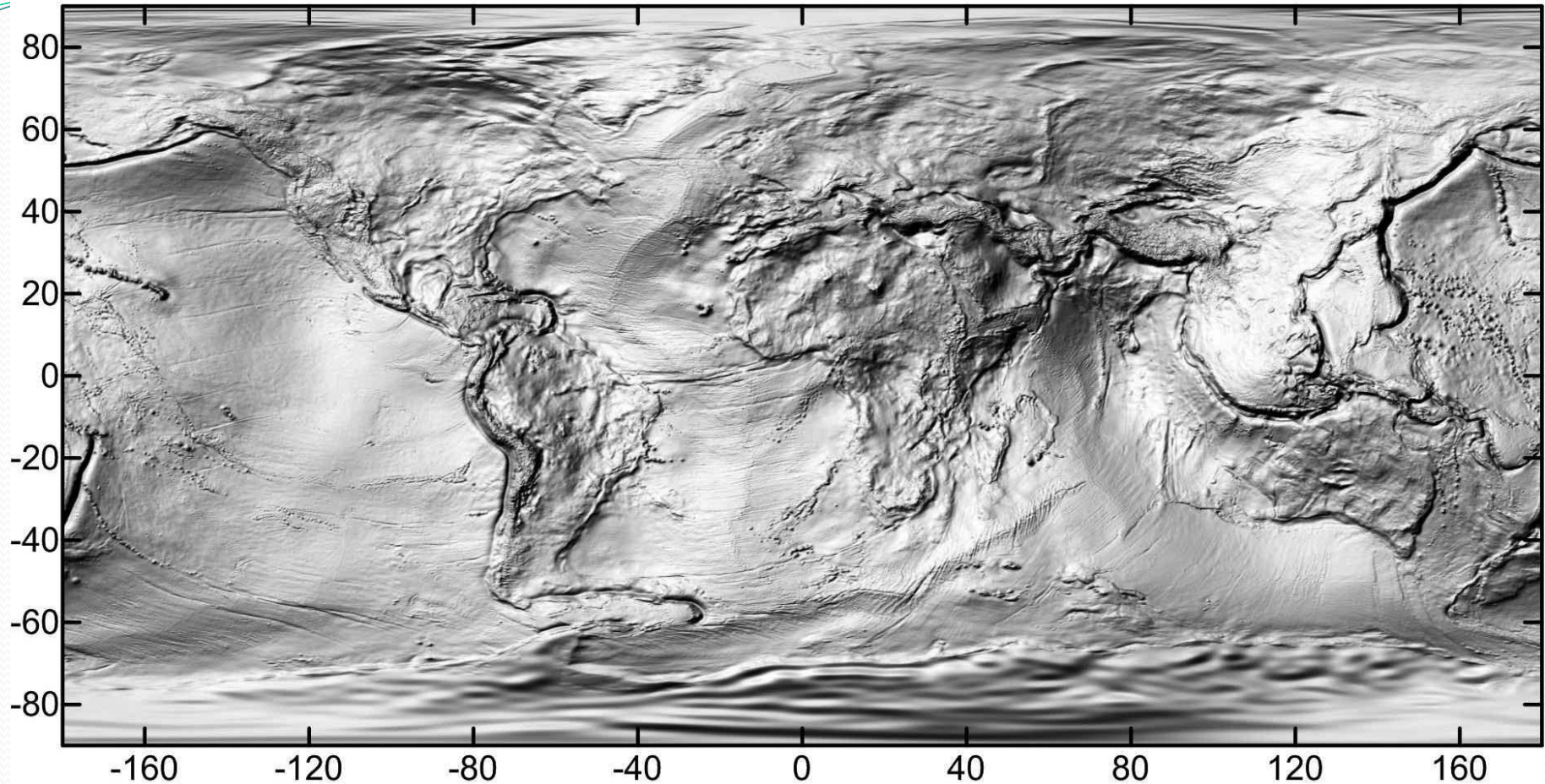
# Χάρτης υψομέτρων του γεωειδούς



☐ Μεγαλύτερη αρνητική ανωμαλία (- 106.5m) νότια της Ινδίας

☐ Μεγαλύτερη θετική ανωμαλία(+ 87.5m) βόρεια της Αυστραλίας

# Χάρτης παραγώγων του γεωειδούς

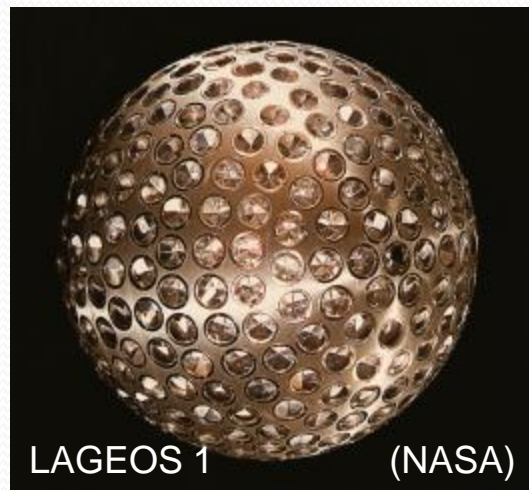


**Οριζόντια χωρική  
παράγωγος των υσομέτρων**  
του EGM2008, όπου αναδεικνύονται  
σημαντικές δομές γεωδυναμικού  
ενδιαφέροντος  
(Παπαζάχος, 2008)

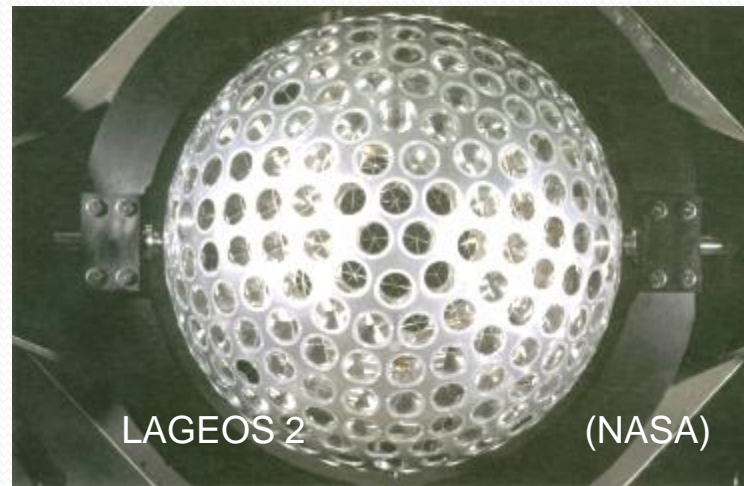


# Αλτιμετρία

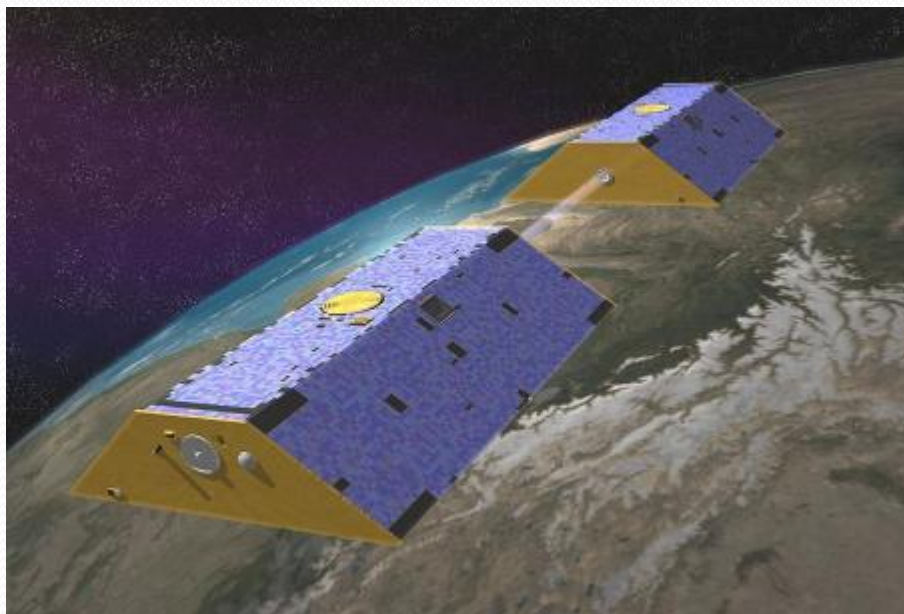
Μερικοί από τους δορυφόρους που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση του πεδίου βαρύτητας της Γης



LAGEOS 1 (NASA)



LAGEOS 2 (NASA)

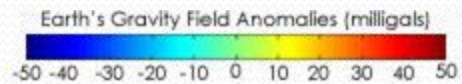
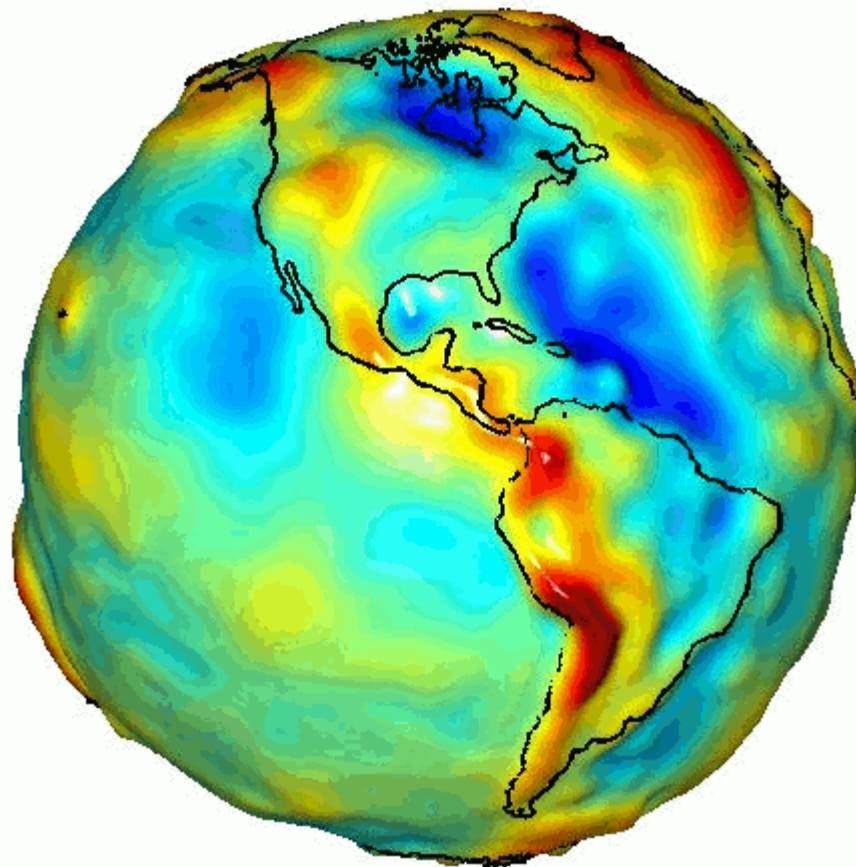


Gravity Recovery And Climate Experiment (GRACE)



Gravity field and steady-state ocean circulation explorer (GOCE - ESA)

# Χαρτογράφηση της ανωμαλίας του πεδίου βαρύτητας από το δορυφόρο GRACE



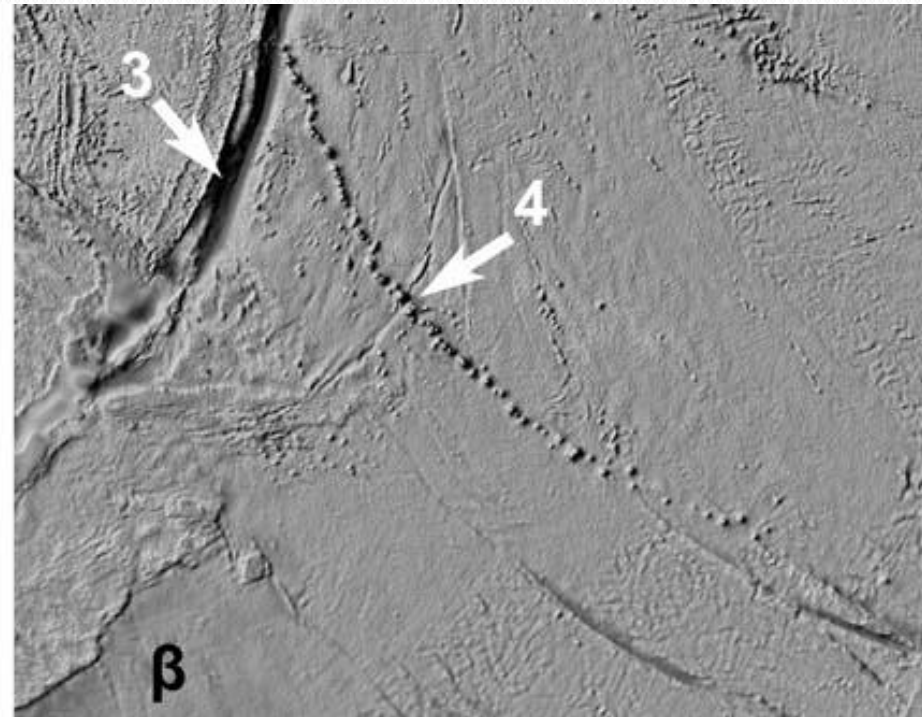
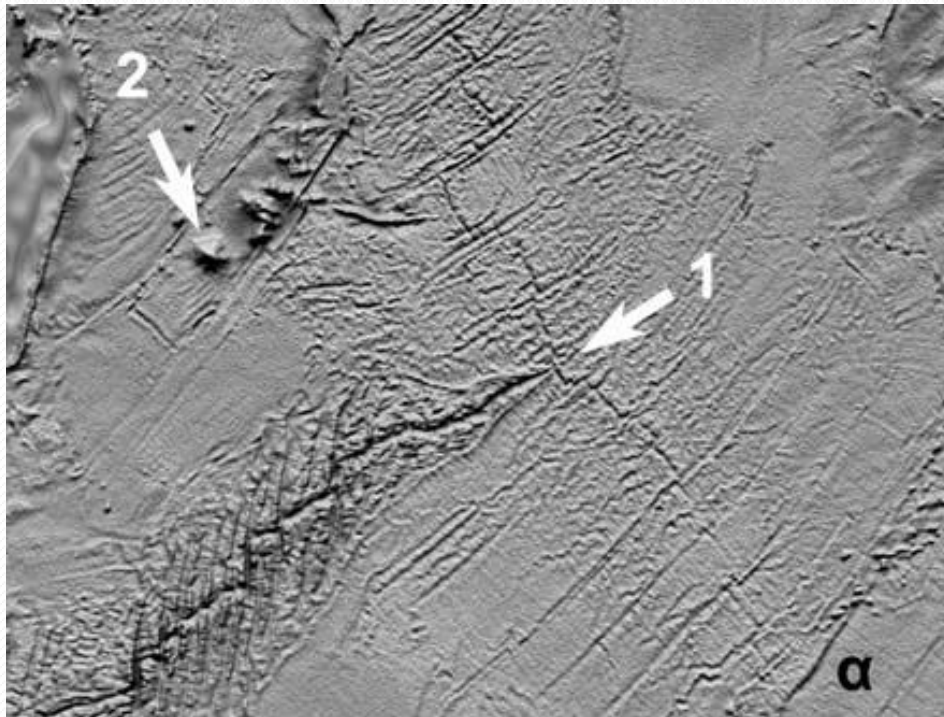
# Αλτιμετρία

**Προσδιορισμός διακυμάνσεων γεωειδούς από τη σχέση:  $N=h-H$ , όπου:**

**h:** Προσδιορισμός ύψους πάνω από το ελλειψοειδές WGS-84 (με μετρήσεις laser)

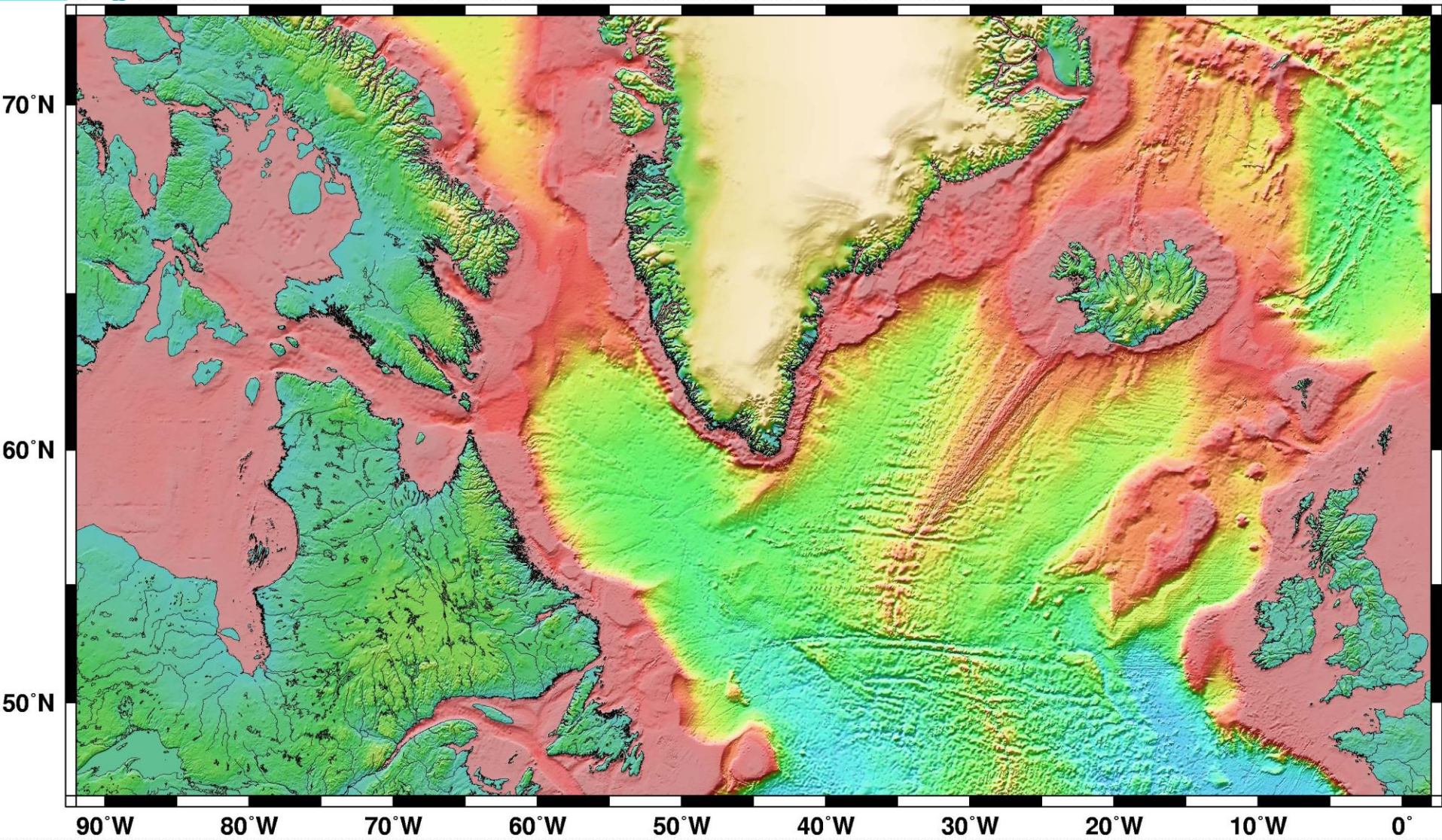
**H:** Προσδιορισμός ύψους μορφολογίας με ανάκλαση παλμών μικροκυμάτων

Η *αλτιμετρία* είναι πολύ ακριβής στους ωκεανούς (5-10cm), οδηγώντας σε μορφολογικά ανάγλυφα εξαιρετικά υψηλής ακρίβειας.



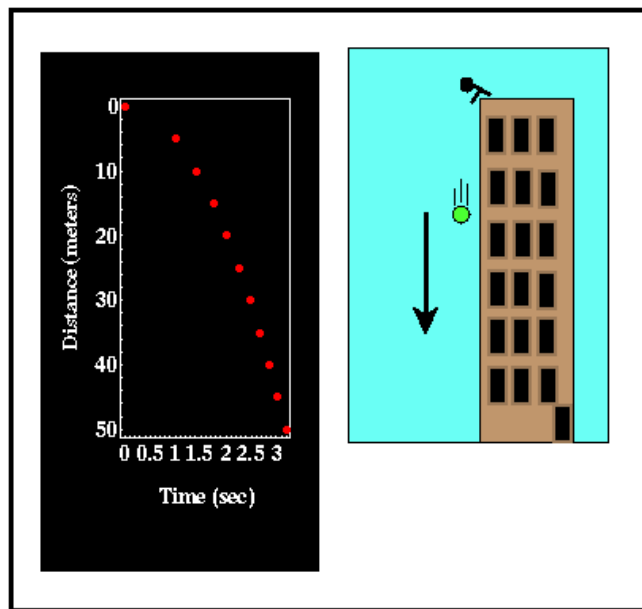
**Μορφοτεκτονικά χαρακτηριστικά του ωκεάνιου πυθμένα από δορυφορική αλτιμετρία**

# Αλτιμετρία



# Μεταβολές και Διορθώσεις της Έντασης της Βαρύτητας της Γης

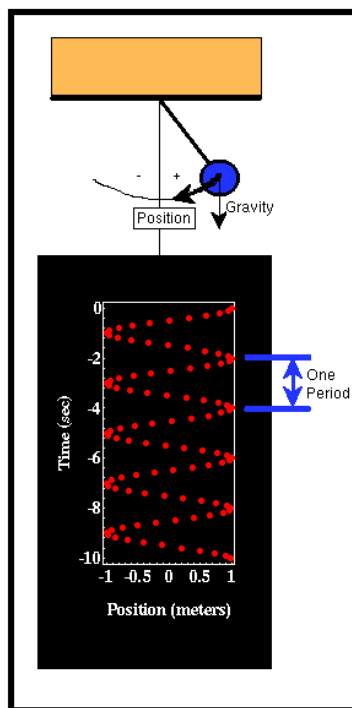
Παλαιότερα, οι μετρήσεις έντασης της βαρύτητας γινόταν με το στρεπτό ζυγό και το εκκρεμές. Σήμερα, οι μετρήσεις αυτές γίνονται, αποκλειστικά σχεδόν, με βαρυτόμετρα απόλυτης τιμής και έχουν ακρίβεια που συνήθως κυμαίνεται μεταξύ **0.01** και **0.001 mGal**.



**Πίπτον Σώμα**

(Απόλυτες μετρήσεις)

$$s = \frac{1}{2}gt^2 \quad g = \frac{2s}{t^2}$$

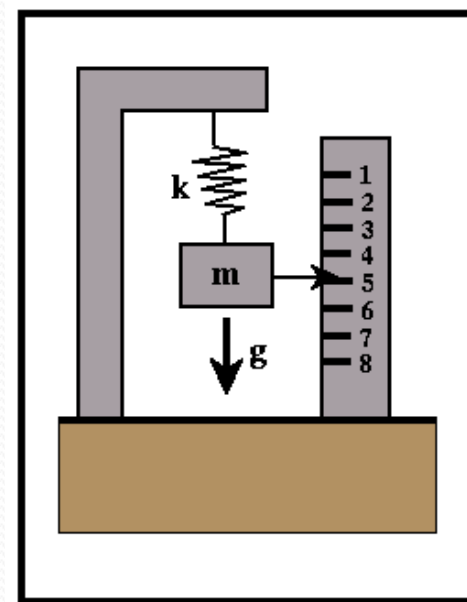


**Εκκρεμές**

(Σχετικές μετρήσεις)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$



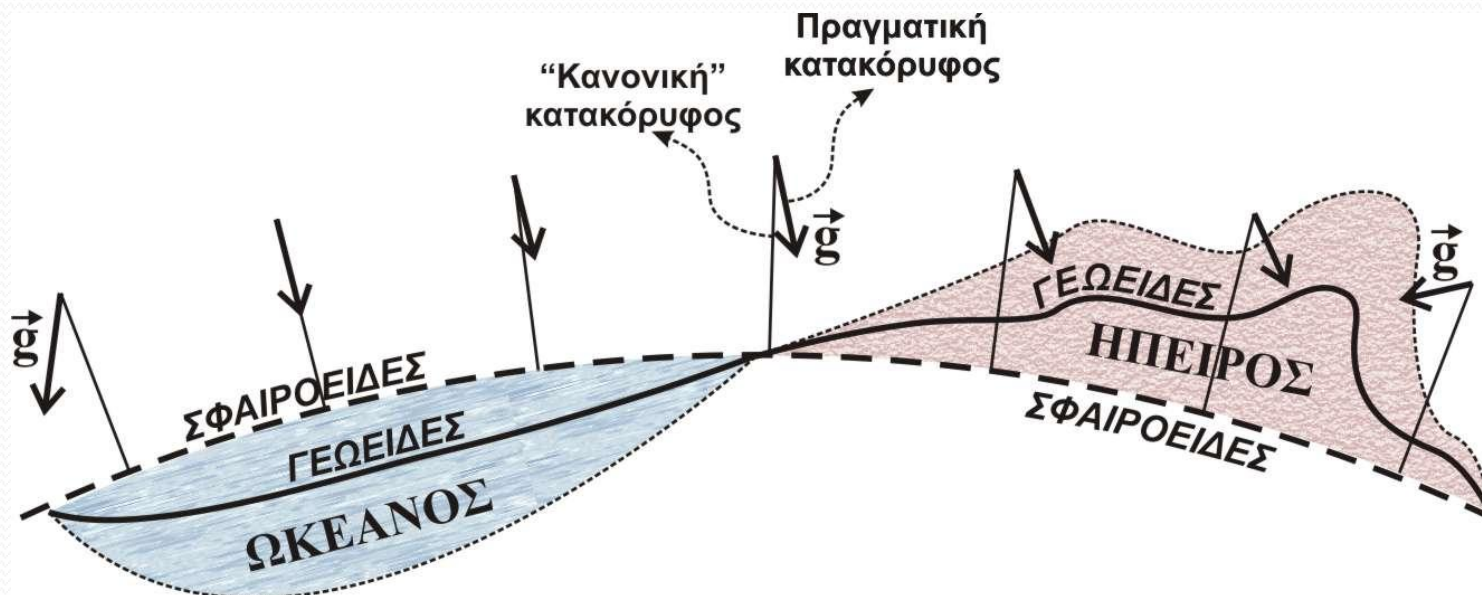
**Ελατήριο-μάζα**

(Σχετικές μετρήσεις)

$$mg = k\Delta x \quad g = \frac{k}{m}\Delta x$$

# Μεταβολές και Διορθώσεις της Έντασης της Βαρύτητας της Γης

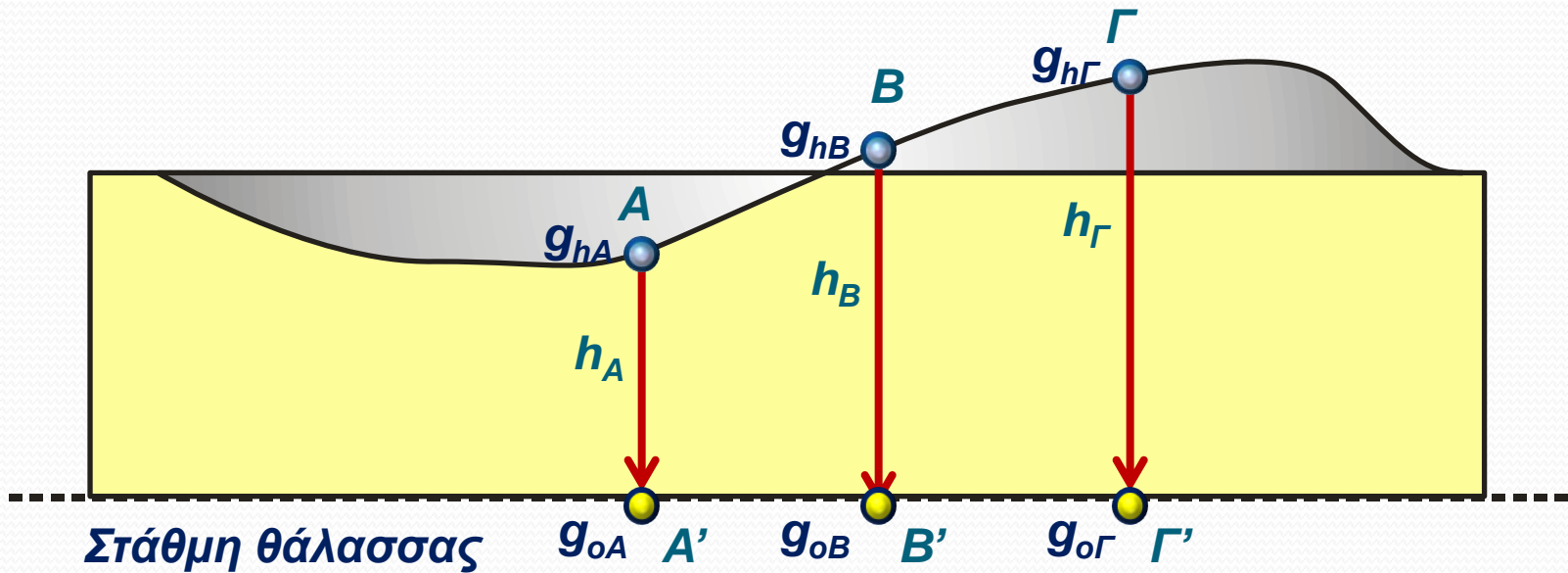
**Το κυριότερο πρόβλημα** που αντιμετωπίζει η Γεωφυσική για την επεξεργασία αυτών των μετρήσεων είναι ότι το πεδίο βαρύτητας υφίσταται μεταβολές από τόπο σε τόπο, λόγω μεταβολής του υψομέτρου και λόγω των μορφολογικών ανωμαλιών.



Η επίδραση του υψομέτρου στην ένταση της βαρύτητας, όταν δεν υπάρχουν μορφολογικές ανωμαλίες, λέγεται **«αποτέλεσμα ελεύθερου αέρα»** ενώ η επίδραση της μορφολογίας στην ένταση διακρίνεται σε **«αποτέλεσμα Bouguer»** και **«τοπογραφικό αποτέλεσμα»**.

# Αποτέλεσμα ελεύθερου αέρα

Οι τιμές που μετριοούνται,  $g_h$ , σε ορισμένο ύψος, είναι μικρότερες των αντίστοιχων τιμών,  $g_o$ , στην επιφάνεια της θάλασσας, όπως αυτή καθορίζεται από το ελλειψοειδές αναφοράς.



**Διόρθωση ελευθέρου αέρα**

$$\Delta g_{\varepsilon} = -\kappa H$$

# Αποτέλεσμα ελεύθερου αέρα

Θεωρώντας σε πρώτη προσέγγιση ότι η Γη είναι σφαιρική, έχουμε:

$$\kappa = \frac{\partial g}{\partial r} = -\frac{2g}{r}$$

Η ποσότητα  $\kappa$  αντιστοιχεί στην **κατακόρυφη βαθμίδα** (χωρική παράγωγο) της έντασης της βαρύτητας και στην επιφάνεια της θάλασσας ( $r=R$ ) θα είναι:

$$\kappa = -\frac{2g}{R} = -\frac{2GM}{R^3} = -0.3086 \quad \text{mgal/m}$$

Η βαθμίδα  $\kappa$  μεταβάλλεται μόνο κατά :

- **0.3%** μέχρι το ύψος των 10 Km και
- **0.2%** από τον ισημερινό μέχρι τους πόλους

Η τιμή του  $\kappa$  έχει γίνει αποδεκτή ως σταθερά διόρθωσης και οι χωρικές μεταβολές του δε λαμβάνονται, συνήθως υπ' όψη.



Από την προηγούμενη σχέση προκύπτει ότι η διόρθωση της τιμής της έντασης μόνο με το υψόμετρο, ώστε να αναχθεί η μέτρηση σε ισοδύναμη μέτρηση στο επίπεδο της θάλασσας δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta g_{\varepsilon} = \frac{2g}{r} H = -\kappa H = 0.3086H \quad mgal \quad (6.54)$$

Κατά τη διόρθωση της έντασης από την επιφάνεια της θάλασσας μέχρι το ορθομετρικό υψόμετρο  $H$  που υπολογίζεται από την θεωρείται ότι μεταξύ του σημείου που βρίσκεται σε ύψος  $H$  και της θάλασσας δεν παρεμβάλλονται πετρώματα, αλλά **μόνο αέρας**.

Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο η μεταβολή αυτή της έντασης λέγεται **αποτέλεσμα ελεύθερου αέρα ή αναγωγή ελεύθερου αέρα**.

Το αποτέλεσμα ελεύθερου αέρα,  $\Delta g_{\varepsilon}$ , πρέπει να **προστίθεται** στην τιμή της έντασης που μετριέται για να γίνεται διόρθωση, δηλαδή, αναγωγή αυτής στην επιφάνεια της θάλασσας, γιατί η ένταση του πεδίου βαρύτητας ελαττώνεται με το υψόμετρο.

Η διαφορά της τιμής της έντασης,  $\gamma_0$ , στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς, από την τιμή  $g$  λέγεται **ανωμαλία ελεύθερου αέρα**,  $\delta g_\varepsilon$ , και είναι:

$$\delta g_\varepsilon = g - \gamma_0 = g_h + \Delta g_\varepsilon - \gamma_0 \quad (6.55)$$

Όταν η μέτρηση γίνεται σε βάθος,  $H'$ , μέσα στη θάλασσα, το **αποτέλεσμα ελεύθερου αέρα** δίνεται από τη σχέση:

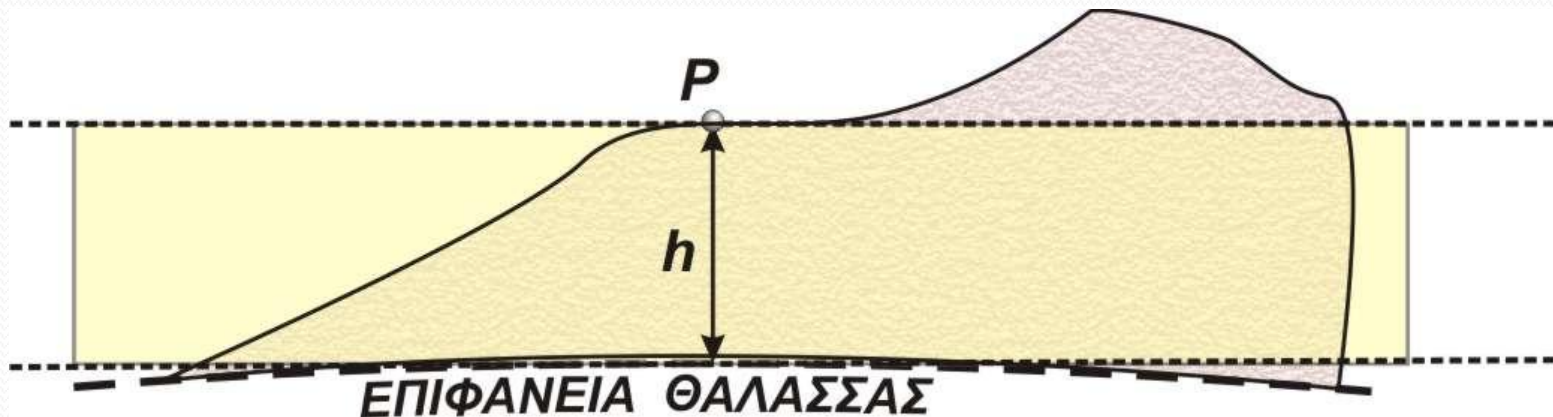
$$\Delta g_\varepsilon = \kappa H + 4\pi G \rho_w H'$$

$\rho_w$ : πικνότητα του νερού

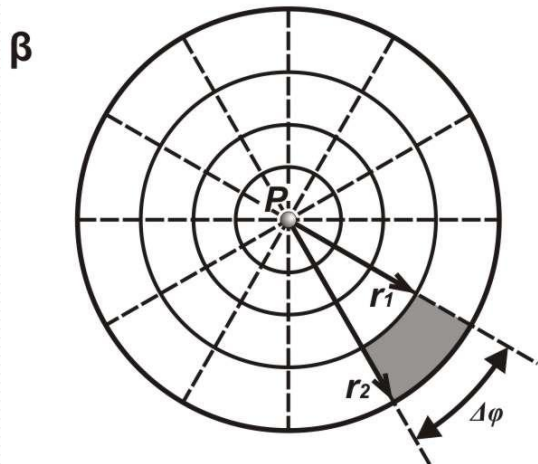
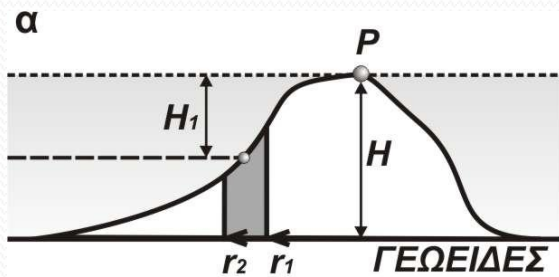
# Αποτέλεσμα Bouguer

Μεταξύ του σημείου, **P**, όπου γίνεται η βαρυτική μέτρηση και της επιφάνειας της θάλασσας ή της αντίστοιχης ισοδυναμικής επιφάνειας του γεωειδούς, στην οποία γίνεται η αναγωγή ελευθέρου αέρα παρεμβάλλονται πετρώματα, των οποίων η μάζα ασκεί πρόσθετη βαρυτική έλξη στο σημείο **P**.

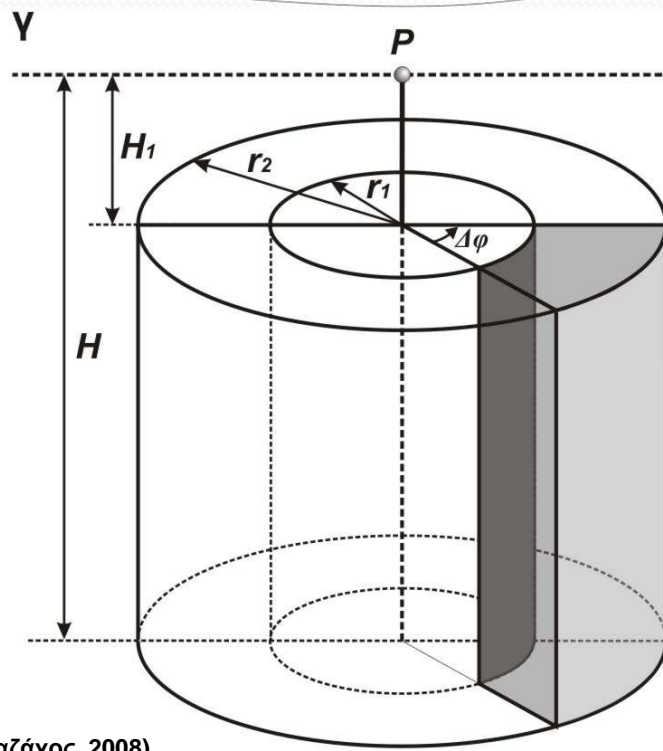
Αποτέλεσμα είναι η αύξηση της βαρυτικής έντασης, η οποία πρέπει να διορθωθεί κατάλληλα, ώστε να μην επηρεάζεται η ερμηνεία των βαρυτικών δεδομένων από την παρουσία αυτής της μάζας.



(Παπαζάχος, 2008)



(Παπαζάχος, 2008)



Χωρίζουμε την περιοχή σε διάφορα διαστήματα αποστάσεων, όπως φαίνεται στην τομή του σχήματος (α) και διάφορους γωνιακούς τομείς, όπως φαίνεται στην κάτοψη του σχήματος (β).

Θεωρούμε διάφορους ομοαξονικούς ορθούς κυλίνδρους, των οποίων ο κοινός άξονας περνάει από το σημείο **P** και οι κάτω βάσεις βρίσκονται πάνω στο γεωειδές, δηλαδή, σε κατακόρυφη απόσταση (ορθομετρικό υψόμετρο) **H** από το σημείο **P**.

Οι πάνω βάσεις των κυλίνδρων βρίσκονται σε μεταβαλλόμενο υψόμετρο **H<sub>1</sub>** από το **P**.

Η επιπλέον ένταση στο **P** κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, που οφείλεται στη μάζα η οποία βρίσκεται μεταξύ δυο κυλίνδρων, ακτινών  $r_1$  και  $r_2$  και σε γωνιακό τομέα  $\Delta\varphi$  δίνεται από τη σχέση:

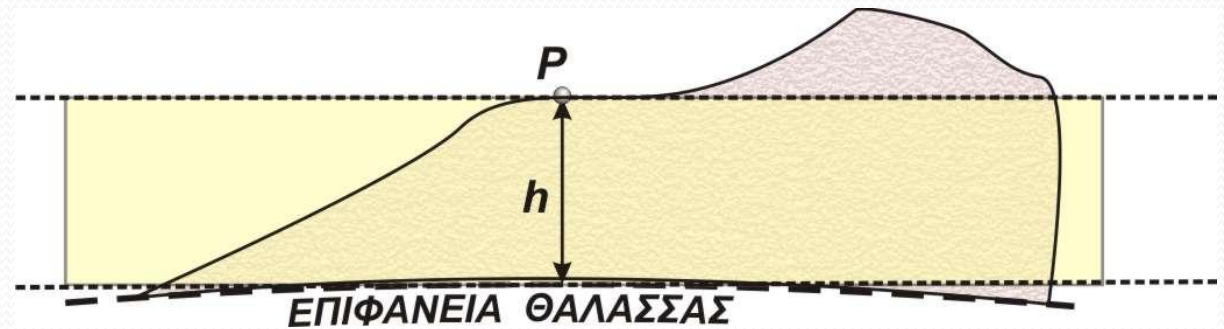
$$\Delta g = \Delta\phi G\rho(\sqrt{r_1^2 + H^2} - \sqrt{r_1^2 + H_1^2} - \sqrt{r_2^2 + H^2} + \sqrt{r_2^2 + H_1^2})$$

$\rho$  η πυκνότητα των πετρωμάτων μεταξύ του σημείου **P** και του γεωειδούς

Μεταβάλλοντας τις  $r_1$ ,  $r_2$ , και  $H_1$  μπορούμε να χωρίσουμε τη μάζα, που βρίσκεται μεταξύ του γεωειδούς και της επιφάνειας της Γης γύρω από το **P**, σε διάφορα τμήματα και να υπολογίσουμε το βαρυτομετρικό αποτέλεσμα κάθε τμήματος.

Υποθέτουμε απλούστερη δομή μεταξύ του σταθμού παρατήρησης **P** και του γεωειδούς, δηλαδή ότι υπάρχει μια πλάκα πάχους, **h**, της οποίας οι οριζόντιες διαστάσεις είναι απεριόριστες

$$\Delta g_{\beta} = 2\pi G \rho h$$



Το βαρυτομετρικό αποτέλεσμα που υπολογίζεται από αυτή τη σχέση λέγεται **αποτέλεσμα Bouguer ή αναγωγή Bouguer**.

Το **αποτέλεσμα Bouguer** πρέπει να **αφαιρείται** από την τιμή της έντασης που μετριέται για να γίνεται αναγωγή αυτής στην επιφάνεια του γεωειδούς, γιατί η μάζα μεταξύ του σταθμού και του γεωειδούς αυξάνει την ένταση της βαρύτητας στο σταθμό.

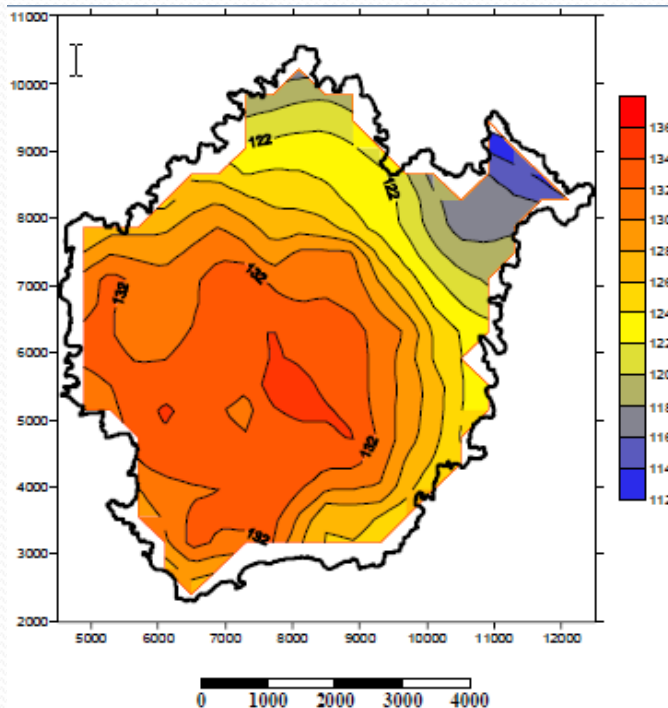
Η διαφορά της τιμής της έντασης,  $\gamma_0$ , στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς από την τιμή,  $g_\beta$ , λέγεται **ανωμαλία Bouguer**, και δίνεται από τη σχέση:

$$\delta g_\beta = g_h + \Delta g_\varepsilon - \Delta g_\beta - \gamma_0$$

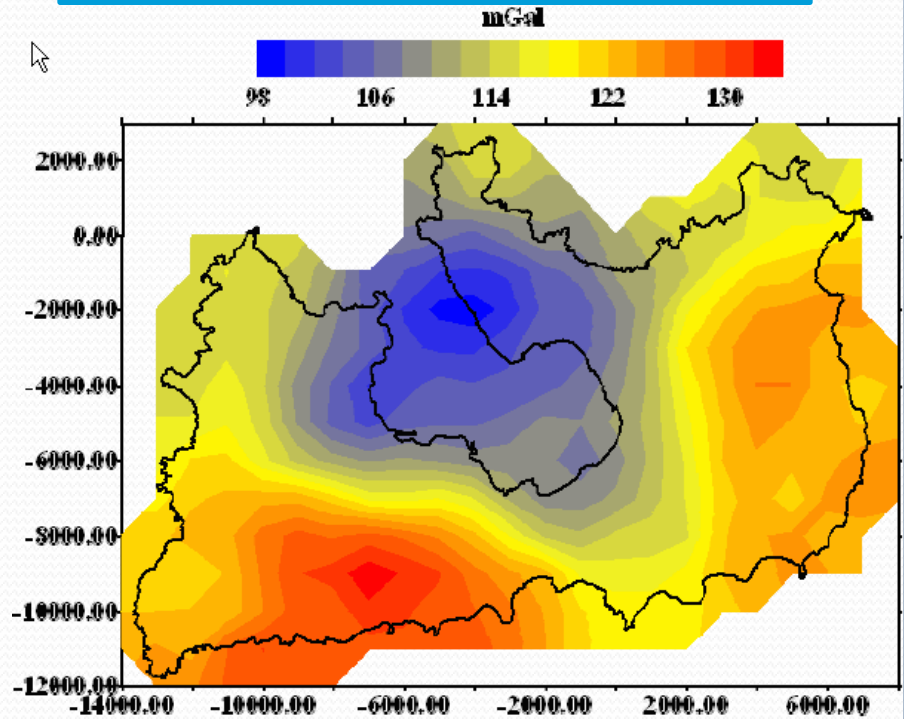
Το αποτέλεσμα **Bouguer** σε σταθμό που βρίσκεται στην επιφάνεια της θάλασσας, δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta g_\beta = -2\pi G\rho H$$

$\rho$  η πυκνότητα των πετρωμάτων του φλοιού  
 $H$  το πάχος του νερού κάτω από το σταθμό



Ανωμαλία **Bouguer** Κιμώνου (Τσόκας 1985)



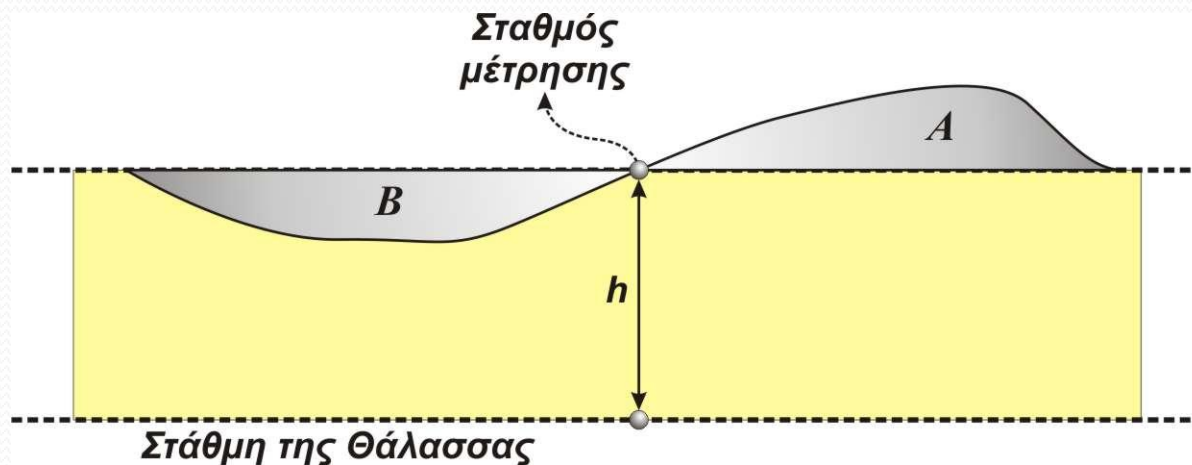
Ανωμαλία **Bouguer** της Μήλου (Τσόκας 1985)

# Τοπογραφικό αποτέλεσμα

Για τον καθορισμό του **αποτελέσματος Bouguer**, δεχθήκαμε ότι η έλξη που ασκούν τα πετρώματα μεταξύ του σταθμού και του γεωειδούς είναι ίση με την έλξη που ασκεί πλάκα άπειρων οριζοντίων διαστάσεων. Η προσέγγιση αυτή είναι ικανοποιητική μόνο όταν η επιφάνεια της Γης είναι σχεδόν οριζόντια.

Όταν, όμως, η μορφολογία του εδάφους είναι ανώμαλη αυτή ασκεί πρόσθετη μεταβολή στην ένταση του βαρυτικού πεδίου.

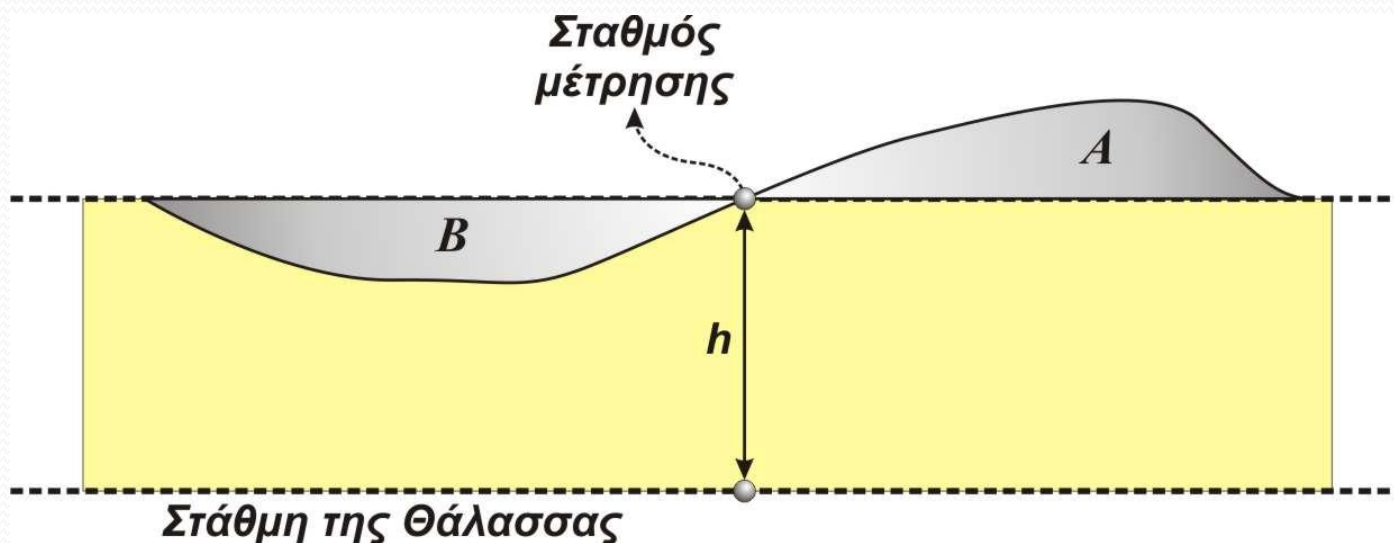
Η επίδραση αυτή της μορφολογίας του εδάφους στην ένταση της βαρύτητας λέγεται **τοπογραφικό αποτέλεσμα ή τοπογραφική αναγωγή,  $\Delta g_T$** .





Η βαρυτική έλξη που ασκείται σε ορισμένο σταθμό μέτρησης, από τη μάζα την οποία καταλαμβάνει ο χώρος **A** που βρίσκεται σε υψόμετρο μεγαλύτερο από το υψόμετρο του σταθμού, έχει φορά προς τα πάνω, δηλαδή το τοπογραφικό αποτέλεσμα είναι αρνητικό.

Από την άλλη μεριά, ο κενός χώρος **B** θεωρήθηκε πλήρης από υλικό του φλοιού κατά τον υπολογισμό του αποτελέσματος **Bouguer**.

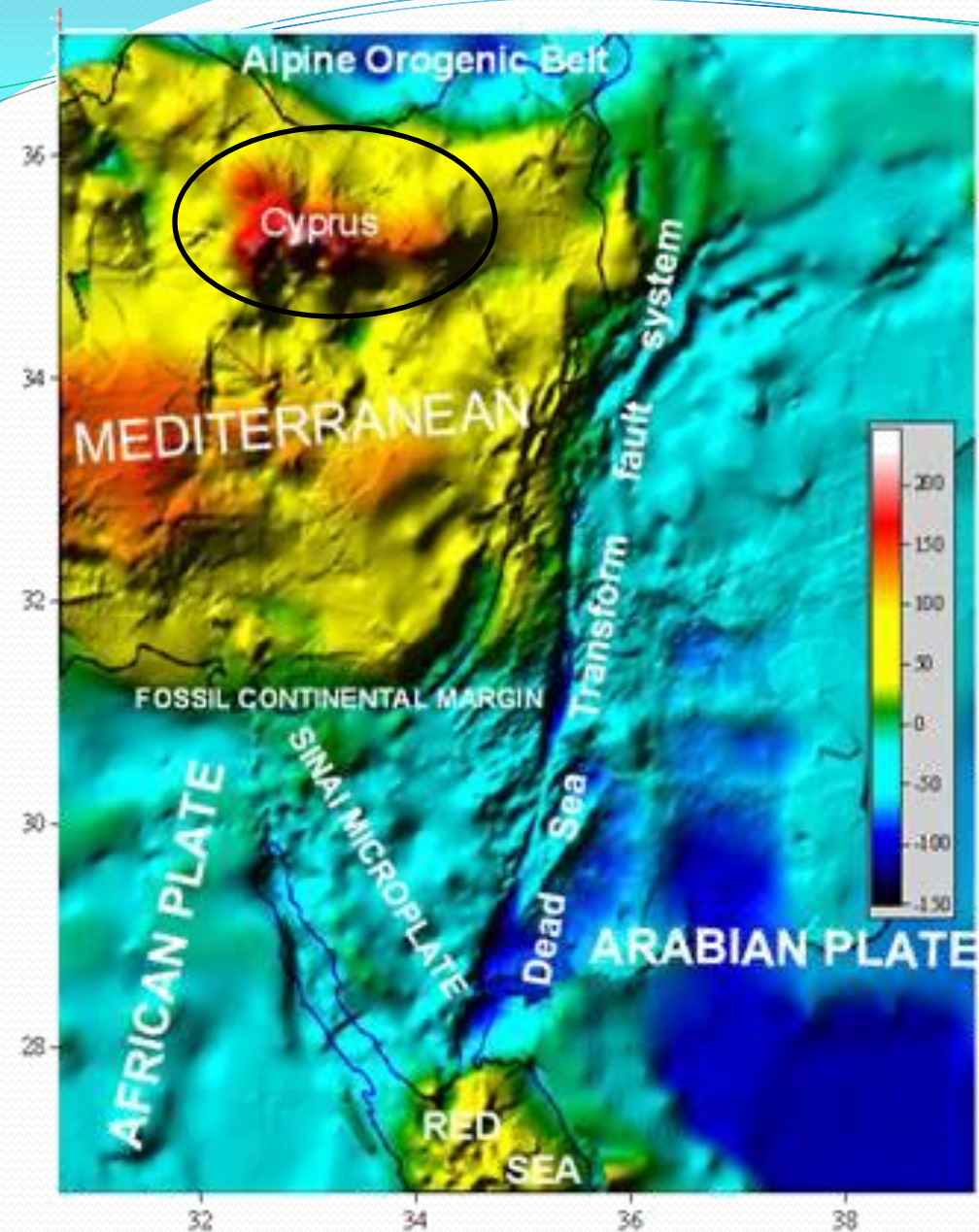


Το τοπογραφικό αποτέλεσμα πρέπει πάντοτε να **προστίθεται** στην ένταση που μετρείται, για να γίνεται σωστή αναγωγή αυτής στην επιφάνεια του γεωειδούς.

Η διαφορά της τιμής της έντασης,  $\gamma_0$ , στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς, από τη τιμή,  $g_\tau$ , στην επιφάνεια του γεωειδούς (ή της θάλασσας), λέγεται **γενικευμένη ανωμαλία Bouguer** ή **πλήρης ανωμαλία Bouguer** και δίνεται από τη σχέση:

$$\delta g_\tau = g_h + \Delta g_\varepsilon - \Delta g_\beta + \Delta g_\tau - \gamma_0$$

Η ποσότητα αυτή είναι το **κυριότερο μέγεθος το οποίο χρησιμοποιείται για γεωφυσική ερμηνεία**, δηλαδή για τη μελέτη της **δομής πυκνότητας** του εσωτερικού της Γης.

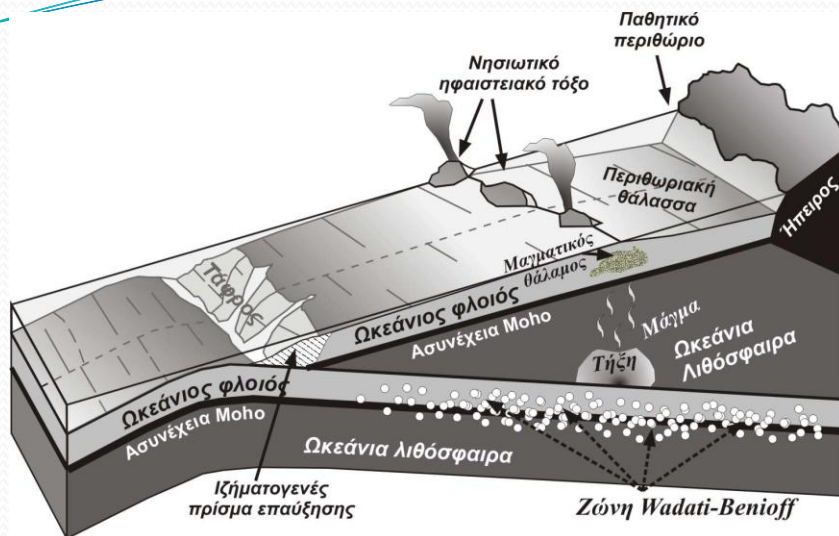


Υψηλές τιμές **θετικών ανωμαλιών** Bouguer παρατηρούνται σε περιοχές όπου πλουτώνιο υπερβασικό υλικό (π.χ. οφιόλιθοι) έχει φτάσει στην επιφάνεια της Γης.

Χαρακτηριστική τέτοια περίπτωση αποτελούν οι **θετικές ανωμαλίες** (+120mGal) που παρατηρούνται στην Κύπρο.

Οι ανωμαλίες αυτές οφείλονται στο ότι το υλικό που ανέρχεται κατευθείαν από το μανδύα έχει υψηλή πυκνότητα, δηλαδή ότι το υλικό αυτό αποτελεί «παράθυρο» του μανδύα στην επιφάνεια της Γης.

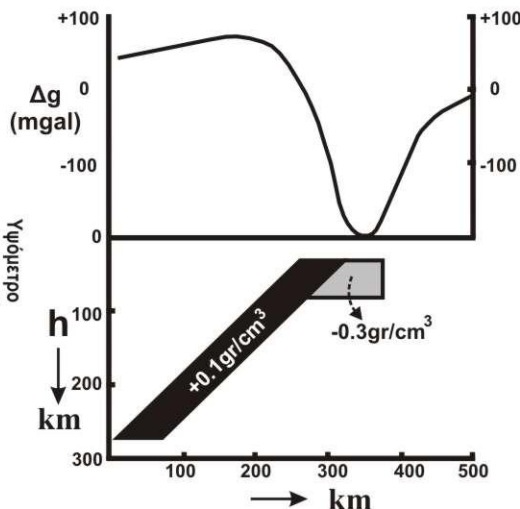
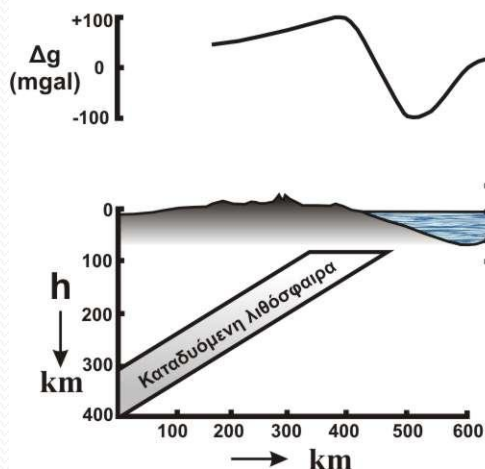
# Ζώνες κατάδυσης



Ζώνες **αρνητικών ισοστατικών ανωμαλιών** έχουν παρατηρηθεί κατά μήκος των αξόνων των μεγάλων ωκεάνιων τάφρων, που βρίσκονται στα κυρτά (εξωτερικά) μέρη των νησιωτικών τόξων. Οι **αρνητικές** αυτές ανωμαλίες αποδίδονται σε ιζήματα σημαντικού πάχους.

Παρατηρημένη Ανωμαλία Bouguer

Μοντέλο Ανωμαλίας Bouguer

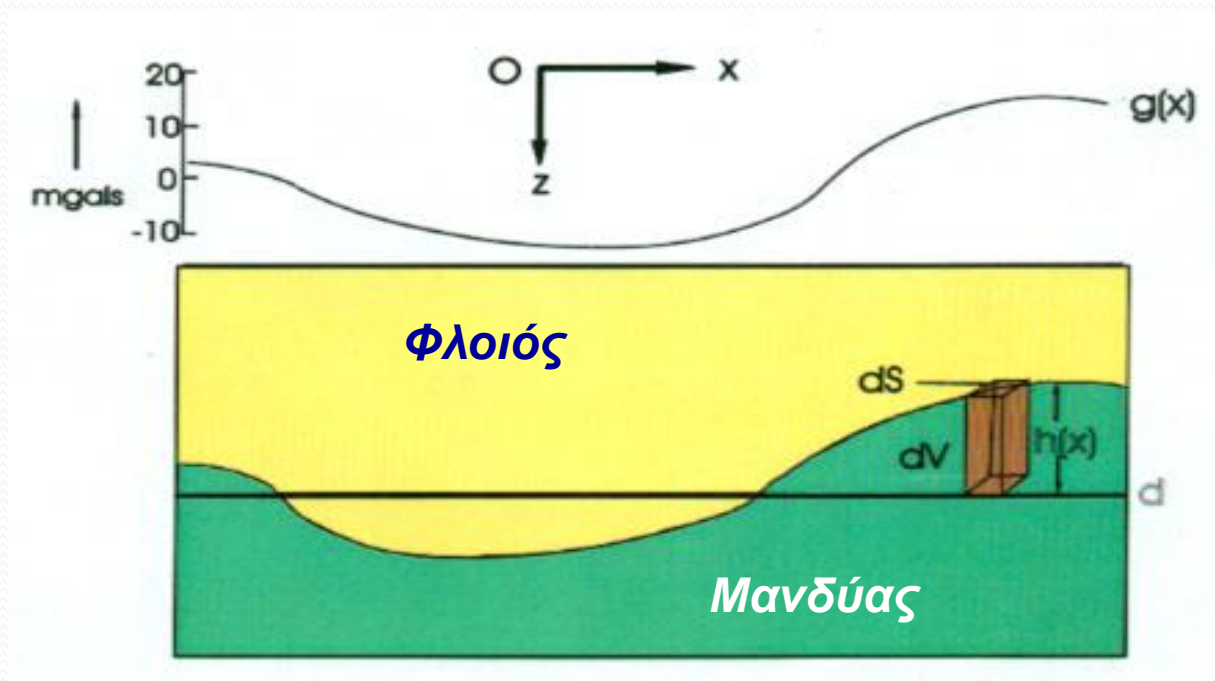


Οι ζώνες **αρνητικών ανωμαλιών** βαρύτητας στα κυρτά μέρη των νησιωτικών τόξων συνοδεύονται από ζώνες **θετικών ισοστατικών ανωμαλιών**, που παρατηρούνται στα κοίλα μέρη των τόξων.

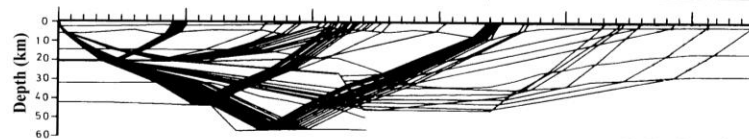
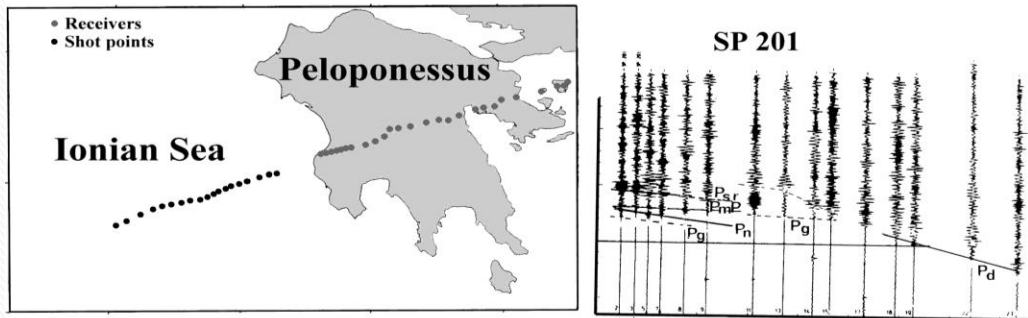
Οι **θετικές** αυτές ανωμαλίες αποδίδονται σε βύθιση μέσα στο μανδύα των λιθосφαιρικών πλακών που έχουν χαμηλές θερμοκρασίες και συνεπώς μεγάλες σχετικά πυκνότητες.

## Ανωμαλίες Bouguer λόγω μεταβολής ασυνέχειας επαφής

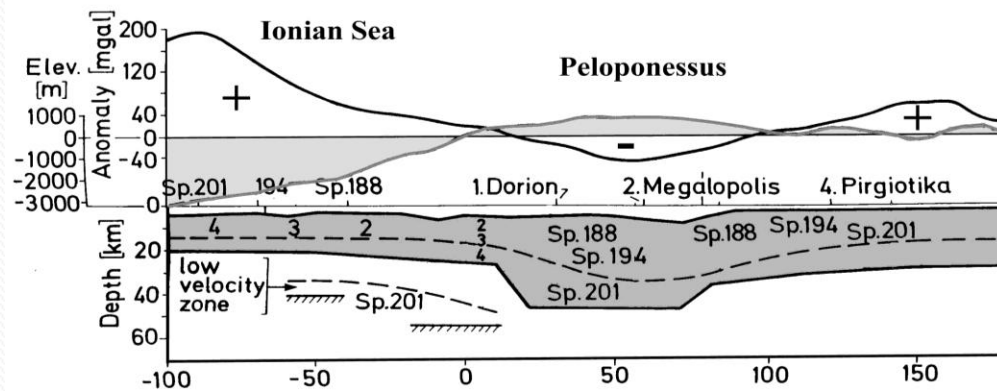
- Υπολογισμός πάχους φλοιού με τη χρήση των ανωμαλιών Bouguer



# Δομή φλοιού στο Αιγαίο



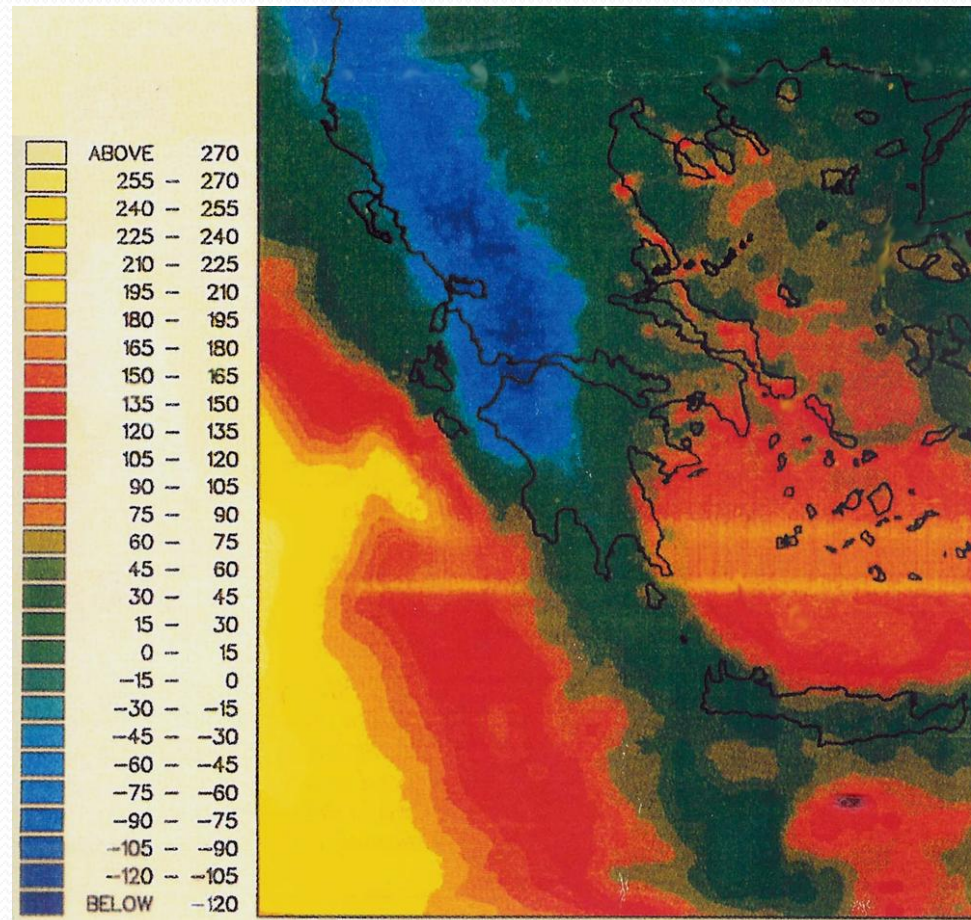
**Makris (1977)**



## Δομή φλοιού στο Αιγαίο

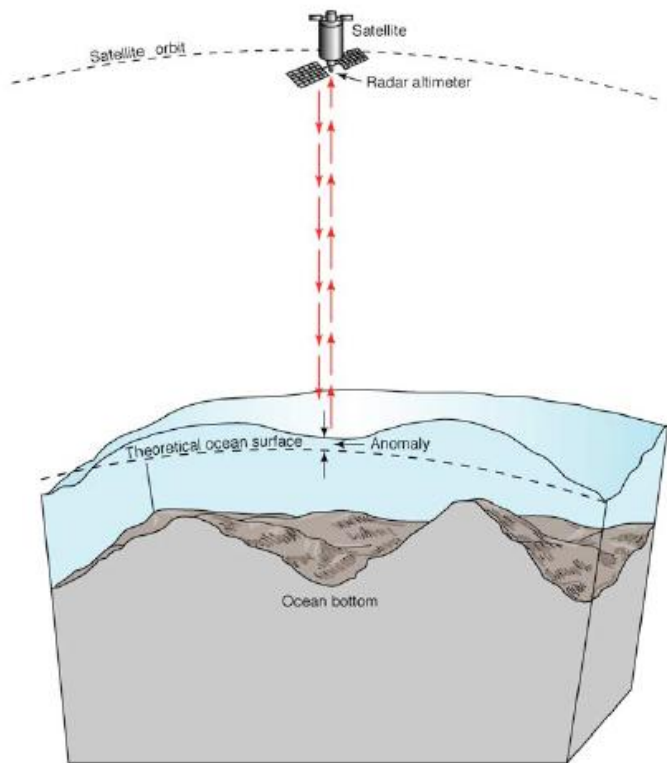
- Ανωμαλία Bouguer στο Αιγαίο

(Makris, 1976,  
Chailas et al., 1992)

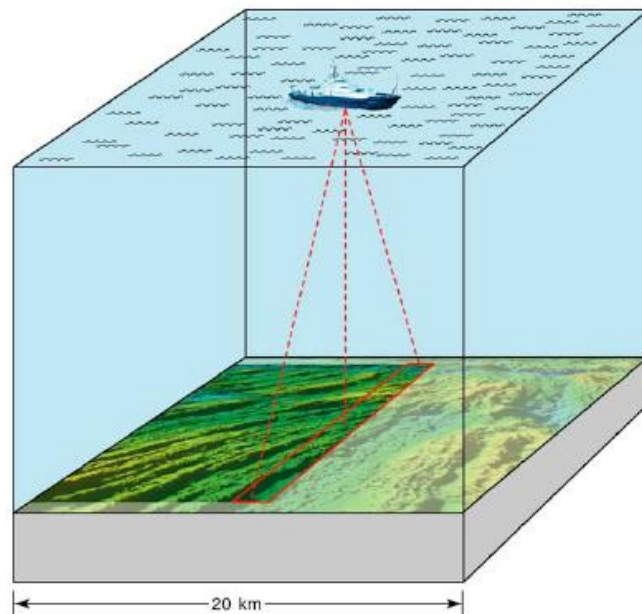


# Χαρτογράφηση ωκεάνιου πυθμένα

satellite altimeter

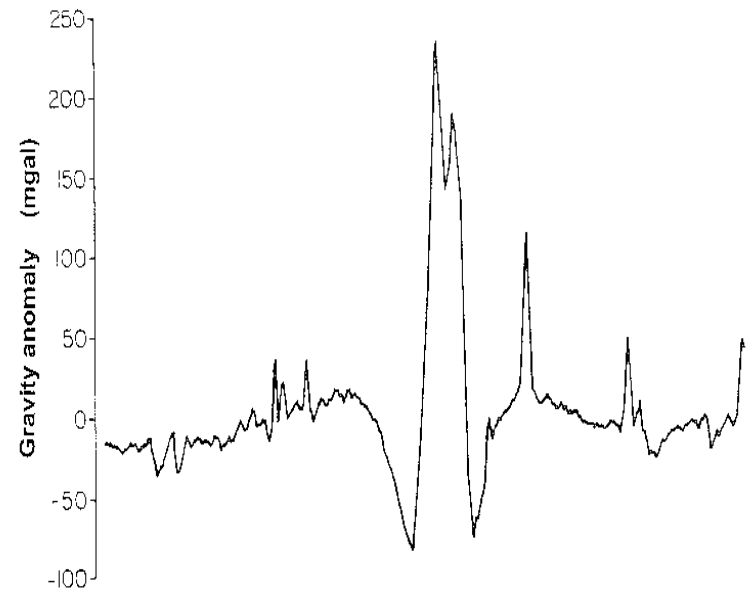
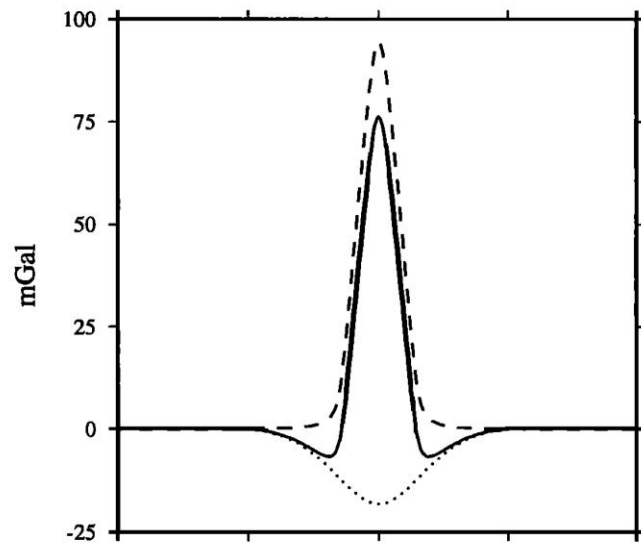


multibeam  
echo sounder





## Χαρτογράφηση ωκεάνιου πυθμένα

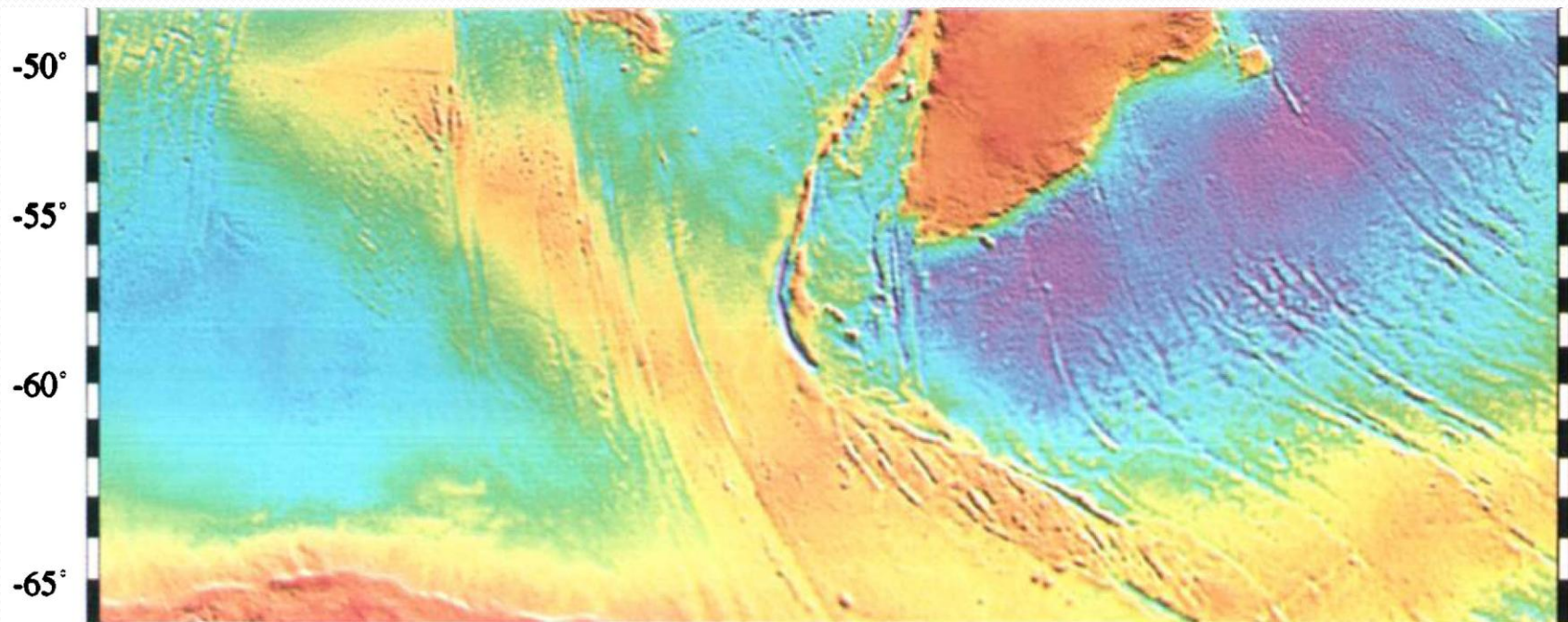


Smith & Sandwell, 1994

## Χαρτογράφηση ωκεάνιου πυθμένα

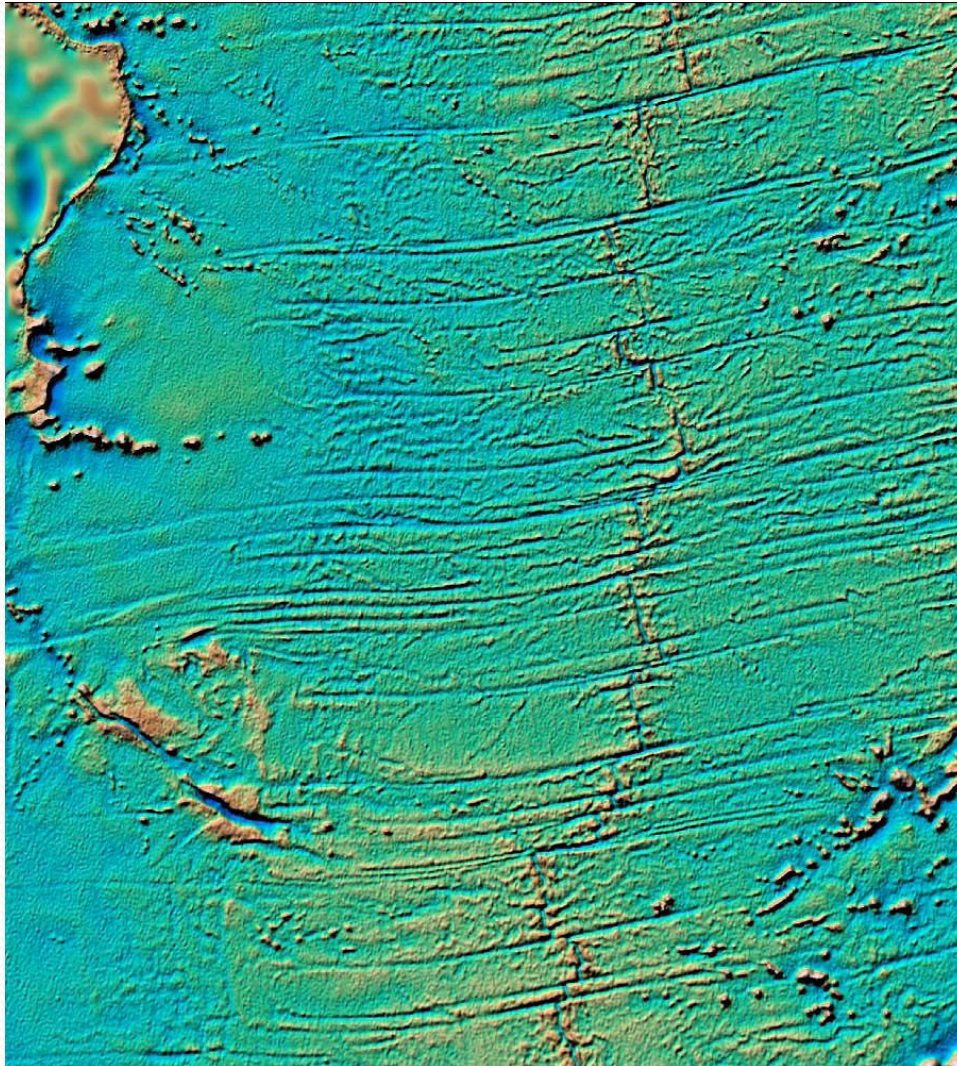
**ΕΤΟΡΟ5**

**ΒΑΡΥΤΗΤΑ**



Smith & Sandwell, 1994

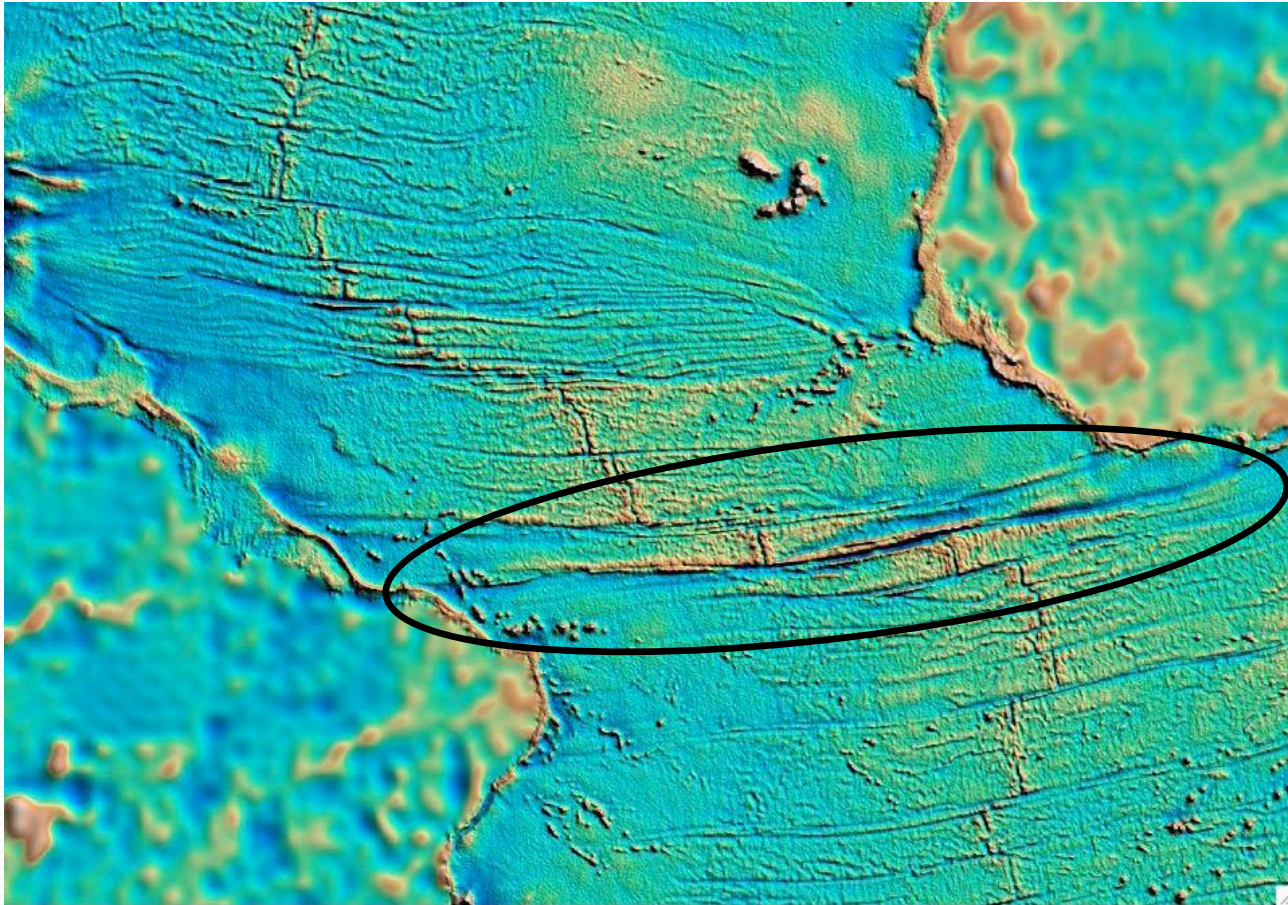
## Χαρτογράφηση ωκεάνιου πυθμένα



*Μεσσωκεάνια ράχη*

Smith & Sandwell, 1994

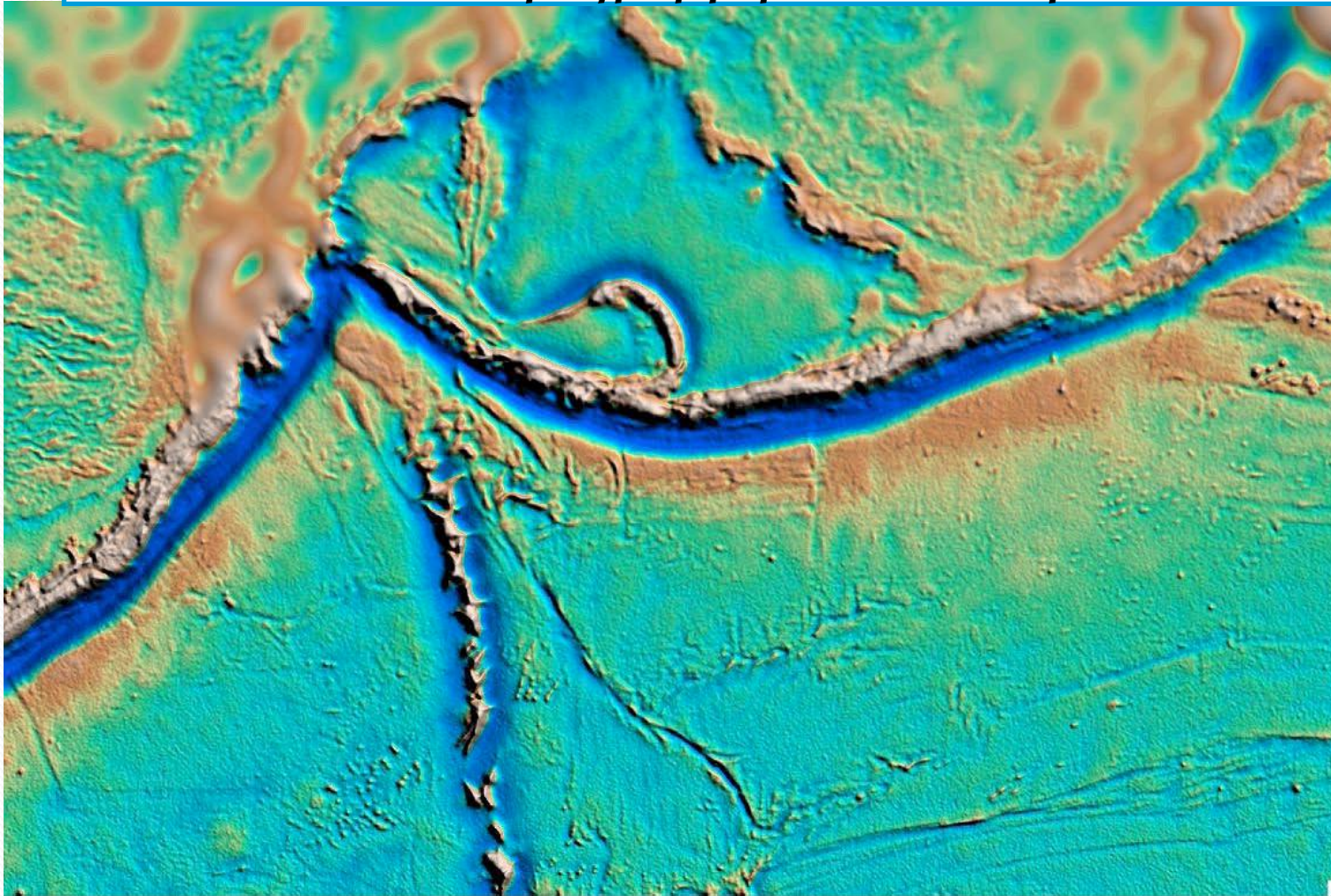
## Χαρτογράφηση ωκεάνιου πυθμένα



**Μεσοωκεάνια ράχη  
& ζώνες διάρρηξης**

Smith & Sandwell, 1994

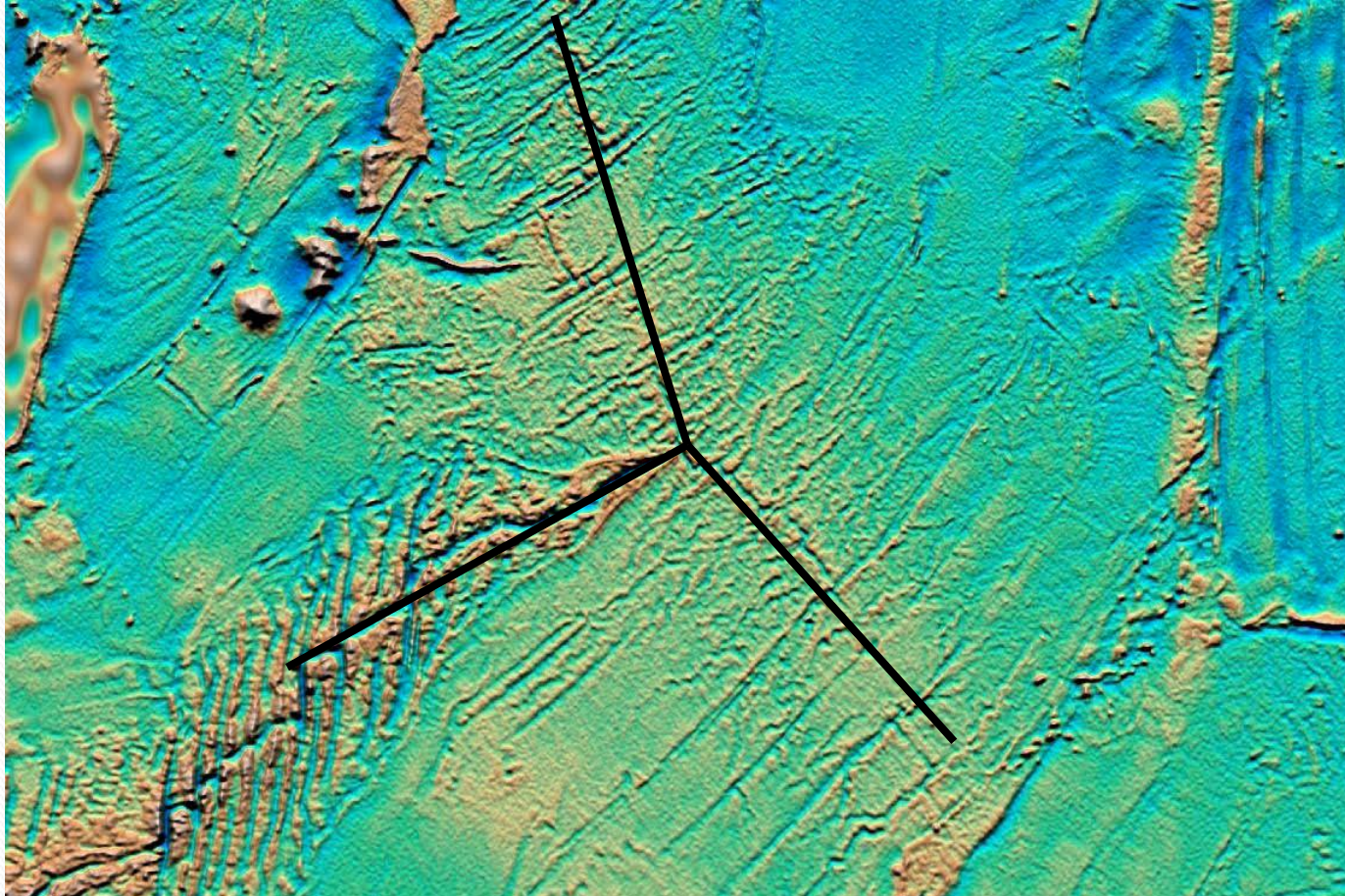
## Χαρτογράφηση ωκεάνιου πυθμένα



**Καταδύσεις**

Smith & Sandwell, 1994

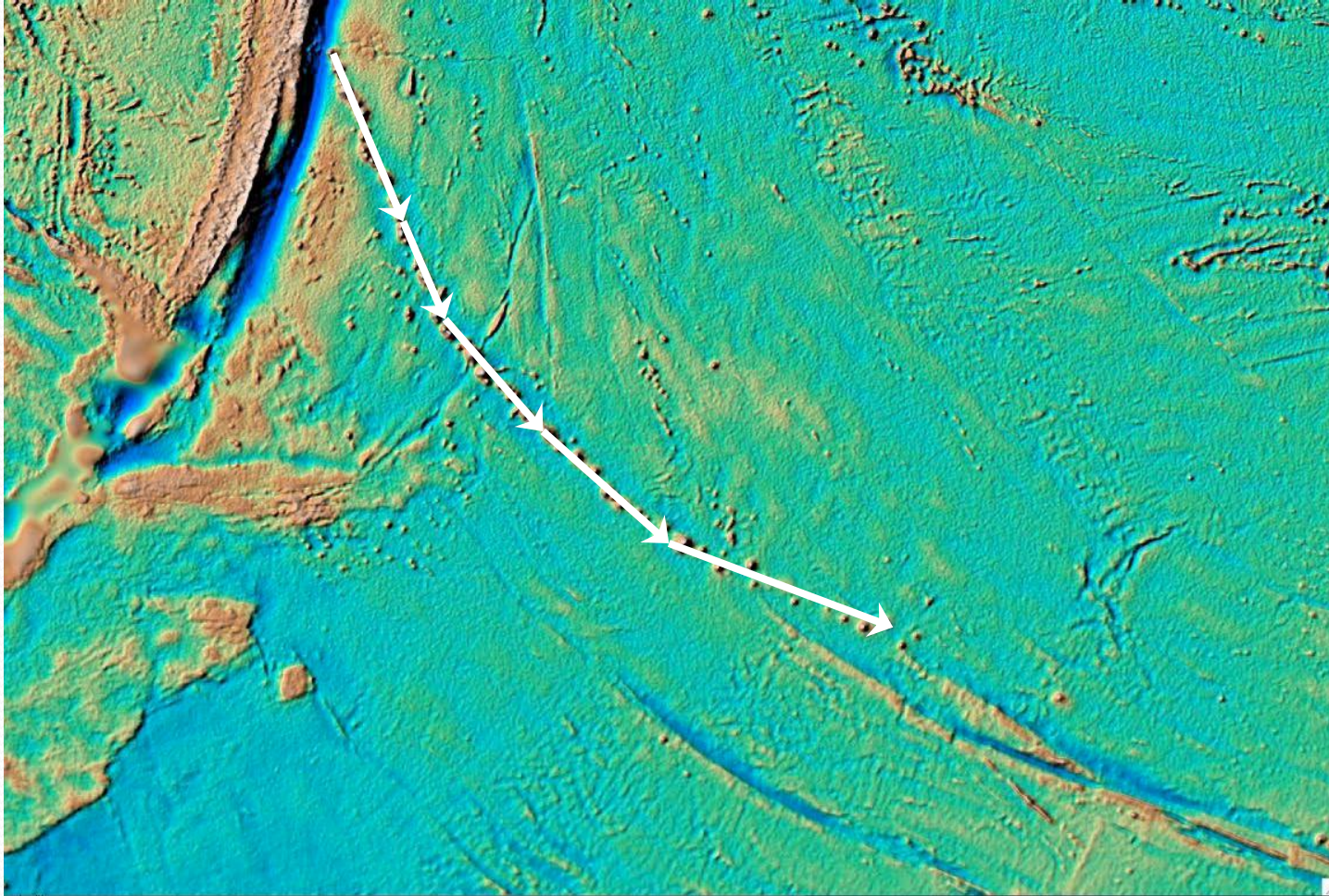
## Χαρτογράφηση ωκεάνιου πυθμένα



**Τριπλά  
σημεία**

Smith & Sandwell, 1994

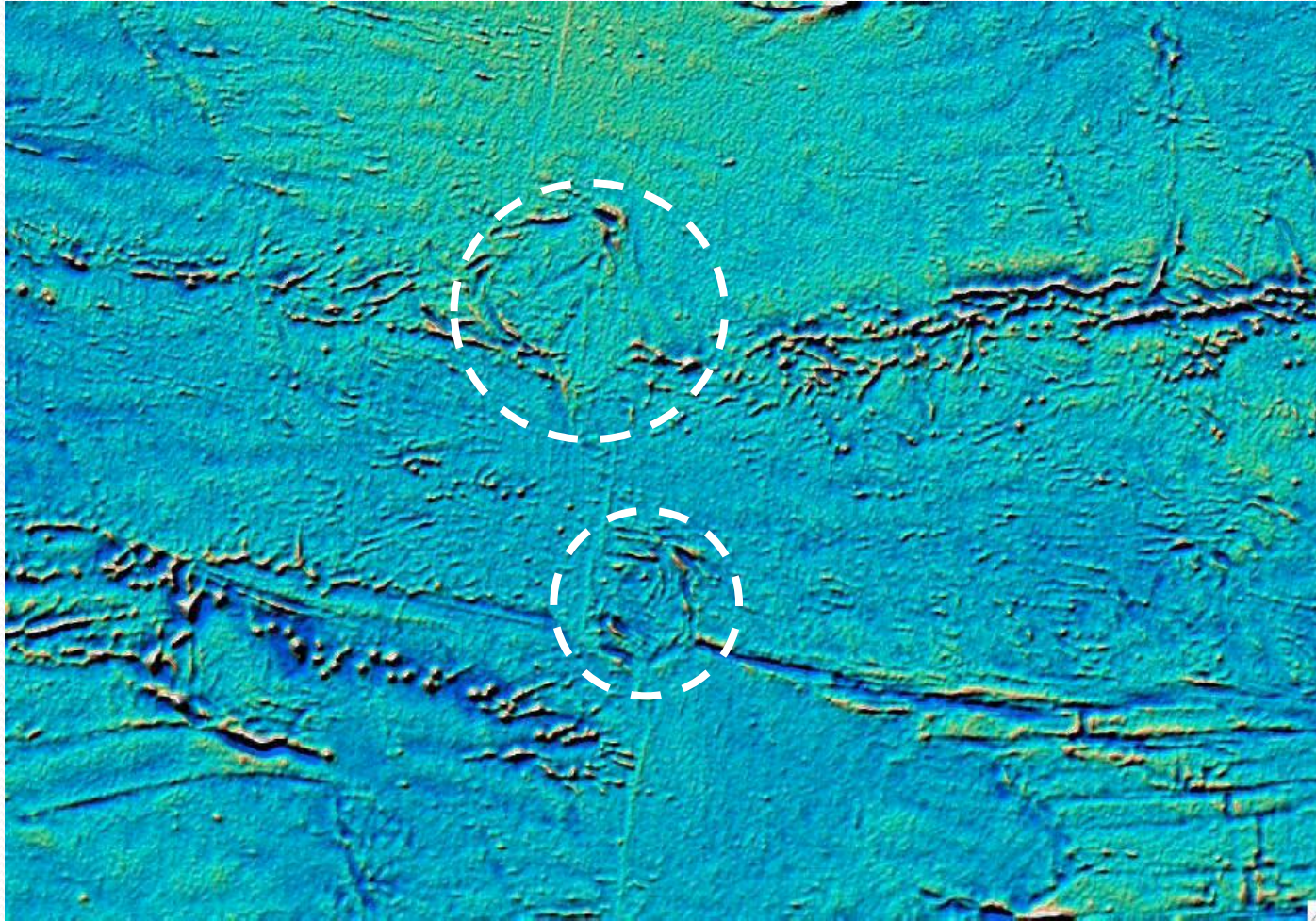
## Χαρτογράφηση ωκεάνιου πυθμένα



Θερμές  
Κηλίδες

Smith & Sandwell, 1994

## Χαρτογράφηση ωκεάνιου πυθμένα

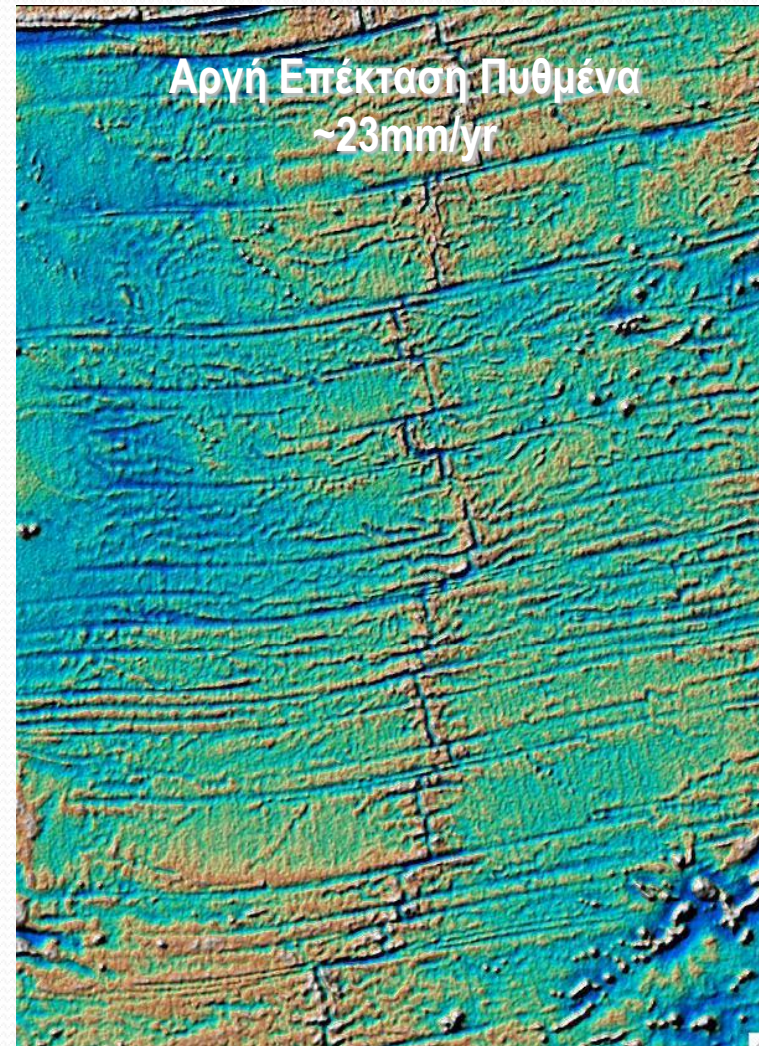
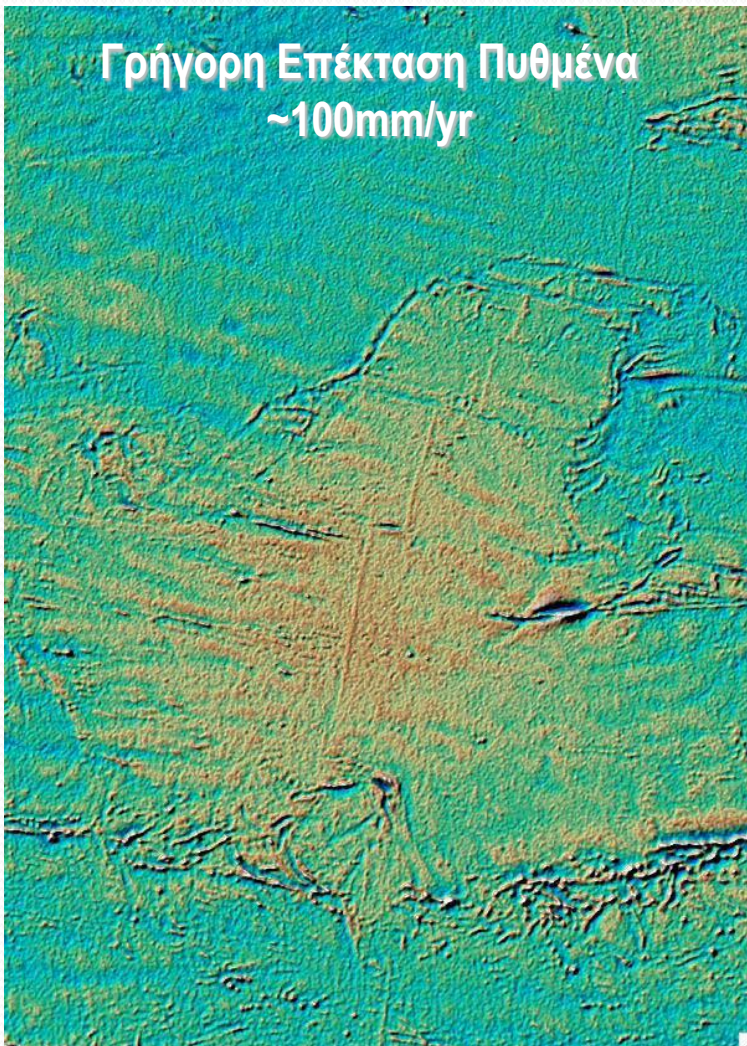


**Μικροπλάκες**

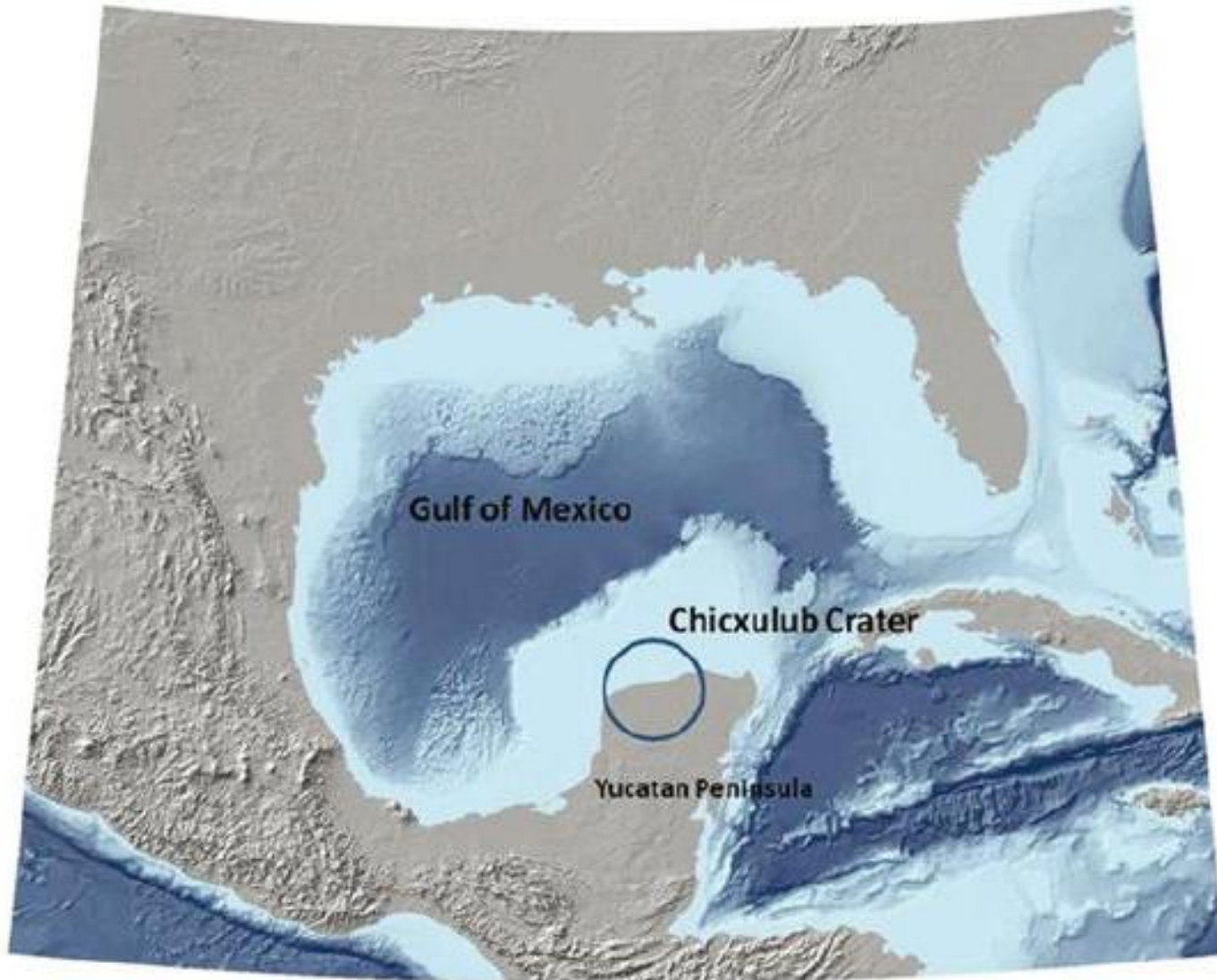
Smith & Sandwell, 1994



## Χαρτογράφηση ωκεάνιου πυθμένα

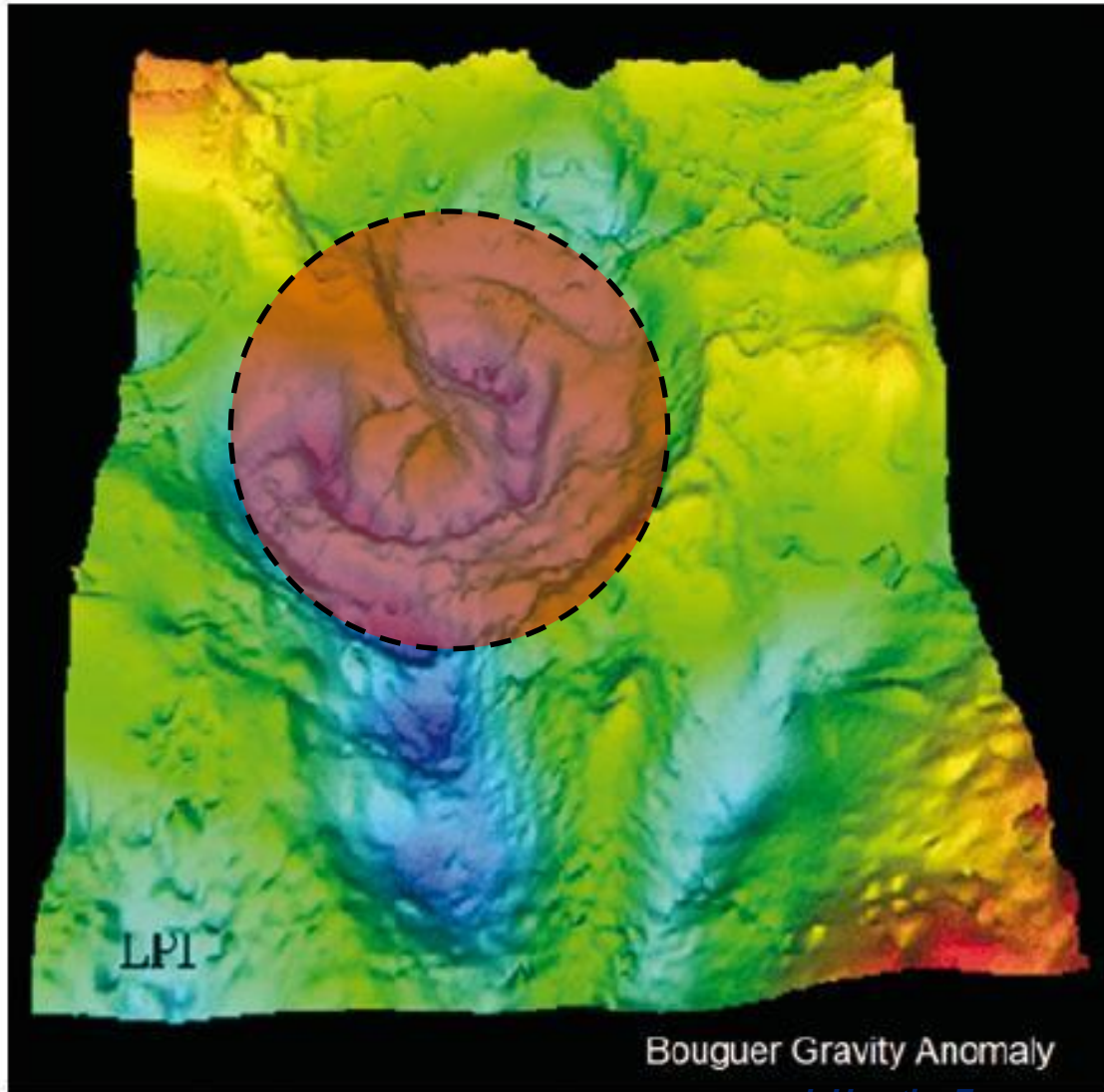


## Χαρτογράφηση θέσης σύγκρουσης μετεωρίτη



*J. Urrutia-Fucugauchi et al. (2011)*

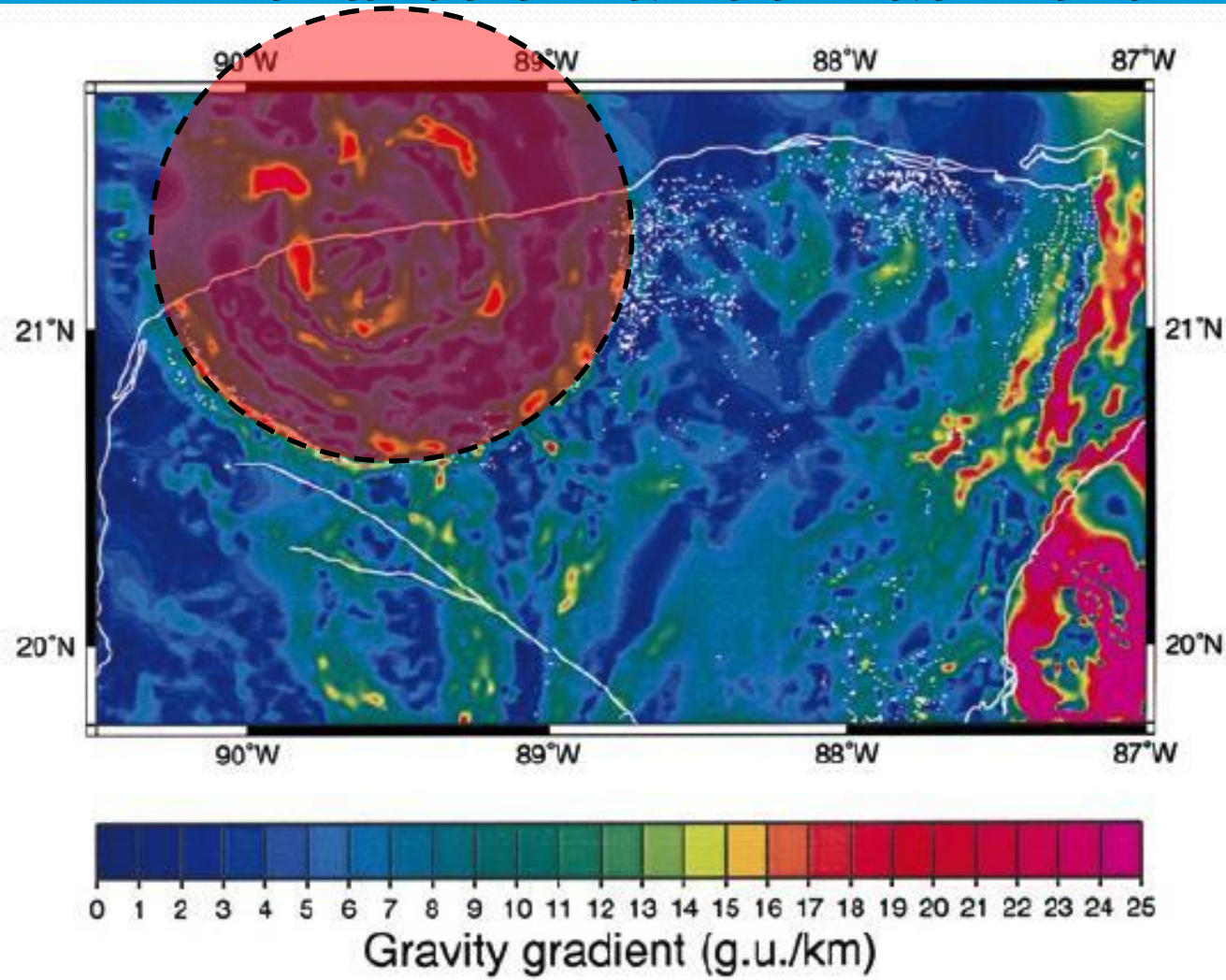
## Χαρτογράφηση θέσης σύγκρουσης μετεωρίτη



*Sharpton et al. (1993)*

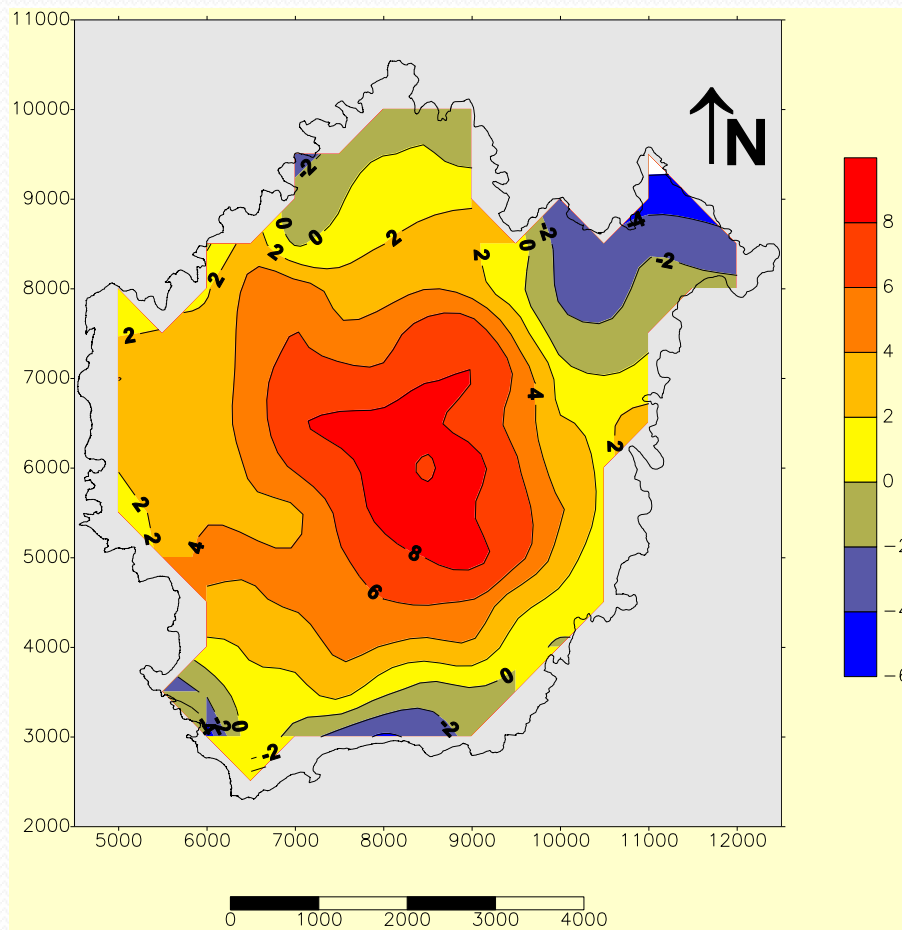
*J. Urrutia-Fucugauchi et al. (2008)*

## Χαρτογράφηση θέσης σύγκρουσης μετεωρίτη

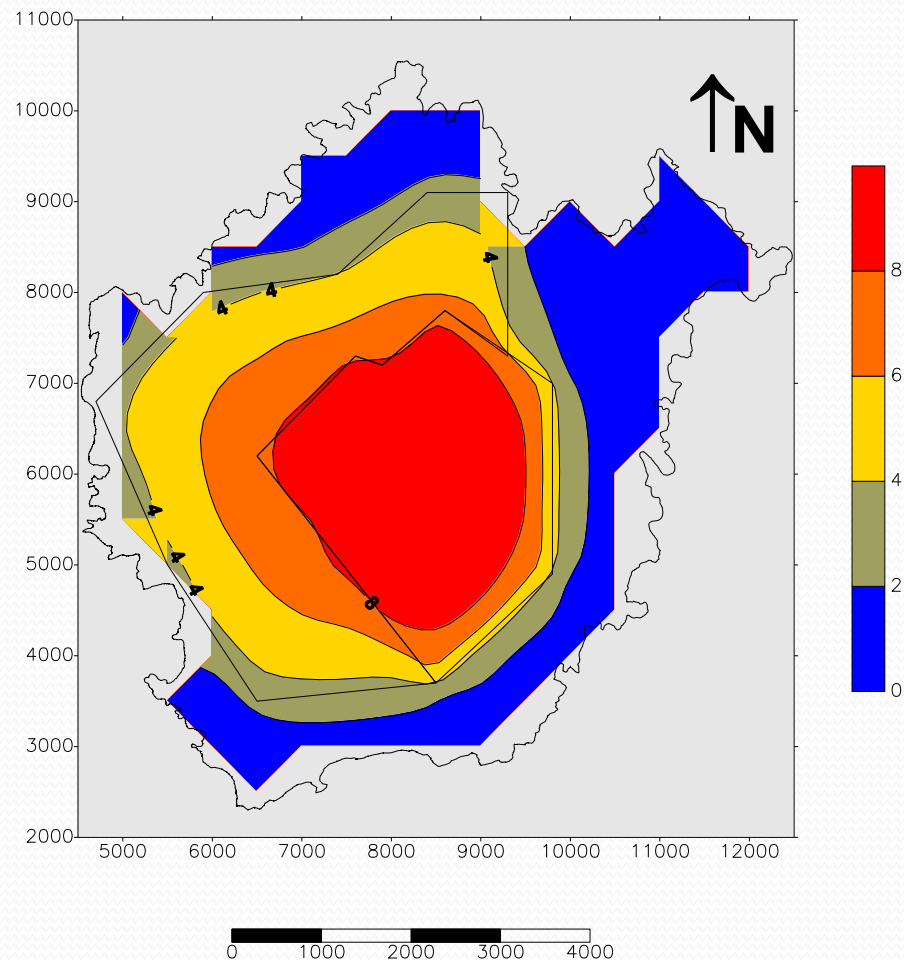


# Εφαρμοσμένη έρευνα (γεωλογική δομή)

## Βαρυτική ανωμαλία Κιρώλου



## Γεωλογική ερμηνεία



# Εφαρμοσμένη έρευνα πετρελαίου

## Αλατούχος δόμος στο Wedehof (Γερμανία)

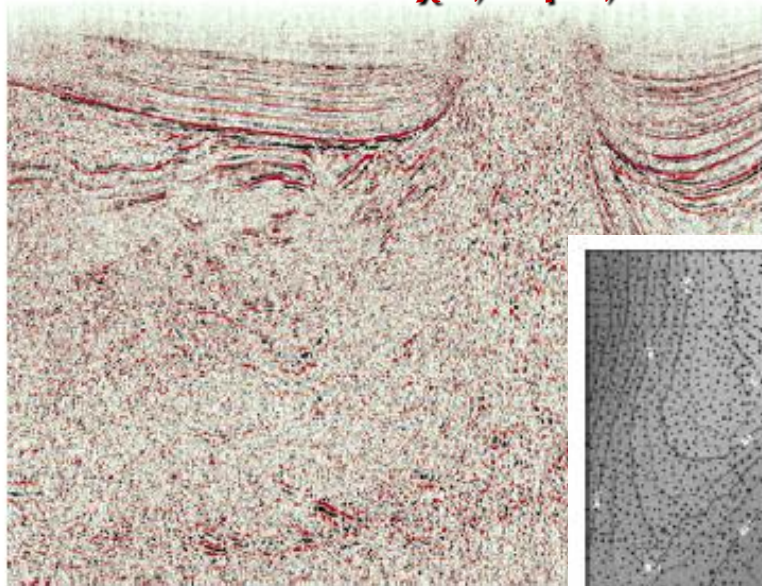


Fig. 2: Seismic section, central salt dome

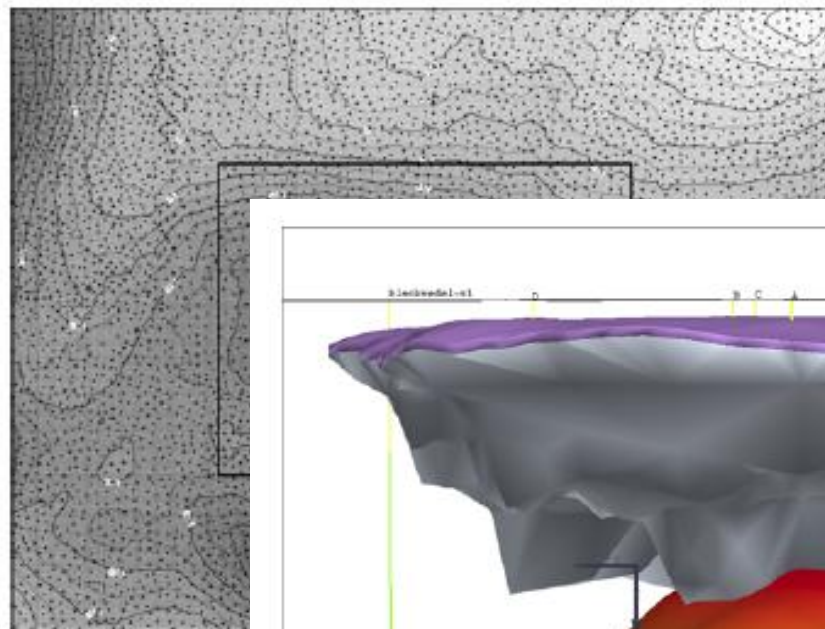


Fig. 3: Bouguer

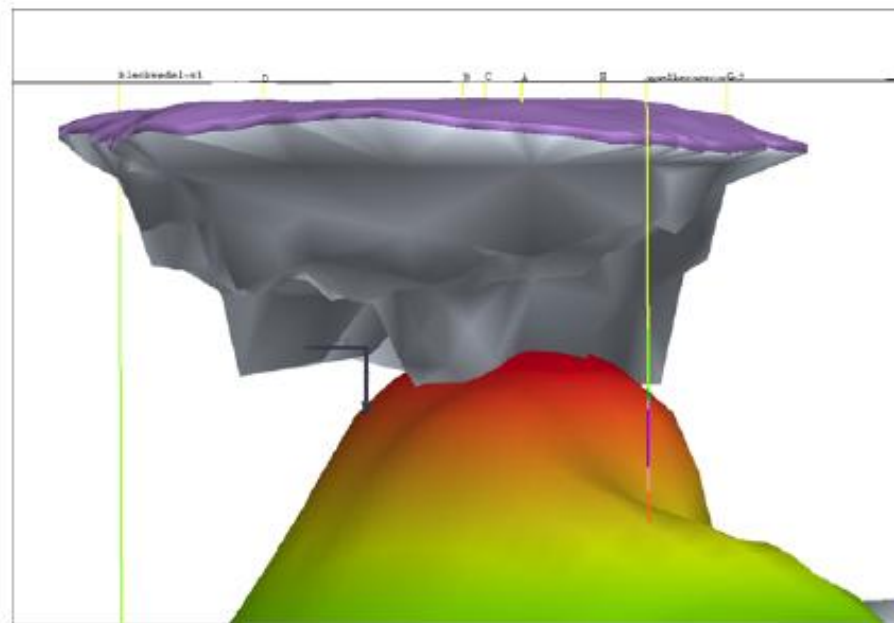
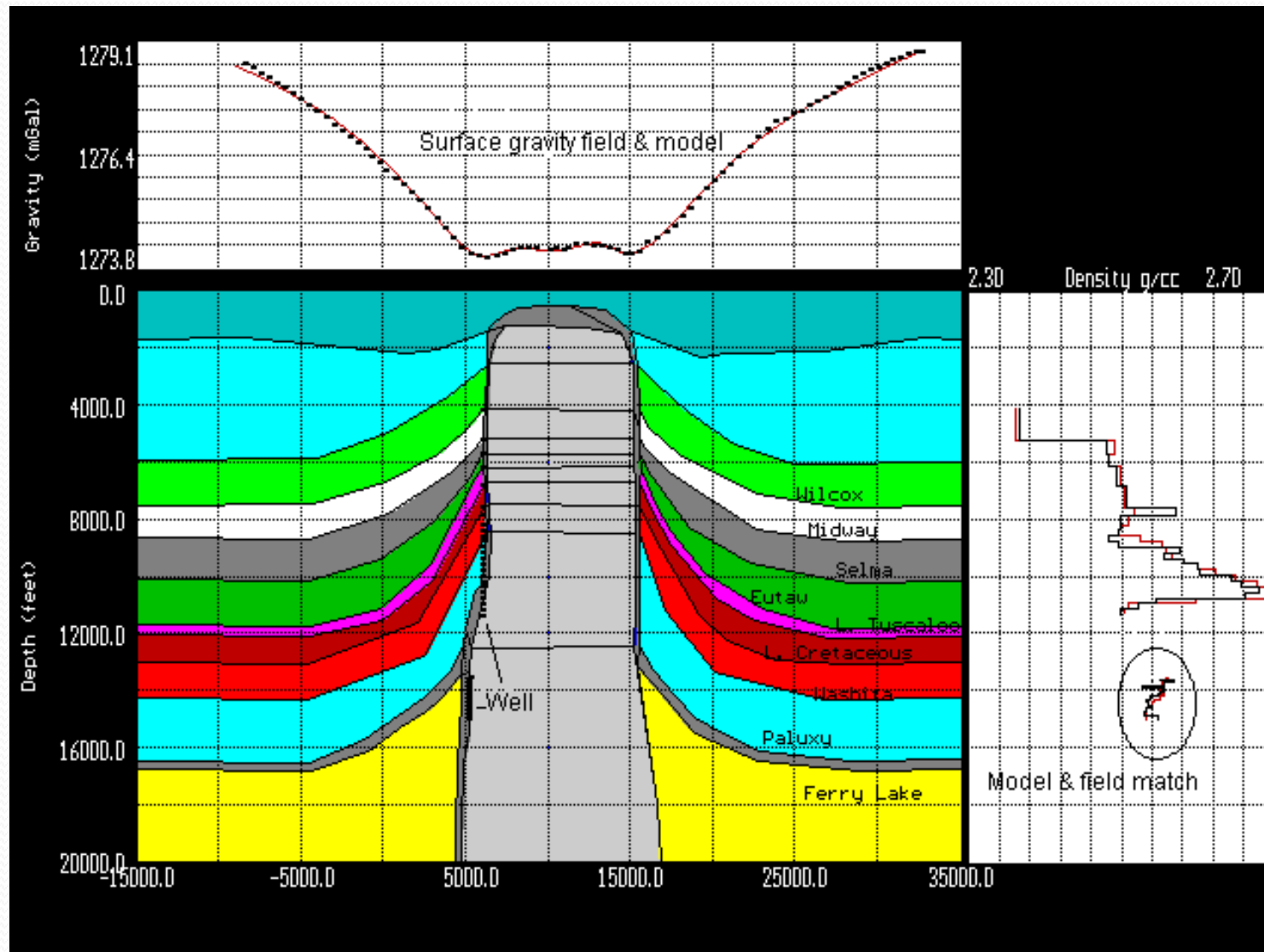


Fig. 12: Salt dome and top of Zechstein horizon (NW view)

# Εφαρμοσμένη έρευνα πετρελαίου

## Αλατούχος δόμος στο Covington County, Mississippi (ΗΠΑ)



## Ασκήσεις Α΄ κατηγορίας

6.1. Να υπολογισθεί η ένταση,  $g$ , και το δυναμικό,  $U$ , του πεδίου βαρύτητας της Γης σε απόσταση 6371 Km από το κέντρο της Γης.  
(μάζα της Γης  $M = 5.9737 \times 10^{24}$  Kg)

6.2. Να υπολογισθεί η ακτίνα του ελλειψοειδούς στα σημεία του που έχουν γεωγραφικά πλάτη  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  και  $90^\circ$ , χρησιμοποιώντας το ελλειψοειδές **WGS84** και την προσέγγιση όρων μέχρι  $r^{-3}$ .  
Ποία η διαφορά πολικής και ισημερινής ακτίνας;

6.3. Από μετρήσεις που έγιναν σε βαρυτομετρικό σταθμό που βρίσκεται σε υψόμετρο  $h = 2$  km από το ελλειψοειδές και σε γεωγραφικό πλάτος  $\xi = 60^\circ$  βρέθηκε τιμή της έντασης της βαρύτητας ίση με  $g_h = 978.837$  Gal. Να βρεθεί:  
α) το αποτέλεσμα ελεύθερου αέρα και η ανωμαλία ελεύθερου αέρα και,  
β) το αποτέλεσμα Bouguer και η ανωμαλία Bouguer, αν η πυκνότητα του στρώματος είναι  $2500 \text{ Kg/m}^3$ .