

ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΩΝ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΩΝ ΕΠΟΧΙΑΚΩΝ ΟΜΟΙΩΜΑΤΩΝ SARIMA ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΩΝ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ. ΤΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΤΟΥ ΚΑΡΣΤΙΚΟΥ ΥΔΡΟΦΟΡΕΑ ΤΗΣ ΚΡΑΝΙΑΣ ΕΛΑΣΣΟΝΑΣ, ΘΕΣΣΑΛΙΑ

Μανάκος Α¹, Δημόπουλος Γ²

¹ Ι.Γ.Μ.Ε., Π.Μ.Κ.Μ., Φράγκων 1, 56 426 Θεσσαλονίκη, amanakos@thes.igme.gr

² Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσ/νίκης, Τμήμα Γεωλογίας, Τομέας Γεωλογίας, 54 621
Θεσσαλονίκη, gdimor@geo.auth.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εργασία αυτή επιχειρείται η προσομοίωση με εποχιακά στοχαστικά ομοιώματα SARIMA της χρονικής σειράς (1974-1993) των παροχών της καρστικής πηγής Κεφαλόβρυσου, η οποία εκφορτίζει τον καρστικό υδροφόρο της Κρανιάς Ελασσόνας και διερευνάται η αποτελεσματικότητά τους στο να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη πρόβλεψη μελλοντικών μηνιαίων παροχών, στοιχείο πολύ σημαντικό για την ορθολογική διαχείρησή του υδροφόρου. Η εφαρμογή των εποχιακών στοχαστικών ομοιωμάτων προϋποθέτει ύπαρξη στασιμότητας της χρονοσειράς. Για τη δημιουργία στασιμότητας χρησιμοποιείται ο λογαριθμικός μετασχηματισμός Box-Cox. Για τη λογαριθμικά μετασχηματισμένη χρονική σειρά των μηνιαίων παροχών της πηγής το κατάλληλο εποχιακό στοχαστικό ομοίωμα SARIMA, που μπορεί να προσομοιώσει τη μετασχηματισμένη σειρά, είναι της μορφής (4,1,1)(1,1,1)₁₂. Για τον έλεγχο της καταλληλότητας του ομοιώματος (4,1,1)(1,1,1)₁₂ χρησιμοποιείται ο έλεγχος των υπολοίπων με σκοπό να δειχθεί ότι αποτελούν λευκό θόρυβο. Αυτό γίνεται με τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης [ACF] τη συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης [PACF] και το αθροιστικό περιδιάγραμμα [C(fk)] των υπολοίπων, τα οποία δείχνουν ότι τα υπόλοιπα είναι "λευκού θορύβου", δηλαδή ασυσχέιστα. Το παραπάνω ομοίωμα έχει τη μορφή :

$$(1-\phi_1B-\phi_2B^2-\phi_3B^3-\phi_4B^4)(1-B)(1-\Phi_1B^{12})(1-B^{12})Z_t = (1-\theta_1B)(1-\Theta_1B^{12})e_t$$

όπου Z_t είναι ο λογάριθμος της μηνιαίας παροχής της πηγής Κεφαλόβρυσου.

Η εφαρμογή του ομοιώματος, στην χρονοσειρά των παροχών της καρστικής πηγής Κεφαλόβρυσου, φαίνεται ότι πετυχαίνει πολύ καλή πρόβλεψη των μετρημένων μηνιαίων παροχών για δύο τουλάχιστον έτη.

1 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ ΜΕ ΕΠΟΧΙΑΚΑ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΟΜΟΙΩΜΑΤΑ SARIMA

1.1 Γενικά

Ένα από τα σοβαρότερα προβλήματα που παρουσιάζονται στην προσπάθεια ορθολογικού σχεδιασμού και λειτουργίας των έργων αξιοποίησης του υδατικού δυναμικού μιας περιοχής (για ύδρευση, άρδευση, υδροηλεκτρική εκμετάλλευση κ.λ.π) είναι από την μια η ποιοτική και ποσοτική ανεπάρκεια των υδρολογικών παρατηρήσεων και από την άλλη η αδυναμία των συμβατικών μεθόδων της υδρολογικής ανάλυσης να δώσει ικανοποιητική απάντηση στα διάφορα υδρολογικά προβλήματα. Η ανεπάρκεια αυτή και η αδυναμία των συμβατικών μεθόδων οδήγησε στη χρησιμοποίηση και άλλων θεωριών στην υδρολογική ανάλυση, όπως της στατιστικής, της θεωρίας των πιθανοτήτων κ.λπ.

Έτσι, προέκυψε η Στατιστική Υδρολογία, η οποία προσπαθεί να εξηγήσει τις φυσικές διαδικασίες με τη βοήθεια των στατιστικών ιδιοτήτων των υδρολογικών παραμέτρων και χωρίζεται στην Πιθανολογική Υδρολογία. Η Πιθανολογική Υδρολογία αναλύει και συνθέτει τα υδρολογικά γεγονότα χωρίς να παίρνει υπόψη τη χρονική τους ακολουθία (π.χ. ανάλυση μεγίστων ή ελαχίστων ετησίων παροχών ποταμού) ενώ η Στοχαστική Υδρολογία λύνει τα υδρολογικά προβλή-

ματα χρησιμοποιώντας τα στατιστικά χαρακτηριστικά των μεταβλητών, βασισμένη στις στοχαστικές ιδιότητες της χρονικής σειράς της μεταβλητής.

1.2 Δομή των χρονικών σειρών

Στην υδρολογία οι χρονοσειρές που παρατηρούνται είναι κατά κανόνα τυχαίες ή στοχαστικές. Μια στοχαστική μεταβλητή, X_t , όπως είναι μια υδρολογική χρονοσειρά, αποτελείται από τα εξής μέρη : (α) Το Προσδιοριστικό N_t , και (β) το Στοχαστικό Z_t , δηλαδή : $X_t = N_t + Z_t$. Το προσδιοριστικό μέρος αποτελείται από τρεις συνιστώσες : (α) την Τάση, (β) την Περιοδικότητα και (γ) την Εμμονή. Το στοχαστικό μέρος από την άλλη πλευρά αποτελείται από τη χρονικά εξαρτημένη συνιστώσα, που συνήθως καλείται “λευκός θόρυβος”.

Για την προσομοίωση μιας χρονοσειράς απαραίτητη προϋπόθεση είναι η προσομοίωση τόσο του προσδιοριστικού μέρους όσο και του στοχαστικού μέρους αυτής. Η ύπαρξη προσδιοριστικού μέρους σημαίνει πως οι χρονοσειρές είναι μη στάσιμες. Απαραίτητη προϋπόθεση επίσης για την προσομοίωση της χρονοσειράς με ένα στοχαστικό ομοίωμα είναι αυτή να έχει γίνει στάσιμη. Επομένως, η αφαίρεση των προσδιοριστικών συνιστωσών δημιουργεί “στασιμότητα” στη χρονοσειρά, που στη συνέχεια είναι κατάλληλη για την προσομοίωσή της με κάποιο στοχαστικό ομοίωμα. Για τη δημιουργία στασιμότητας στις χρονοσειρές, είτε πρέπει να βρεθούν οι συνιστώσες του προσδιοριστικού μέρους και να αφαιρεθούν, είτε να γίνει χρήση κάποιων μεθόδων, η εφαρμογή των οποίων δεν απαιτεί την εύρεση των προσδιοριστικών συνιστωσών, αλλά δημιουργεί απευθείας στασιμότητα της χρονοσειράς.

2 ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ

2.1 Γενικά

Στοχαστικές διαδικασίες για την προσομοίωση χρονοσειρών δόθηκαν συστηματικά από τους Box and Jenkins (1970, 1976), οι οποίοι περιγράφουν μια οικογένεια γραμμικών στοχαστικών ομοιωμάτων που είναι γνωστά ως Box - Jenkins ή SARIMA (Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average) ομοιώματα. Τέτοια στοχαστικά ομοιώματα εφαρμόστηκαν στην πρόβλεψη γενικά υδρολογικών χρονικών σειρών (Box and Jenkins 1976, Salas et al. 1985, Παπαμιχαήλ 1991), και ειδικότερα χρονικών σειρών παροχών ή εισροών επιφανειακών υδατορευμάτων (McKerchar and Delleur 1974, Salas et al. 1982, Stedinger et al. 1985, Παπαμιχαήλ 1989 και 1993, Γεωργίου 1996), και πηγαίων καρστικών παροχών (Μανάκος 1999).

Τα ομοιώματα Box - Jenkins έγιναν πολύ δημοφιλή εξαιτίας της απλής μαθηματικής δομής, της συνεπούς αναπαράστασης των δεδομένων με τη βοήθεια ενός σχετικά μικρού αριθμού παραμέτρων και της εφαρμογής τόσο σε στάσιμες όσο και σε μη στάσιμες διαδικασίες.

Τα ομοιώματα αυτά είναι επίσης κατάλληλα για την ανάλυση και την πρόβλεψη χρονικών σειρών που από τη φύση τους παρουσιάζουν εμμονή, γεγονός που είναι πραγματικότητα στην περίπτωση των χρονικών σειρών των παροχών ή εισροών.

2.2 Μορφή των εποχιακών στοχαστικών ομοιωμάτων SARIMA

Έστω μια διακεκριμένη χρονική σειρά $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_{N-1}, Z_N$ που οι τιμές της αναφέρονται σε ίσα χρονικά διαστήματα. Η σειρά αυτή, κατά τους Box and Jenkins, μπορεί να προσομοιωθεί από ένα στοχαστικό εποχιακό ομοίωμα SARIMA, της μορφής:

$$\Phi(B)\Phi(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D(Z_t - \mu) = \theta(B)\Theta(B^s)e_t$$

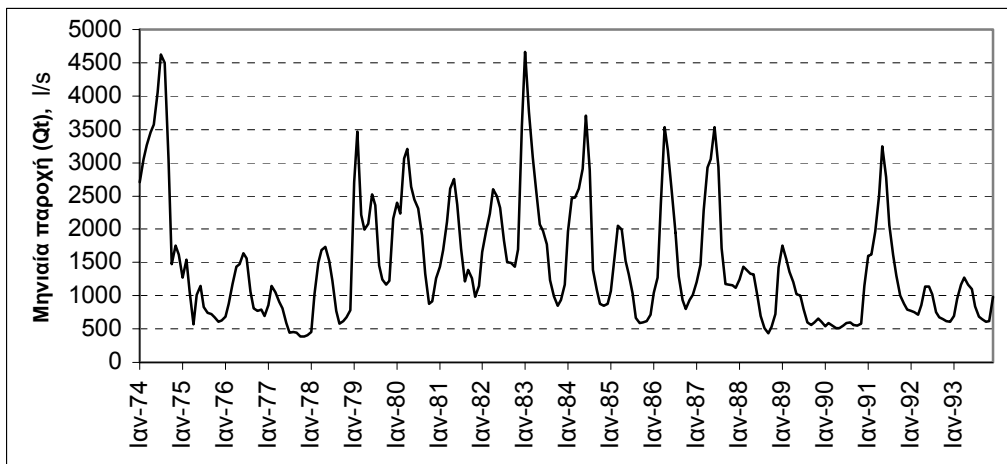
όπου $t =$ είναι ο διακεκριμένος χρόνος, $s =$ είναι το εποχιακό μήκος, $B =$ είναι ένας τελεστής οπίσθιας διαφοράς που ορίζεται από τη σχέση $BZ_t = Z_{t-1}$ και $B^s Z_t = Z_{t-s}$, $\mu =$ είναι ο μέσος όρος των θεωρητικά απείρων όρων της σειράς που συνήθως παίρνεται ως η μέση τιμή των όρων της πεπερασμένης χρονοσειράς Z_t , $e_t = [NID(0, \sigma_e^2)]$ είναι ο κανονικά ανεξάρτητα κατανοημένος «**Λευκός θόρυβος**» των υπολοίπων με μέσο όρο 0 και μεταβλητότητα σ_e^2 , $\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ είναι ο μη εποχιακός τελεστής αυτοσυσχέτισης (AR) τάξης p , $(1-B)^d = \nabla^d$ ($\nabla^d = Z_t - Z_{t-d}$) είναι ο μη εποχιακός τελεστής διαφορών τάξης d που δημιουργεί μη εποχιακή στασιμότητα των d -οστών διαφορών, όπου συνήθως $d = 0, 1$ ή 2 , $\Phi(B^s) = 1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{2s} - \dots - \phi_p B^{ps}$ είναι ο εποχιακός τελεστής αυτοσυσχέτισης (AR) τάξης P , $(1-B^s)^D = \nabla_s^D$ ($\nabla_s^D Z_t = Z_t - Z_{t-SD}$) είναι ο εποχιακός τελεστής διαφορών τάξης D που δημιουργεί εποχιακή στασιμότητα των D -οστών διαφορών, όπου συνήθως $D = 0, 1$ ή 2 , $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ είναι ο μη εποχιακός τελεστής κινούμενων μέσων q -

ρων (MA) τάξης q και $\Theta(B^S) = 1 - \Theta_1 B^S - \Theta_2 B^{2S} - \dots - \Theta_q B^{qS}$ είναι ο εποχιακός τελεστής κινούμενων μέσων όρων (MA) τάξης Q .

Ο γενικός συμβολισμός $(p,d,q)(P,D,Q)S$ χρησιμοποιείται για να περιγράψει τα εποχιακά SARIMA (Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average) ομοιώματα.

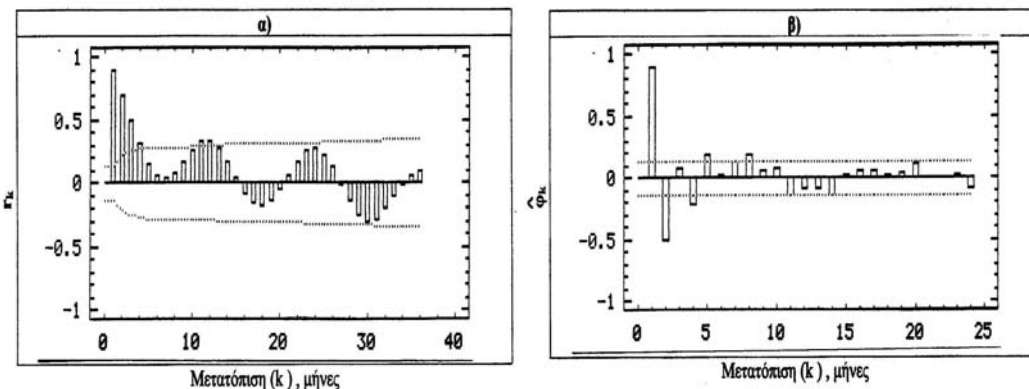
3 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΥ ΤΟΥ ΟΜΟΙΩΜΑΤΟΣ

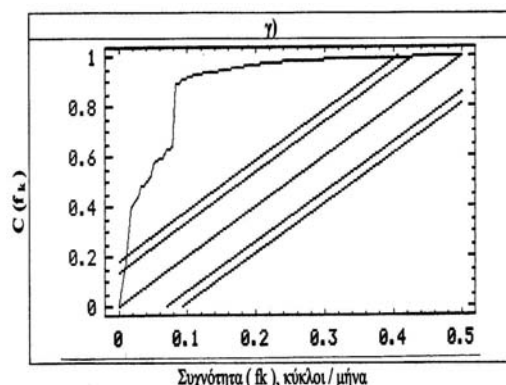
Η χρονική σειρά που χρησιμοποιήθηκε αποτελείται από δεδομένα που προέρχονται από μετρήσεις παροχής της μεγάλης καρστικής πηγής του Κεφαλόβρυσου Ελασσόνας, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν από την ΥΕΒ-Λάρισας και το ΙΓΜΕ (Μανάκος 1999). Πρόκειται για τιμές μηνιαίων παροχών της πηγής για το χρονικό διάστημα 1974-1993. Η ιστορική σειρά των μηνιαίων παροχών της πηγής φαίνονται στο διάγραμμα του σχήματος 1.



Σχήμα 1. Διάγραμμα των μηνιαίων παροχών Q_t της ιστορικής ακολουθίας της πηγής Κεφαλόβρυσου για το χρονικό διάστημα 1974-1993.

Η καρστική πηγή βόρεια της Κοινότητας του Κεφαλόβρυσου αποτελεί το μοναδικό σημείο εκφόρτισης του καρστικού υδροφορέα (Μανάκος 1999, Μανάκος & Δημόπουλος 1999). Το προαναφερόμενο καρστικό σύστημα αποτέλεσε αντικείμενο εφαρμοσμένης υδρογεωλογικής έρευνας από το ΙΓΜΕ κατά την χρονική περίοδο 1988-1993 με πηγή χρηματοδότησης το Α' Κ.Π.Σ -Π.Ε.Π-Θεσσαλίας (Μανάκος&Τασιός 1999).





Σχήμα 2: α) Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (ACF) β) Συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF) γ) Αθροιστικό περιοδόγραμμα $[C(f_k)]$ της λογαριθμικά μετασχηματισμένης χρονικής σειράς των παροχών Ζτ, της πηγής Κεφαλόβρυσου για το χρονικό διάστημα 1974-1993.

Η εφαρμογή των εποχιακών στοχαστικών ομοιωμάτων προϋποθέτει αφαίρεση της τάσης και ύπαρξη στασιμότητας της χρονοσειράς. Για τη δημιουργία στασιμότητας χρησιμοποιείται ο λογαριθμικός μετασχηματισμός Box-Cox (1964).

Για τη λογαριθμικά μετασχηματισμένη χρονική σειρά των μηνιαίων παροχών της πηγής Κεφαλόβρυσου υπολογίζονται η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης και το αθροιστικό περιοδόγραμμα.

Το συσχετιδόγραμμα, η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης και το αθροιστικό περιοδόγραμμα της μετασχηματισμένης χρονικής σειράς της παροχής, που φαίνονται αντίστοιχα στα σχήματα 2α, 2β και 2γ, δείχνουν ότι η σειρά δεν είναι λευκού θορύβου, το εποχιακό μήκος (s) είναι ίσο με 12 μήνες και ότι ένα κατάλληλο εποχιακό στοχαστικό ομοίωμα **SARIMA**, που μπορεί να προσομοιώσει τη μετασχηματισμένη σειρά, είναι της μορφής $(4,1,1)(1,1,1)_{12}$ (Μανάκος 1999).

Οι τιμές των παραμέτρων του παραπάνω ομοιώματος υπολογίστηκαν εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο του Marquardt (1963) και μαζί με τα όρια εμπιστοσύνης (95%), το τυπικό σφάλμα εκτίμησης, η T-τιμή και η P-τιμή δίνονται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1 : Τιμή των παραμέτρων, όρια εμπιστοσύνης (95%), τυπικό σφάλμα, T-τιμή και P-τιμή για το ομοίωμα $(4,1,1)(1,1,1)_{12}$ της λογαριθμικά μετασχηματισμένης χρονικής σειράς των μηνιαίων παροχών των ετών 1974-1993 της καρστικής πηγής Κεφαλόβρυσου Ελασσόνας.

Παράμετρος ομοιώματος	Τιμή	95% όρια εμπιστοσύνης	Τυπικό σφάλμα	T-τιμή	P-τιμή
φ_1	0,42862	0,29648 ... 0,56076	0,06704	6,39365	0,00000
φ_2	-0,39013	-0,53080 ... -0,24946	0,07137	-5,46654	0,00000
φ_3	0,23333	0,09215 ... 0,37451	0,71630	3,25745	0,00130
φ_4	-0,15361	-2,28582 ... -0,02140	0,67080	-2,29012	0,02296
Φ_1	-0,13274	-1,97641 ... 1,71093	0,09354	-1,41910	0,15728
θ_1	-0,17472	-1,06035 ... 0,71091	0,44933	-0,38884	0,69781
Θ_1	0,66286	0,53221 ... 0,79351	0,07198	9,20902	0,00000

Η τελική επιλογή της μορφής του ομοιώματος γίνεται με τη βοήθεια κάποιων κριτηρίων. Τα κριτήρια αυτά είναι : 1) Το Akaike (AIC) 2) Το κριτήριο Posterior Probability (PP), 3) ο αριθμός η, 4) η μεταβλητότητα των υπολοίπων (σ_e^2) και 5) Το test Portmanteau (Qp)

Στον πίνακα 2 δίνονται τα παραπάνω κριτήρια για την περίπτωση της λογαριθμικά μετασχηματισμένης χρονικής σειράς των παροχών της πηγής για τα έτη 1974-1993. Στον ίδιο Πίνακα συγκρίνεται το μοντέλο **SARIMA** $(4,1,1)(1,1,1)_{12}$ -για να δοκιμαστεί- με άλλα 11 υποψήφια μοντέλα παρόμοιας δομής.

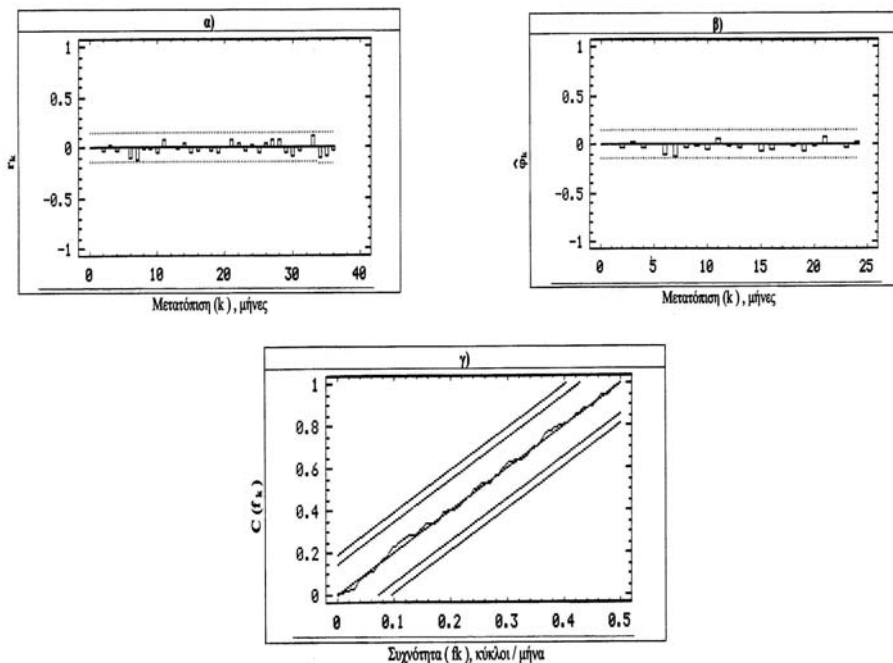
Η επιλογή του ομοιώματος με τη βοήθεια των παραπάνω κριτηρίων πρέπει να βασίζεται στην επιλογή αυτού για το οποίο οι τιμές των AIC, PP, και σ_e^2 είναι ελάχιστες, ενώ η τιμή του Q_p μικρότερη της κριτικής τιμής της χ^2 κατανομής.

Πίνακας 2 :Κριτήριο Akaike (AIC), κριτήριο Posterior Probability (PP), αριθμός παραμέτρων n, μεταβλητότητα των υπολοίπων (σ_e^2) και τιμή του τέστ Portmanteau (Q_p) της λογαριθμικά μετασχηματισμένης χρονικής σειράς των μέσων μηνιαίων απορροών της καρστικής πηγής Κεφαλόβρυσου Ελασσόνας για το χρονικό διάστημα 1974-1993.

α/α	Μοντέλο	AIC	PP	n	σ_e^2	Q_p
1	(0,1,1)(1,1,1) ₁₂	226,3571	270,1099	5	0,0530071	17,3915
2	(1,1,1)(1,1,1) ₁₂	224,2819	285,5358	7	0,051537	11,1646
3	(1,1,2)(1,1,1) ₁₂	227,3070	306,0620	9	0,0513049	10,8133
4	(1,0,1)(0,1,1) ₁₂	229,1551	272,9079	5	0,0536982	13,2792
5	(2,0,0)(0,1,1) ₁₂	235,7214	270,7234	4	0,0558706	17,9667
6	(3,0,0)(0,1,1) ₁₂	232,9205	276,6733	5	0,0546425	13,7169
7	(0,1,1)(0,1,1) ₁₂	226,6102	261,6124	4	0,0535629	20,1696
8	(4,1,0)(1,1,1) ₁₂	232,4000	328,656	11	0,0515653	10,0651
9	(3,1,0)(1,1,1) ₁₂	232,5456	311,3006	9	0,0525644	16,1979
10	(4,1,1)(1,1,1)₁₂	227,4535	297,4580	13	0,0518173	9,95088
11	(4,1,0)(1,1,2) ₁₂	235,2279	340,2346	12	0,0517632	10,1882
12	(4,1,0)(1,1,3) ₁₂	238,1045	351,8617	13	0,0519737	10,3377

Στην περίπτωση μας, όπως φαίνεται από τον πίνακα 2, ένα κατάλληλο μοντέλο που ικανοποιεί οριακά τα περισσότερα από τα παραπάνω κριτήρια είναι το **(4,1,1)(1,1,1)₁₂**, το οποίο και τελικά ελέγχεται (Μανάκος 1999).

Για τον έλεγχο της καταλληλότητας του ομοιώματος **(4,1,1)(1,1,1)₁₂** χρησιμοποιείται ο έλεγχος των υπολοίπων.



Σχήμα 3: α) Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (ACF) β) Συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF) γ) Αθροιστικό περιόδγραμμα $[C(fk)]$ των υπολοίπων της πηγής Κεφαλόβρυσου για το χρονικό διάστημα 1974-1993.

Ο έλεγχος των υπολοίπων γίνεται με σκοπό να δειχθεί ότι αποτελούν “λευκό θόρυβο”. Αυτό γίνεται με τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης [ACF] τη συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης [PACF] και το αθροιστικό περιδόγραμμα [C(f_k)] των υπολοίπων που φαίνονται στα σχήματα 3α,β,γ.

Από τα σχήματα αυτά φαίνεται ότι τα υπόλοιπα είναι “λευκού θορύβου”, δηλαδή ασυσχέτιστα (Μανάκος 1999).

Το κατάλληλο εποχιακό στοχαστικό ομοίωμα **SARIMA (4,1,1)(1,1,1)₁₂** είναι και αυτό που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη μελλοντικών μηνιαίων παροχών της πηγής Κεφαλόβρυσου.

Το παραπάνω ομοίωμα έχει τη μορφή :

$$(1-\phi_1B-\phi_2B^2-\phi_3B^3-\phi_4B^4)(1-B)(1-\Phi_1B^{12})(1-B^{12})Z_t = (1-\theta_1B)(1-\Theta_1B^{12})e_t$$

4 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΟΜΟΙΩΜΑΤΟΣ SARIMA (4,1,1)(1,1,1)₁₂ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΩΝ ΠΑΡΟΧΩΝ ΤΗΣ ΚΑΡΣΤΙΚΗΣ ΠΗΓΗΣ ΚΕΦΑΛΟΒΡΥΣΟΥ ΕΛΑΣΣΟΝΑΣ

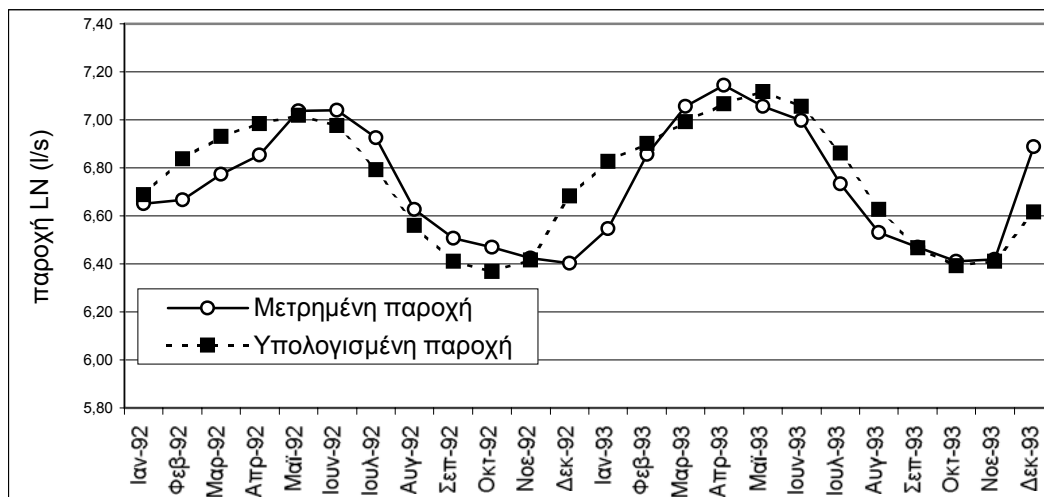
Στην παράγραφο αυτή εφαρμόζεται μια διαδικασία με την οποία είναι δυνατό να φανεί το χρονικό διάστημα στο μέλλον για το οποίο οι προβλεπόμενες τιμές μπορούν να ληφθούν ως σωστές, δηλαδή το διάστημα για το οποίο το μοντέλο **SARIMA (4,1,1)(1,1,1)₁₂** εφαρμοζόμενο στη συγκεκριμένη χρονοσειρά μπορεί να δώσει αξιόλογες και ασφαλείς προβλέψεις.

Σύμφωνα με τη διαδικασία αυτή, η χρονοσειρά των 240 μηνών (1974-1993) διασπάται σε δύο τμήματα, ένα των 216 μηνών (1974-1991) και ένα των 24 μηνών (1991-1993). Το μοντέλο SARIMA εφαρμόζεται στην χρονοσειρά των 216 μηνών επιχειρώντας να προβλέψει τις μελλοντικές τιμές της παροχής (24 μήνες) για τις οποίες υπάρχουν ήδη οι μετρημένες τιμές (Μανάκος 1999).

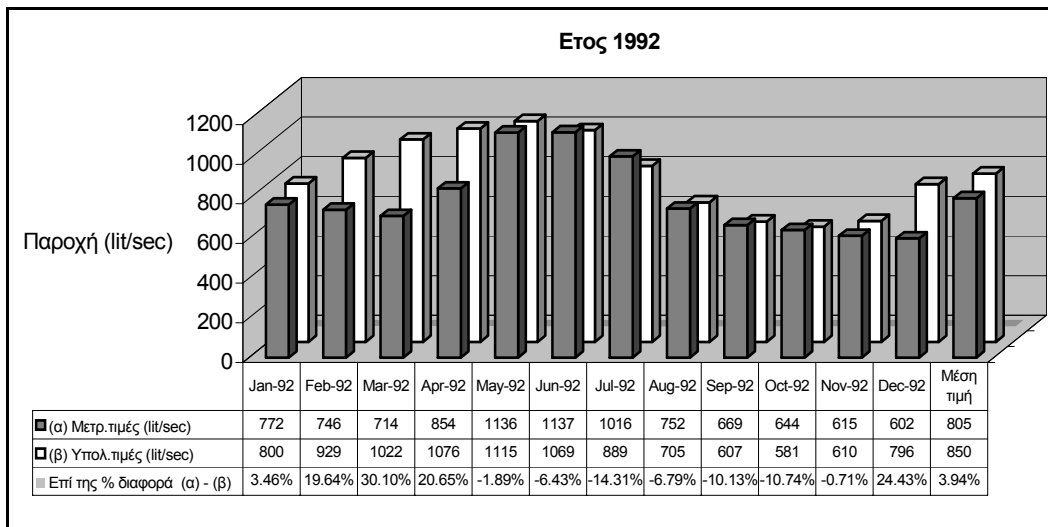
Ο περιορισμός της χρονικής σειράς κατά δύο έτη απαιτεί επανεκτίμηση των παραμέτρων για τη νέα χρονική σειρά της δεκαεκαετίας (1974-1991). Οι παράμετροι που επανεκτιμήθηκαν διαφέρουν ελάχιστα από αυτούς της εικοσαετίας 1974-1993.

Στο σχήμα 4, όπου δίνονται οι προβλέψεις των λογαρίθμων Z_t(L) των 24 τελευταίων μηνών της εικοσαετίας, που προήλθαν με την εφαρμογή του μοντέλου (4,1,1)(1,1,1)₁₂, και οι λογάριθμοι Z_t των μετρημένων μηνιαίων παροχών των ίδιων μηνών, φαίνεται ότι το ομοίωμα πετυχαίνει πολύ καλή πρόβλεψη των μετρημένων μηνιαίων παροχών των δύο αυτών ετών (1991-1993).

Στα ίδια συμπεράσματα καταλήγουμε, εάν αντί των λογαρίθμων των προβλεπόμενων παροχών κάνουμε σύγκριση των τιμών που προκύπτουν με αντιλογαρίθμισή τους και αυτών που μετρήθηκαν (Σχ.5 και Σχ.6).



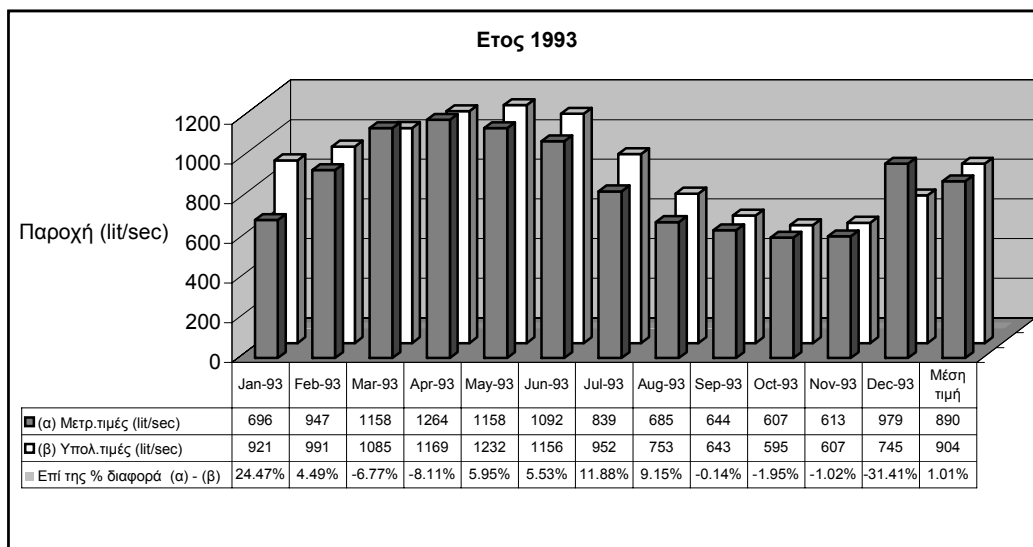
Σχήμα 4. Λογάριθμοι μηνιαίων παροχών μετρημένων και προβλεπόμενων με το στοχαστικό ομοίωμα SARIMA (4,1,1)(1,1,1)₁₂ για χρονικό διάστημα δύο ετών (1992-1993) της καρστικής πηγής Κεφαλόβρυσου Ελασσόνας.



Σχήμα 5. Μηνιαίες παροχές της καρστικής πηγής Κεφαλόβρυσου Ελασσόνας μετρημένες και προβλεπόμενες με το στοχαστικό ομοίωμα SARIMA (4,1,1)(1,1,1)₁₂ για το έτος 1992.

Στα ιστογράμματα αυτών των σχημάτων, για τα έτη αναφοράς 1992 και 1993, παρατηρούμε ότι ενώ οι μηνιαίες ποσοστιαίες αποκλίσεις των τιμών των προβλεπόμενων με το προαναφερόμενο ομοίωμα σε σχέση με τις αντίστοιχες μετρημένες τιμές μπορεί να φτάνουν έως και το 31,42% σε επίπεδο ετήσιων μέσων τιμών οι αποκλίσεις είναι πολύ μικρές (3,91% για το έτος 1992 και 1,01% για το έτος 1993).

Έτσι το μοντέλο SARIMA (4,1,1)(1,1,1)₁₂, αφού εξακριβώθηκε πως είναι ικανό να προβλέψει τις παροχές 24 μελλοντικών μηνών, μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην πρόβλεψη μελλοντικών τιμών των μηνιαίων παροχών της καρστικής πηγής Κεφαλόβρυσου.



Σχήμα 6. Μηνιαίες παροχές της καρστικής πηγής Κεφαλόβρυσου Ελασσόνας μετρημένες και προβλεπόμενες με το στοχαστικό ομοίωμα SARIMA (4,1,1)(1,1,1)₁₂ για το έτος 1993.

Το παραπάνω ομοίωμα, όπως προαναφέρθηκε, έχει την μορφή:
 $(1-\phi_1B-\phi_2B^2-\phi_3B^3-\phi_4B^4)(1-B)(1-\Phi_1B^{12})(1-B^{12})Z_t = (1-\theta_1B)(1-\Theta_1B^{12})e_t$

ή

$$\begin{aligned} Z_t = & + \varphi_1[(Z_{t-1} - Z_{t-2} - 2Z_{t-13} + Z_{t-14}) - \Phi_1(Z_{t-13} + Z_{t-25} - Z_{t-26})] \\ & + \varphi_2[(Z_{t-2} - Z_{t-3} - 2Z_{t-14} + Z_{t-15}) - \Phi_1(Z_{t-14} + Z_{t-26} - Z_{t-27})] \\ & + \varphi_3[(Z_{t-3} - Z_{t-4} - 2Z_{t-15} + Z_{t-16}) - \Phi_1(Z_{t-15} + Z_{t-27} - Z_{t-28})] \\ & + \varphi_4[(Z_{t-4} - Z_{t-5} - 2Z_{t-16} + Z_{t-17}) - \Phi_1(Z_{t-16} + Z_{t-28} - Z_{t-29})] \\ & + \Phi_1(Z_{t-12} - Z_{t-24} - Z_{t-25}) \\ & + Z_{t-1} + Z_{t-12} - Z_{t-13} + Z_{t-15} \\ & + e_t - \Theta_1 e_{t-12} - \theta_1 e_t + \theta_1 \Theta_1 e_{t-12} \end{aligned}$$

5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η εφαρμογή του εποχιακού στοχαστικού ομοιώματος SARIMA στη χρονική σειρά των μηνιαίων παροχών της καρστικής πηγής του Κεφαλόβρυσου, οδηγεί στα ακόλουθα συμπεράσματα.

1. Η χρονική σειρά των λογαρίθμων των μηνιαίων παροχών της πηγής Κεφαλόβρυσου μπορεί να προσομοιωθεί με ένα εποχιακό στοχαστικό ομοίωμα SARIMA της μορφής $(4,1,1)(1,1,1)_{12}$.
2. Το εποχιακό στοχαστικό ομοίωμα **SARIMA** $(4,1,1)(1,1,1)_{12}$ είναι το κατάλληλο για την προσομοίωση του καρστικού υδροφόρου συστήματος της Κρανιάς Ελασσόνας και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη πρόβλεψη μελλοντικών μηνιαίων παροχών (τουλάχιστον 2 χρόνων) της πηγής Κεφαλόβρυσου.
3. Η καλή προσαρμογή του παραπάνω ομοιώματος στις φυσικές συνθήκες της εκφόρτισης της πηγής Κεφαλόβρυσου δίνει τα εχέγγεια για ορθολογικό σχεδιασμό των έργων αξιοποίησης και διαχείρισης του καρστικού υδροφόρου της Κρανιάς Ελασσόνας.
4. Τα εποχιακά στοχαστικά ομοιώματα SARIMA φαίνεται ότι μπορούν να περιγράψουν το φαινόμενο της απορροής και των υπόγειων καρστικών υδροφόρων στρωμάτων και να προσαρμόζονται πολύ καλά στις φυσικές τους συνθήκες.
5. Η προσαρμογή του κατάλληλου εποχιακού στοχαστικού ομοιώματος στην απορροή των υπόγειων καρστικών υδροφόρων στρωμάτων μπορεί να εξασφαλίσει ακριβείς μελλοντικές προβλέψεις μικρού χρονικού διαστήματος (short term prediction) και να συμβάλει στον ορθολογικό σχεδιασμό αξιοποίησης και διαχείρισης των υδροαποθεμάτων τους.
6. Η επιτυχής εφαρμογή των εποχιακών στοχαστικών ομοιωμάτων SARIMA και σε άλλα καρστικά συστήματα της χώρας θα επιβεβαιώσει τη χρησιμότητά τους.
7. Το στοχαστικό ομοίωμα μπορεί να δώσει συνθετικές σειρές απεριόριστης διάρκειας, γεγονός που εξασφαλίζει τις προϋποθέσεις σωστής μελέτης και σχεδίασης των έργων αξιοποίησης των υδάτινων πόρων.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Box, G.E.P. and Cox, D.R., 1964. An Analysis of Transformations. J. R. Stat. Soc., Ser. B, 26: 211-252.
- Box, G.E.P. and Jenkins, G.M., 1976. Time Series Analysis: Forecasting and Control. Revised Edition. Holden Day, Inc., San Francisco, Calif., 532 pp. 201
- Box, G.E.P. and Pierce, D.A., 1970. Distribution of Autocorrelations in Autoregressive Integrated Moving Average Time Series Models. J. Amer. Stat. Assoc., 180 pp.
- Γεωργίου Π.Ε., 1996. Διαστασιολόγηση ταμειωτήρων με τη μέθοδο Rippl σε συνθετικές σειρές εισροών και τη μέθοδο των πιθανοτήτων μετάβασης σε ιστορική σειρά, Διπλωματική Μεταπτυχιακή Διατριβή, Τμήμα Γεωπονίας Α.Π.Θ., 269 σελ.
- Marquardt, D.W., 1963. An Algorithm for Least Squares Estimation of Nonlinear Parameters. J. of the Society for Industrial and Applied Mathematics, 2, 431-441.
- Μανάκος, Α., 1999. Υδρογεωλογική συμπεριφορά και στοχαστική προσομοίωση του καρστικού υδροφόρου συστήματος Κρανιάς Ελασσόνας. Διδακτορική διατριβή Α.Π.Θ., 214 σελ..
- Μανάκος, Α., &Τασιός,Ν., 1999. Υδρογεωλογική έρευνα μεγάλων ανθρακικών μαζών Θεσσαλίας. Καρστικός υδροφόρας Κρανιάς. Θεσ/νίκη. Εσωτερική έκθεση Ι.Γ.Μ.Ε., 214 σελ.

- Μανάκος, Α. & Δημόπουλος, Γ., 1999. Οριοθέτηση και γεωμετρικά χαρακτηριστικά του καρστικού υδροφόρου συστήματος του τεκτονικού παράθυρου Κρανιάς Ελασσόνας, Θεσσαλία. 5ο Υ/Γ, Λευκωσία, Κύπρος, 323-336.
- McKerchar, A.I. and Delleur, J.W., 1974. Application of Seasonal Parametric Linear Stochastic Models to Monthly Flow Data. *Water Resour. Res.*, 10(2), 246-255.
- Παπαμιχαήλ, Δ.Μ., 1989. Διερεύνηση Συναρτησιακών Ομοιωμάτων και Συνδυασμού των με Στοχαστικές Διαδικασίες για την Επίλυση Υδρολογικών Προβλημάτων. Διδακτορική Διατριβή, Θεσσαλονίκη, 178 σελ. 206
- Παπαμιχαήλ, Δ.Μ., 1991. Στοχαστική Υδρολογία. Πανεπιστημιακές παραδόσεις στο Μεταπτυχιακό Τμήμα Εγγείων Βελτιώσεων Α.Π.Θ., Θεσσαλονίκη, 175 σελ.
- Παπαμιχαήλ, Δ.Μ., 1993. Προσομοίωση των Μηνιαίων Παροχών του Ποταμού Αχελώου με Εποχιακά Στοχαστικά Ομοιώματα. Πρακτικά 2ου Υδρογεωλογικού Συνεδρίου, Πάτρα, σελ. 693-703.
- Salas, J.D., Boes, D.C. and Smith, R.A., 1982. Estimation of ARMA Models with Seasonal Parameters. *Water Resour. Res.*, 18(4), 1006-1010.
- Salas, J.D., Delleur, J.W., Yevjevich, V. and Lane, W.L., 1985. Applied Modelling of Hydrologic Time Series. Water Resources Publications, Colorado, USA, 484 pp.
- Stedinger, J.R., Lettenmaier, D.P. and Vogel, R.M., 1985. Multisite ARMA(1,1) and Disaggregation Models for Annual Streamflow Generation. *Water Resour. Res.*, 21(4), 497- 509.

ABSTRACT

CONTRIBUTION OF SEASONAL STOCHASTIC MODELS SARIMA TO THE RATIONAL WATER RESOURCES MANAGEMENT. THE CASE OF THE KRANIA ELASSONA KARST SYSTEM, THESSALY, GREECE

Manakos A.¹, Dimopoulos G.²

¹I.G.M.E, Branch of Central Macedonia, 1Fragon, 54626 Thessaloniki, amanakos@thes.igme.gr

²Aristotle University of Thessaloniki, Department of Geology, 54621 Thessaloniki, gdimop@geo.auth.gr

Several stochastic models, known as Box and Jenkins or SARIMA (Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average) have been used in the past for forecasting hydrological time series in general and stream flow or spring discharge time series in particular. SARIMA models became very popular because of their simple mathematical structure, convenient representation of data in terms of a relatively small number of parameters and their applicability to stationary as well as nonstationary process.

Application of the seasonal stochastic model SARIMA to the spring's monthly discharge time series for the period 1974-1993 in Krania Elassona karst system yielded the following results. Logarithms of the monthly spring discharge time series can be simulated on a SARIMA (4,1,1)(1,1,1)₁₂ type model. This type of model is suitable for the Krania Elassona karst system simulation and can be utilised as a tool to predict monthly discharge values at Kafalovriso spring for at least a 2 year period.

Seasonal stochastic models SARIMA seem to be capable of simulating both runoff and groundwater flow conditions on a karst system and also easily adapt to their natural conditions. Adapting the proper stochastic model to the karst groundwater flow conditions offers the possibility to obtain accurate short term predictions, thus contributing to rational groundwater resources exploitation and management planning.